

Анатолий Смелягин
Кафедра прикладной механики
Новосибирский электротехнический институт

ОПТИМИЗАЦИЯ РАБОЧИХ РЕЖИМОВ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПРИВОДОМ

Резюме. Используя классические методы вариационного исчисления, раскрываются оптимальные с точки зрения достижения максимума КПД режимы работы машин и механизмов с электромагнитным приводом (ММЭП) колебательного движения, а также наводится аналитическое выражение для максимального КПД конкретной машины.

1. ВВЕДЕНИЕ

ММЭП находят широкое применение в промышленности. На их базе созданы высокоэффективные молотки, молоты, трамбовки, насосы, вибраторы и другие устройства. Применение ММЭП будет еще более эффективным и широким, если повысить их КПД и определить для каждой конкретной машины его предельное значение. Поэтому, целью работы является вывод выражения для максимального КПД ММЭП, и определение условий, при которых он достигается.

2. ФУНКЦИЯ ЦЕЛИ

КПД ММЭП, которой необходимо совершить заданную полезную работу A_n за время T , определится

$$\eta = A_n / A_3 \quad (1)$$

где A_3 — работа, совершенная источником за время T .

В соответствии с [1] можно представить

$$A_n = \int_{x_1}^{x_2} F_3 dx \quad (2)$$

где x_1 и x_2 — координаты начального и конечного положения рабочих органов, соответственно;

F_3 — электромагнитная сила тяги привода.

Обобщенное уравнение для ММЭП имеет вид :

$$mx'' + b_1 x' + kx \pm P = F_3 \quad (3)$$

где m — масса подвижных элементов;

k, b_1 — известные коэффициенты;

P — сила сопротивления.

Разделив и умножив на dt подинтегральное выражение в (2) и учитывая (3), получим:

$$A_n = \int_0^T (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P) \dot{x} dt \quad (4)$$

Работа A_3 может быть определена как сумма работ полезной A_n и потерянной на активном сопротивлении R привода, т.е.

$$A_3 = \int_0^T (i^2 R + F_3 \dot{x}) dt \quad (5)$$

где i - ток, протекающий в обмотках привода.

Силу тяги F_3 электромагнитного привода можно представить $|I|$:

$$F_3 = 0,5 i^2 (dL/dx) \quad (6)$$

где L - индуктивность.

Подставив в (3) значение F_3 из (6) и учитывая, что индуктивность реальных ММЭП изменяется по закону $L = 1/(A + Bx)/[2]$, где A и B - известные коэффициенты, найдем квадрат тока i :

$$i^2 = -2(m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P)/(A + Bx)^2 / B \quad (7)$$

С учетом (3) и (7) выражение (5) примет вид:

$$A_3 = \int_0^T (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P) [\dot{x} - 2R/(A + Bx)^2 / B] dt \quad (8)$$

Подставив (4) и (8) в (1), получим развернутое выражение для КПД:

$$\eta = \frac{\int_0^T (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P) \dot{x} dt}{\int_0^T (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P) [\dot{x} - 2R/(A + Bx)^2 / B] dt} \quad (9)$$

3. ОПТИМАЛЬНЫЕ РАБОЧИЕ РЕЖИМЫ ММЭП

Из (9) видно, что текущее значение A_n (числитель) зависит от законов движения рабочих органов, но остается постоянным за время T . Значит задача определения максимума КПД ММЭП свелась к изопериметрической вариационной задаче, целью которой является нахождение такой функции x , при которой минимизируется функционал:

$$G = \int_0^T (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P) [\dot{x} - 2R/(A + Bx)^2 / B] dt \quad (10)$$

при наложенном на него ограничении

$$\int_0^T (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P) \dot{x} dt = A_n \quad (11)$$

Для отыскания функционала (10) с учетом ограничений (11) в соответствии с [3] будем минимизировать вместо (10) вспомогательный функционал

$$G^{**} = \int_0^T \{ (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P) [\dot{x} - 2R/(A + Bx)^2 / B + \lambda \dot{x} (m\ddot{x} + b_1\dot{x} + kx \pm P)] \} dt \quad (12)$$

где f - постоянная, определяемая из изопериметрических условий.

В соответствии с [3] уравнение Эйлера - Пуассона, определяющее экстремали минимизирующие функционалы (12) имеет вид:

$$B_1 \ddot{x} (1+f) + 4Rm \dot{x} (A+Bx) + 2RmB/x^3 + 2Rkx(A+Bx) \pm \pm 2RP(A+Bx) + kR(A+Bx)^2/B = 0 \quad (13)$$

Решая (13) /4/ найдем скорость, с которой должен перемещаться якорь ММЭП:

$$x' = \sqrt{\{C_1 - k(A+Bx)^3/2m + [2R(kA/B \pm P) + 3kB_1(1+f)/(2mB)](A+Bx)^2 - 2B_1(1+f)[2R + 3kB_1(1+f)/(4Bm)](A+Bx)/B\} / [B_1(1+f)/B + 4Rm(A+Bx)/B]} / (4Rm) \quad (14)$$

Проинтегрировав (14), найдем, как должен перемещаться якорь с рабочими органами:

$$t = \int \frac{dx}{x'} + C_2 \quad t = \int dx/x' + C_2 \quad (15)$$

где C_1 и C_2 - постоянные интегрирования.

Из (15) следует, что в общем случае найти точное аналитическое выражение для перемещения рабочих органов не представляется возможным. Поэтому, исследуем ниже только электромагнитный молоток.

4. РЕЖИМЫ РАБОТЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПО КИД МОЛОТКА

Для электромагнитного молотка $B_1 = 0$, $P = 0$ и $k = 0$. Тогда, учитывая, что потокоосцепление $\Psi = LI$ и напряжение $U = iR + \dot{\Psi}$, а также принимая во внимание (15), (7) и (6) оптимальный режим молотка будет описываться следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt[3]{[\sigma]^2 (X_k + A/B) [2(T-t)/3 + (X_k + A/B) / [\sigma]}]^{2/3} - A/B} \\ i &= [\sigma] \sqrt{Bm (X_k + A/B)} \\ \Psi &= \sqrt{m/B} \sqrt{[\sigma] \sqrt{X_k + A/B} / [2(t-T)/3 + (X_k + A/B) / [\sigma]}]^{2/3}} \quad (16) \\ U &= [\sigma] \sqrt{m(A+Bx)} [R - 1 / \{ \sqrt{B^2 [\sigma]^2 (A+Bx) [2(t-T)/3 + (A+Bx) / B [\sigma]}]^{5/3} \}} \\ T_0 &= -0.5m \sqrt[3]{(A+Bx_k) [\sigma]^2 / B} / [2(t-T)/3 + (A+Bx_k) / B [\sigma]]^{4/3} \end{aligned} \right\}$$

где $[v] = \sqrt{2\Delta l_0/m}$ - скорость соударения якоря об инструмент;

X_k, X_u - координаты начала и конца движения якоря.

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определялись из условия, что при $t = T, \dot{x} = [v]$ и $x = X_k$.

При этом, максимальный КПД молотка определится:

$$\eta = 1/[1 + 2BRT(X_k + A/B)]$$

Для примера определялась динамика оптимального электромагнитного молотка со звездообразным якорем [4]. Было установлено, что максимально возможный КПД этого молотка равен 78%. Причем, достичь его можно, если якорь в момент подключения обмотки будет иметь начальную скорость $v_0 = 2,7$ м/с, а его динамика будет описываться уравнениями (16).

Зная реальную и оптимальную динамику ММЭП, можно целенаправленно провести его модернизацию.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Смелягин А.И. Максимальный КПД электромагнита. ФТПРПИ, Наука, Новосибирск, 1982, № 4.
- [2] Ряшенцев Н.П., Ковалев Ю.З. Динамика электромагнитных импульсных систем. Новосибирск, Наука, 1974.
- [3] Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Москва, Наука, 1969.
- [4] Ряшенцев Н.П., Верховцев В.М. Расчет индуктивности электромагнита со втягивающимся якорем. Новосибирск, ИГД-ВИНИТИ, 1969.

OPTIMALIZACJA PARAMETRÓW PRACY MECHANIZMÓW Z NAPĘDEM ELEKTROMAGNETYCZNYM

Streszczenie

Wykorzystując klasyczne metody rachunku wariacyjnego znajduje się, optymalne z punktu widzenia maksimum współczynnika sprawności, parametry pracy maszyn i mechanizmów z elektromagnetycznym napędem ruchu drgającego. Poszukuje się także analitycznego wyrażenia dla maksymalnego współczynnika sprawności konkretnej maszyny.

OPTIMIZATION OF THE WORK PARAMETERS OF MECHANISMS WITH ELECTRO-MAGNETIC DRIVE

Summary

Using the classical methods of calculus of variations the work parameters of mechanisms and machines with electro-magnetic drive with oscillating motion, which are optimum from the point of view of the maximum efficiency has been presented. Besides, the analytic expression for the maximum efficiency of the given machines has been founded.