ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: MECHANIKA z.103 Nr kol. 1112

Józef Wojnarowski, Andrzej Pikoń

Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn

Politechnika Śląska

SYSTEM SALS GENEROWANIA CHARAKTERYSTYK UKŁADÓW MECHANICZNYCH METODĄ SYMBOLICZNĄ

Streszczenie. W artykule sformułowano metodę symbolicznego generowania charakterystyk układów mechanicznych. Koncepcja bazuje na formalizmie grafów biegunowych i liczb strukturalnych pierwszej kategorii. Twierdzenia algebry liczb strukturalnych zapisano w postaci twierdzeń języka TURBO-PROLOG. Graf i liczbę strukturalną zapisano w postaci list. Realizację koncepcji stanowi system komputerowy SALS. Podano przykład generowania równania charakterystycznego za pomocą SALSa.

1. WSTĘP

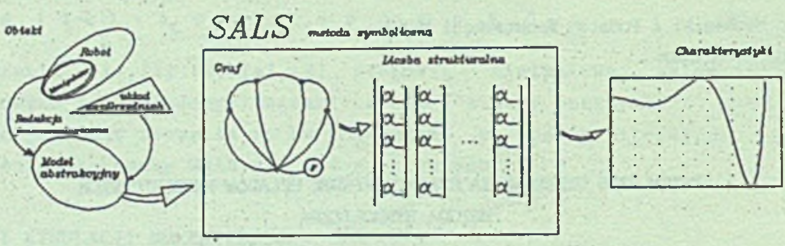
Analizując drgania układów mechanicznych komputerowymi metodami klasycznymi otrzymuje się wyniki w postaci liczbowej. Istnieją powody, aby poszukiwać rozwiązań w postaci formuły symbolicznej, która może być kombinacją elementów zbioru parametrów wejściowych, danych w postaci symbolicznej. Przypuśćmy, że chcemy wygenerować charakterystykę ilustrującą zachowanie układu w przedziale częstości $\omega \in \langle\omega_1, \omega_2\rangle$. W metodzie klasycznej należy zdyskretyzować przedział $\langle\omega_1, \omega_2\rangle$ i prowadzić obliczenia dla n wartości ω z tego przedziału - n razy. W metodzie symbolicznej analizę przeprowadza się jeden raz i otrzymuje wyniki w postaci symbolicznej, będące funkcjami parametru ω. Przejście do charakterystyk w postaci liczbowej uzyskuje się przez wprowadzenie odpowiednich liczb w miejsce parametrów.

2. FUNKCJE CHARAKTERYSTYCZNE

Analizując liniowy układ mechaniczny wyznaczamy funkcje charakterystyczne opisujące jego zachowanie. Do funkcji tych zaliczamy: sztywność dynamiczną, podatność dynamiczną, ruchliwość dynamiczną, siłową funkcję przejścia, prędkościową funkcję przejścia, równanie charakterystyczne, współczynniki głównych postaci drgań [1].

3. METODA GRAFÓW I LICZB STRUKTURALNYCH

Istnieje wiele metod generowania charakterystyk dynamicznych układów mechanicznych, które mogłyby posłużyć jako podstawa do sformułowania metody symbolicznej. Jako baza SALSa posłużyła metoda grafów biegunowych i liczb strukturalnych pierwszej kategorii, gdyż metodę tę cechuje bezpośredni związek algorytmu obliczeniowego ze strukturami analizowanego układu oraz umożliwia ona utworzenie charakterystyk dynamicznych bez konieczności tworzenia i rozwiązania różniczkowych równań ruchu. Ścieżkę przejścia od obiektu do charakterystyk przedstawia rysunek 1.



Rysunek 1. Ścieżka przejścia od obiektu do charakterystyki
Figure 1. Path from object to characteristics

4. UJĘCIE SYMBOLICZNE

Ujęcie symboliczne zostało oparte na symbolicznym zapisie struktury układu w postaci grafu, liczby strukturalnej oraz algebry liczb strukturalnych w języku TURBO PROLOG. System SALS to komputerowa implementacja Symbolicznej Algebry Liczb Strukturalnych.

Liczbę strukturalną:

$$A = \left[\begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \vdots \\ \alpha_{m1} \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} \alpha_{12} \\ \alpha_{22} \\ \vdots \\ \alpha_{m2} \end{bmatrix}_2 \cdots \begin{bmatrix} \alpha_{1n} \\ \alpha_{2n} \\ \vdots \\ \alpha_{mn} \end{bmatrix}_n \right]$$

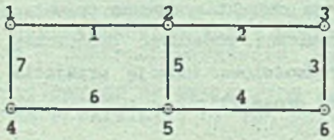
zapisujemy w Prologu jako listę, której elementami są listy elementów kolumn liczby strukturalnej.

Odpowiedni model w Turbo-Prologu ma postać:

```
DOMAINS
I=INTEGER      /* I - liczba całkowita                          */
LISTA=I*       /* LISTA - lista liczb całkowitych               */
LS=LISTA*      /* LS - liczba strukturalna: lista list liczb całkowitych */
```

W systemie SALS grafem nazywamy trójkę list W, K, I, gdzie lista W jest listą wierzchołków grafu, lista K jest listą krawędzi grafu, a lista I jest listą incydencji, czyli trójczłonową relacją opisaną na iloczynie kartezjańskim zbiorów wierzchołków i krawędzi: $I \subset W \times K \times W$

Przykładowo, graf pokazany na rysunku 2 zapisujemy w PROLOGU następująco:



lista wierzchołków W = [1,2,3,4,5,6]
lista krawędzi K = [1,2,3,4,5,6,7]
lista incydencji I = [[1,1,2], [2,2,3], [3,3,6], [6,4,5], [5,5,2], [5,6,4], [4,7,1]]

Rys. 2 Przykładowy graf
Fig.2 Sample graph

Działania algebry liczb strukturalnych zostały zapisane w postaci twierdzeń języka PROLOG. Między innymi zdefiniowano iloczyn liczb strukturalnych, pochodną i przeciwpochodną liczby strukturalnej. Przykładowo operację obliczania pochodnej liczby strukturalnej można zapisać następująco: Pochodną algebraiczną liczby strukturalnej [H¦T] po elemencie EL nazywamy liczbę strukturalną LW powstającą z [H¦T] po pominięciu kolumn nie zawierających elementu El oraz pominięciu elementu EL w kolumnach, w których on występuje.

Zbiór twierdzeń prowadzący do znalezienia pochodnej jest następujący:

pochodna_ls([],_,[])
pochodna_ls([H¦T],El,Lw)if *member*(El,H) and *pochodna_ls*(T,El,Lw1) and *usun* (El,H,H1) and *append_ls*([H1],Lw1,Lw).
pochodna_ls([_¦T],El,Lw) if *pochodna_ls*(T,El,Lw).

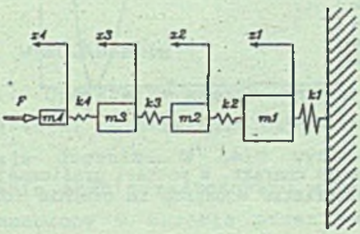
gdzie *member* oznacza element listy, *append_ls* - łączenie liczb strukturalnych, *usun* - usunięcie elementu z listy.

W wyniku zastosowania twierdzenia:

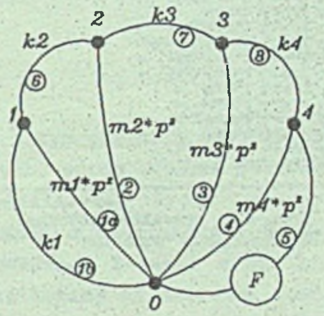
pochodna_ls([[1,3,5],[2,4,7],[1,2,3],[5,4,8]],1,Lw) otrzymamy pochodną Lw = [[3,5],[2,3]]

5. PRZYKŁAD

Jako przykład rozważmy model fenomenologiczny manipulatora robota IRB90S/2 (rys. 3.), którego graf przedstawiono na rys. 4.



Rys. 3. Uproszczony model manipulatora
Fig. 3. Simplified model of manipulator



Rys. 4. Graf modelu z rys.3
Fig. 4. Graph of the model from fig.3

W celu otrzymania równania charakterystycznego układu mechanicznego za pomocą SALSa wprowadza się do komputera strukturę grafu, a także wagi jego krawędzi. Po wprowadzeniu SALS generuje automatycznie komputerowy model grafu w postaci list oraz tworzy wewnętrzną bazę danych, w której zapisane zostają wagi krawędzi grafu. Zapis grafu w SALSie oraz wewnętrzną bazę danych przedstawiają rys. 5 i 6.

```
[0,1,2,3,4]
[1,2,3,4,5,6,7,8]
[[0,1,1],[0,2,2],[0,3,3],[0,4,4],
 [0,5,4],[1,6,2],[2,7,3],[3,8,4]]
```

Rys. 5. Zapis grafu w SALSie
Fig. 5. SALS representation of graph

```
odwzorowanie(1,"(k1+m1*p^2)")
odwzorowanie(2,"m2*p^2")
odwzorowanie(3,"m3*p^2")
odwzorowanie(4,"m4*p^2")
odwzorowanie(5,"F")
odwzorowanie(6,"k2")
odwzorowanie(7,"k3")
odwzorowanie(8,"k4")
```

Rys. 6. Wewnętrzna baza danych
Fig. 6. Internal data base

Następnie system automatycznie tworzy liczbę strukturalną grafu (rys.7) i tworzy przeciwpochodną (rys.8).

```
[[4,6,7,8],[5,6,7,8],[3,4,6,7],[3,5,6,7],
 [3,6,7,8],[2,4,6,8],[2,5,6,8],[2,3,4,6],
 [2,3,5,6],[2,3,6,8],[2,4,6,7],[2,5,6,7],
 [2,6,7,8],[1,4,7,8],[1,5,7,8],[1,3,4,7],
 [1,3,5,7],[1,3,7,8],[1,2,4,8],[1,2,5,8],
 [1,2,3,4],[1,2,3,5],[1,2,3,8],[1,2,4,7],
 [1,2,5,7],[1,2,7,8],[1,4,6,8],[1,5,6,8],
 [1,3,4,6],[1,3,5,6],[1,3,6,8],[1,4,6,7],
 [1,5,6,7],[1,6,7,8]]
```

Rys. 7. Liczba strukturalna grafu
Fig. 7. Structural number of graph

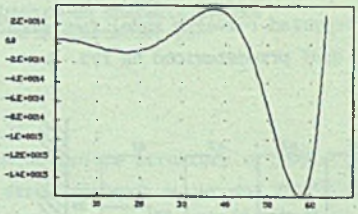
```
[[4,6,7,8],[3,4,6,7],[3,6,7,8],[2,4,6,8],
 [2,3,4,6],[2,3,6,8],[2,4,6,7],[2,6,7,8],
 [1,4,7,8],[1,3,4,7],[1,3,7,8],[1,2,4,8],
 [1,2,3,4],[1,2,3,8],[1,2,4,7],[1,2,7,8],
 [1,4,6,8],[1,3,4,6],[1,3,6,8],[1,4,6,7],
 [1,6,7,8]]
```

Rys. 8. Przeciwpochodna liczby strukturalnej
Fig. 8. Antiderivative of stuctural number

Z kolei system tworzy wyznacznik przeciwpochodnej liczby strukturalnej, który przyrównany do zera stanowi równanie charakterystyczne, w postaci symbolicznej (rys.9) oraz w postaci wykresu (rys.10).

```
( m4*p^2*k2 k3*k4  + m3*p^2*m4*p^2*k2*k3  +
  m3*p^2*k2*k3*k4  + m2*p^2*m4*p^2*k2*k4  +
  m2*p^2*m3*p^2*m4*p^2*k2  + m2*p^2*m3*p^2*k2*k4+
  m2*p^2*m4*p^2*k2*k3  + m2*p^2*k2*k3*k4  +
  (k1+m1*p^2)*m4*p^2*k3*k4+
  (k1+m1*p^2)*m3*p^2*m4*p^2*k3  +
  (k1+m1*p^2)*m3*p^2*k3*k4  +
  (k1+m1*p^2)*m2*p^2*m4*p^2*k4  +
  (k1+m1*p^2)*m2*p^2*m3*p^2*m4*p^2  +
  (k1+m1*p^2)*m2*p^2*m3*p^2*k4  +
  (k1+m1*p^2)*m2*p^2*m4*p^2*k3  +
  (k1+m1*p^2)*m2*p^2*k3*k4  +
  (k1+m1*p^2)*m4*p^2*k2*k4  +
  (k1+m1*p^2)*m3*p^2*m4*p^2*k2  +
  (k1+m1*p^2)*m3*p^2*k2*k4  +
  (k1+m1*p^2)*m4*p^2*k2*k3  +
  (k1+m1*p^2)*k2*k3*k4  ) = 0
```

Rys. 9. Równanie charakterystyczne
Fig. 9. Characteristic equation



Rys.10. Równanie charakt. w postaci graficznej
Fig.10. Characteristic equation in graphic form

LITERATURA:

[1] J.Wojnarowski: Zastosowanie grafów w analizie drgających układów mechanicznych PAN, PWN, Warszawa 1981.

[2] A. Pikoń: Koncepcja generowania charakterystyk układów mechanicznych metodą symboliczną. Praca dyplomowa magisterska, Politechnika Śląska, Gliwice 1989.

СИСТЕМА СИМВОЛИЧЕСКОГО ГЕНЕРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Р е з ю м е

Статья представляет основы концепции символического произведения характеристик механических систем. Метод графов и структурных чисел первой категории есть основой концепции. Алгебраические утверждения структурных чисел были преобразо на утверждения языка TURBO-PROLOG. Граф и структурное число записано как список. Компьютерная система SALS это конкретная реализация концепции. Был предсатвлен пример произволения характеристического уравнения при помощи системы SALS.

SALS - SYSTEM OF GENERATING SYMBOLIC CHARACTERISTICS OF MECHANICAL SYSTEM

S u m m a r y

This paper presents the basis of conception of symbolic generating of mechanical systems characteristics. This conception is based on the method of graphs and structural numbers. Theorems of algebra of structural numbers has been transformed into TURBO-PROLOG predicates. Graph and structural number has been modeled as lists. On the basis of conception the computer system SALS has been created. The example of generating of characteristic equation using SALS has been presented.