

Marak Krawczuk, Wiesław Ostachowicz

Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk

## DRGANIA WYMUSZONE UŁOŻYSKOWANEGO WIRNIKA ZE SZCZELINĄ.

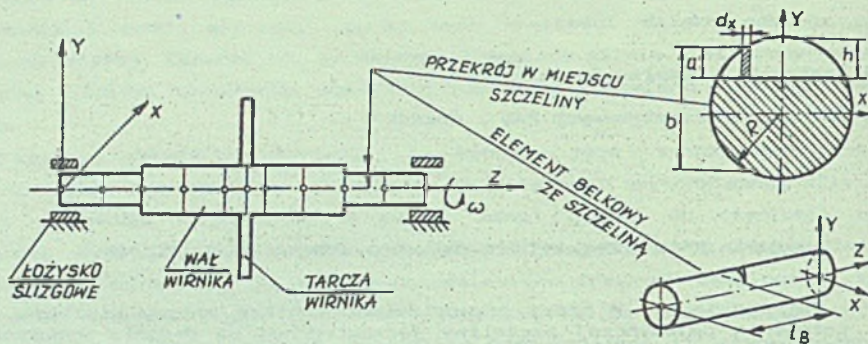
Streszczenie. W pracy przedstawiono analizę wpływu wielkości i położenia pojedynczej szczeliny jednostronnej na drgania wymuszone ułożyskowanego wirnika. Do modelowania obiektu zastosowano metodę elementów skończonych. Równanie ruchu drgań wymuszonych rozwiązano na drodze bezpośredniego całkowania metodą Newmarka.

### 1. WSTĘP

Szczeliny występujące w elementach konstrukcyjnych maszyn i urządzeń są jedną z głównych przyczyn ich uszkodzeń. Powstają one najczęściej w wyniku eksploatacji tych elementów w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej. Z punktu widzenia prawidłowej eksploatacji maszyny ważne jest stwierdzenie, czy szczeliny występują w jej elementach konstrukcyjnych oraz jaka jest ich wielkość. W przypadku gdy zagrożone elementy znajdują się w ruchu, identyfikacja szczelin stanowi poważny problem. Dlatego też prowadzone są badania, których celem jest opracowanie metod pozwalających na identyfikację szczeliny w takich przypadkach [1]-[3]. U podstaw tych badań leży powszechnie znany efekt lokalnej zmiany sztywności w miejscu szczeliny. Ponieważ sztywność ta zmienia się w obszarze rozpatrywanego elementu konstrukcyjnego, zmianom ulegają jego charakterystyki dynamiczne - amplitudy drgań wymuszonych, częstotliwości drgań własnych oraz ich postacie. Analizując zmiany tych wielkości próbuje się zidentyfikować wielkość i położenie szczeliny, a tym samym określać stan zagrożenia dla prawidłowej eksploatacji maszyny.

### 2. MODEL DYSKRETNY UŁOŻYSKOWANEGO WIRNIKA

Model dyskretny obiektu przedstawiono na rys.1



Rys.1. Model dyskretny łożyskowanego wirnika ze szczeliną  
Fig.1. A discrete model of bearing rotor with a crack

Wał wirnika modelowano dwoma typami elementów belkowych o dwóch węzłach i czterech stopniach swobody w węźle  $(x, \phi_x, \phi_y)$ . Do modelowania nieuszkodzonej części wału zastosowano element Bernoulliego-Eulera, którego macierz sztywności i bezwładności opisano w lit. [4]. Część wału ze szczeliną modelowano specjalnym elementem belkowym, którego macierz sztywności określono na podstawie t.w. Castigliano, wprowadzając w miejscu szczeliny sztywności zastępcze obliczone na podstawie praw mechaniki pęknięcia [1].

Sztywności zastępcze w miejscu szczeliny obliczono na podstawie związków wyprowadzonych ze wzoru Parisa łączącego współczynnik intensywności naprężeń w miejscu szczeliny ze zmianą energii odkształcenia sprężystego w miejscu jej występowania [1]. W analizowanym przypadku przyjmują one postać: ,,

$$k_{xx} = \frac{\pi R^3 E}{32 \int_A f_x^2(a/b) dA} ; \quad k_{zy} = \frac{\pi R^3 E}{32 \int_A f_y^2(a/b) dA} \quad (1)$$

gdzie: A - pole powierzchni szczeliny,

a, b, R - wg. rys.1

$f_x, f_y$  - funkcje porawkowe:

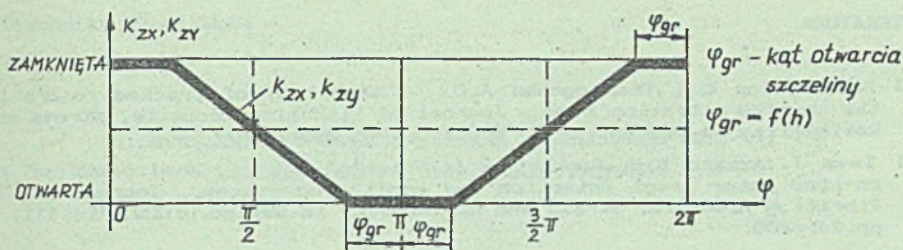
$$f_x = 1.003 - 1.349(a/b) + 5.896(a/b)^2$$

$$f_y = 0.719 - 0.864(a/b) + 1.098(a/b)^2$$

Macierz bezwładności elementu przyjęto w tej samej postaci, jak dla elementu belkowego bez szczeliny.



W trakcie obrotów wirnika szczelina okresowo zamyka się i otwiera, co powoduje zmiany sztywności układu. W celu uwzględnienia tych zmian w modelu zagadnienia założono, że sztywności zastępcze w miejscu szczeliny zmieniają się tak, jak przedstawiono to na rys. 2.



Rys. 2. Zmiany sztywności zastępczych w funkcji kąta obrotu wirnika  
Fig. 2. Variation of equivalent stiffness as a function of an angle rotation of a rotor

Do modelowania łożysk zastosowano punktowe elementy skończone o dwóch węzłach i czterech stopniach swobody w węzle  $(x, \phi_x, y, \phi_y)$ . Współczynniki sztywności i tłumienia łożysk dla każdego przypadku obciążenia wirnika i wymiarów łożysk oblicza program DIADEF [5].

Dyski sztywne modelowano sztywnymi bryłami o czterech stopniach swobody, uwzględniając efekty giroskopowe z nimi związane [4].

### 3. RÓWNANIE RUCHU MODELU DYSKRETNEGO

Równanie ruchu modelu dyskretnego przyjmuje powszechnie znaną postać:

$$M \ddot{\bar{q}} + C \dot{\bar{q}} + K \bar{q} = f \quad (2)$$

- gdzie:  $M$  - macierz bezwładności układu będąca sumą macierzy bezwładności elementów belkowych i macierzy bezwładności sztywnych dysków,  
 $C$  - macierz tłumienia układu składająca się z macierzy tłumienia łożysk i macierzy giroskopowej sztywnych dysków,  
 $K$  - macierz sztywności układu będąca sumą macierzy sztywności wału wirnika i macierzy sztywności łożysk,  
 $f$  - wektor sił pochodzących od wirowania mas niewyważonych.

Ponieważ macierz sztywności układu jest funkcją czasu (kąta obrotu wirnika), powyższe równanie rozwiązano na drodze bezpośredniego całkowania metodą Newmarka. Wyniki obliczeń przedstawione będą podczas trwania Sympozjonu.

#### LITERATURA

- [1] Papadopoulos C.A., Dimarogonas A.D.: 'Stability of cracked rotors in the coupled vibration mode.' Journal of Vibration Acoustic, Stress and Reliability in Design, 1988, Vol.110, pp.356-359.
- [2] Imam I., Azzaro S.H., Bankert R.J., Scheibel J.: 'Development of an on-line rotor crack detection and monitoring system', Journal of Vibration Acoustic, Stress and Reliability in Design, 1989, Vol.111, pp.241-250.
- [3] Li Change, Bernasconi O., Xenophonidis N.: 'A generalized approach to the dynamics of cracked shafts.' Journal of Vibration Acoustic, Stress and Reliability in Design, 1989, Vol.111, pp.241-250.
- [4] Kruszewski J.: 'Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji, Arkady, Warszawa 1984.
- [5] Kiciński J.: 'Non isothermal properties of oil in flow through thin and deformable gaps of journal slide bearings,' IFFM Report No.250/1181/87.

#### ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ РОТОРА НА ПОДШИПНИКАХ С ТРЕЩИНОЙ

##### Резюме

В работе представлено анализ влияния величины и положения единственной трещины на вынужденные колебания ротора с подшипниками. Ротор моделировался методом конечных элементов. Уравнение движения системы разрешено методом Ньюмарка.

#### FORCED VIBRATIONS OF A BEARING ROTOR WITH A CRACK

##### Summary

The paper presents an analysis of forced vibrations of a bearing rotor including crack effect. Only the single-sided crack is considered. The magnitude of the crack and its location influence on magnitudes of vibration amplitudes. The system is modeled by FEM. Equations of motion were calculated using Newmark procedure.