Seria: MECHANIKA z.103 Nr kol. 1112

Георгий Мигиренко

Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

Новосибирский электротехнический институт

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УНИВЕРСАЛЬНОГО ГЛИССИРУЮЩЕГО АППАРАТА

Резюме. Получена математическая модель движущегося в различных средах тела. Она представляет собой синтез уравнений, отображающих все физические аспекты, характерные для универсального средства. Такие синтетические модели необходимы для всесторонней оптимизации. В данном случае аппарат должен варьироваться как для разных сред, так и для получения оптимальной конструкции. Обобщенная модель дает возможность также получить полный набор критериев подобия.

I. ВВЕДЕНИЕ

Основным принципом проектирования современных машин является их предварительная математическая оптимизация. Для этого необходимо составить математическую модель будущей машины, избрать варьируемые параметры и задаться желаемыми критериями оценки искомой машины. При этом полнота оптимизации существенно зависит от учета максимума факторов, определяющих машину, и специфических действий, совершаемых этой машиной. Естественно, далее выбирается метод оптимизации, алгоритм счета и программа, а также соответствующий компьютер.

2. ОСОБЕННОСТИ МАШИНЫ И СРЕДЫ

В данной работе исследуется универсальный глиссирующий аппарат. Универсальный, значит движущийся по различным средам: воде, снегам, льдам, луге, ледоходу, заросшим водоемам, болотам, пойменным лугам. Ставятся две задачи: оптимизация аппарата для данной среды и обобщенная оптимизация, применительно ко всем избранным средам.

Главная задача частной оптимизации - удачная компановка аппарата, выбор двигателя, гребного винта, минимизация расхода топлива, надежность и др. Общая оптимизация посвящается приспособлению днища аппарата к свойствам сред с учетом минимизации сопротивления движению, выбору руля, сближению скоростей движения, общей надежности.

Техническая и физическая модели аппарата показаны на рис.I и рис.2. Из них следует, что решается пространственная задача и учитываются все возможные силы и моменты: P_p на руле, $P_б$ - бокового ветра, P_a - лобового; $P_{тр}$ - трения, $P_п$ - подъемная; $P_т$ - тяжести, T - тяга, $P_{св}$ - сопротивления вертикальным перемещениям и $P_{ск}$ вертикальным колебаниям; M_K - момент качения, M_B - верчения. Эти силы и моменты - функции среды и времени. Даже сила тяжести в данном случае со временем меняется.

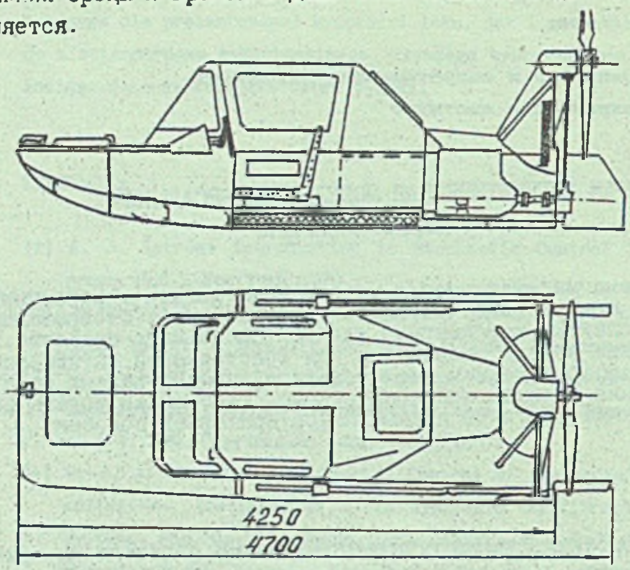

Рис. I

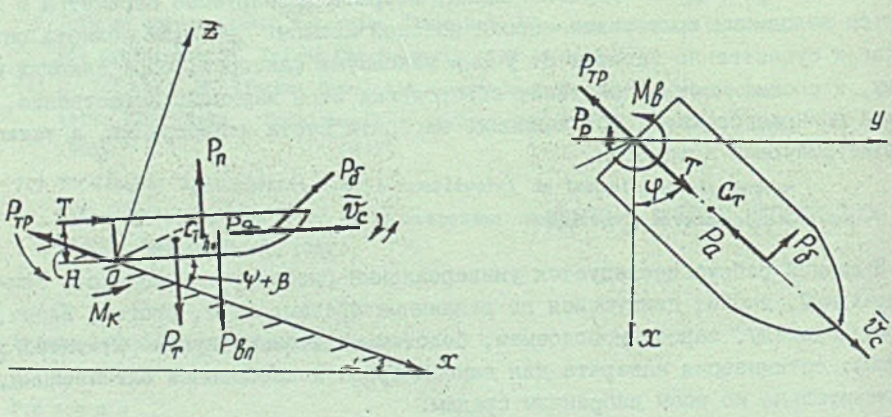

Рис. 2

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Получим обобщенную математическую модель аппарата как сумму уравнений движения, вибрации, прочности, закона Архимеда, условия неголономности связи, весового уравнения, закона сохранения энергии, уравнения изгиба аппарата, положения центра масс и подъемной силы. Учтем также условие симметрии и стоимостную зависимость.

Очевидно получим:

1. $m\ddot{x} + P_p^x + P_б\psi + P_a + P_{тр} + P_п(\psi\cos\beta - \sin\beta) - \lambda\psi - P_т\sin\alpha - T = 0;$

2. $m\ddot{y} + P_a\psi + P_{тр}\psi - P_p^y - P_б - T\psi + P_п(\psi\sin\beta - \cos\beta) + \lambda = 0;$

3. $m\ddot{z} + P_п\psi - P_{вк} - P_т - P_{ск} = 0;$

4. $J_{cz}\ddot{\varphi} + P_p\left(\frac{a}{2} + C_т\right) - M_в - P_б l_б = 0;$

5. $J_{cy}\ddot{\psi} + M_к + T_н + P_{тр}\frac{h}{2} + P_т l_т + P_п l_в(\psi\sin\beta - \cos\beta) = 0;$

6. $J_{ck}\ddot{\chi} + M_в - M_{ck} = 0;$ 7. $\dot{x}\,tg\psi = \dot{y};$ 8. $G = \sum_i m_i g;$

9. $\sum_i m_i y = 0;$

10. $x_в = \frac{\sum\gamma s_i\Delta x_i x_i}{\gamma V};$ 11. $z_в = \frac{\sum\gamma s_i\Delta x_i z_i}{\gamma V};$

12. $\gamma V = \sum_i s_i\Delta x_i\gamma = G = P_т;$ 13. $E_{дв} = \sum_{j=1} l_j = T v_c \tau;$

14. $M_y = \int_0^x\int_0^x[p(x) - q(x)]dx;$ 15. $Q_z = \int_0^x[p(x) - q(x)]dx;$

16. $EJ_s(x)U^{IV} = p(x) - q(x);$

17. $EJ_m(x)U^{IV} + m\ddot{U} = \varphi_1(x,t);$

18. $EJ_m(x)W^{IV} + m\ddot{W} = \varphi_2(x,t);$

19. $Э = \sum_s l_s$

Уравнения 1–6 – уравнения движения аппарата, 7 – уравнение неголономной связи, 8 – весовое уравнение, 9 – симметрии относительно OXZ, 10 и 11 – положение центра подъемной силы, 12 – закон Архимеда, 13 – закон сохранения энергии. 14–15 – уравнения прочности, 16 – жесткости, 17 и 18 – продольной вибрации, 19 – выражение для оценки стоимости.

m – масса аппарата, J_{cy}, J_{cz}, J_{ck} – моменты инерции массы относительно осей, проходящих через центр масс С.

x, y, z, φ, ψ, χ – обобщенные координаты,

β – угол глиссирования; v_c – скорость центра масс, τ – время движения, λ – множитель в уравнениях Рауса; α – угол наклона пути, V – объем аппарата, G – вес аппарата, γ – вес единицы объема, $E_{дв}$ – суммарная энергия двигателя, l_j – ее частные расходы,

s_i – площади сечений аппарата, Δx_i – расстояния между сечениями; расстояния a, $C_т$, $l_б$, H, h, $l_т$ – расстояния, указанные на рис. 2. m_i – массы частей аппарата, g – земное тяготение; M_y, Q_z – изгибающий аппарат момент, перерезывающая сила, $p(x)$, $q(x)$ – нагрузки на аппарат от сил поддержание и веса; E – модуль Юнга, J_s – момент инерции сечения, U, W – прогибы вертикальный и боковой, J_m – момент инерции массы и присоединенной к ней среды,

Φ_1 и Φ_2 - возмущающие силы; $Э$ - суммарная и e_s - частные стоимости.

Полученная матмодель является конгломератом сложных зависимостей, является системой систем уравнений задачи. Самой пикантной в них является сила сопротивления среды, которая различна для разных сред. Она может быть кулоновой, фрудовой, рейнольдсовой и их комбинациями. Глобальная оптимизация модели, собственно и сводится к изменению в каждом случае $P_{тр} = P_{сопр.}$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Путем варьирования параметров выбраны габариты аппарата и форма его днища. Она представляет собой сочетание коньков для льда, лыжи - для снега и болот, измещающего корпуса - для воды, жидких болот и рыхлых снегов. Отклонения других характеристик при переходе от среды к среде не превышают 15%. Аппарат принят к производству. Совершенствуются оптимизация и аппарат.

4. ПОДОБИЕ

Наличие обобщенной математической модели сильно упрощает нахождение критериев подобия для физического моделирования. Достаточно ввести в обиход геометрические, кинематические и динамические модули подобия, как отношения величин, входящих в уравнения матмодели для натурного и модельного образцов. Выразить натурные величины через модельные и модули и полученные уравнения уже содержат критерии подобия. В данной задаче необходимо соблюдать при экспериментах на моделях критерии Эйлера, Коши, Кулона, Рейнольдса, Пекле, Фруда и др.

ЛИТЕРАТУРА

(I) Мигиренко Г.С. Бездорожные транспортно-технологические средства. Сборник, Инст.теплофизики СО АН СССР, 1988.

(2) Мигиренко Г.С. Вопросы подобия при движении тела по снегу, вопросы динамики механических систем; НЭТИ, 1983.

(3) Сбоев В.В. О некоторых особенностях скольжения плоскокилеватой опорной поверхности по глубокому рыхлому снегу в режиме глиссирования; Исследование виброударных систем, НЭТИ, 1979.

UOGÓLNIONY MODEL MATEMATYCZNY UNIWERSALNEGO ŚLIZGAJĄCEGO SIĘ OBIEKTU

S t r e s z c z e n i e

Otrzymano matematyczny model poruszającego się w różnych ośrodkach obiektu. Przedstawia on szczególną syntezę równań odzwierciedlających wszystkie fizyczne aspekty charakterystyczne dla uniwersalnego ośrodka.

GENERAL MATHEMATICAL MODEL OF A UNIVERSAL SLIDING APPARATUS

S u m m a r y

A mathematical modelof a body moving in different media has been obtained. It represents a specific synthesis of equations showing all physical aspects characteristic for the universal medium.