

Zbigniew Zarzycki

Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn
Politechnika Szczecińska

OBLICZANIE WSPÓŁCZYNNIKA STRAT TARCIA W PRZEWODACH ZAMKNIĘTYCH PODZAS PRZYSPIESZONEGO TURBULENTNEGO PRZEPŁYWU CIECZY

Streszczenie. W pracy przedstawiono matematyczny model nieustalonego, turbulentnego przepływu cieczy w przewodach zamkniętych bazując na czterowarstwowym rozkładzie współczynnika lepkości turbulentnej w przekroju poprzecznym przewodu. Opierając się na tym modelu wykonano obliczenia współczynnika strat tarcia podczas przyspieszonego przepływu cieczy w rurach gładkich.

1. WSTĘP

Niestacjonarne przebiegi powstające podczas przepływu cieczy w tzw. hydraulicznych liniach długich wywierają istotny wpływ na charakterystykę dynamiczną układów hydraulicznych. Dokładny matematyczny opis tych przebiegów powinien uwzględniać takie zjawiska, jak: dysypacja energii mechanicznej, rozerwanie słupa cieczy czy bezwładność ścianek przewodów. Praca niniejsza wiąże się z pierwszym zjawiskiem i dotyczy wyznaczenia strat hydraulicznych podczas turbulentnego przepływu cieczy ze szczególnym uwzględnieniem przypadku przepływu przyspieszonego, co ma duże znaczenie przy badaniu przebiegów przejściowych.

Prace dotyczące strat hydraulicznych podczas tego rodzaju przepływu - w odróżnieniu od prac poświęconych stratom dla przepływu pulsującego - są nieliczne. [1,2] i odnoszą się głównie do badań eksperymentalnych. Wyniki tych badań, choć różnią się dość znacznie, pokazują, że straty hydrauliczne podczas przyspieszania przepływu znacznie odbiegają od obliczonych wg modelu strat quasi-ustalonych.

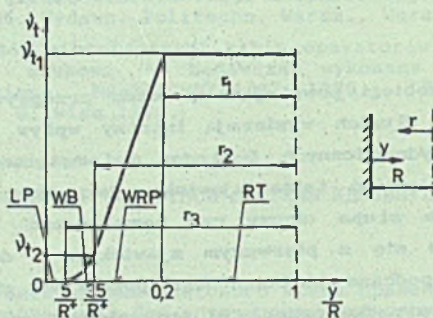
Celem niniejszej pracy jest analityczne wyznaczenie, jak i wykonanie obliczeń chwilowego współczynnika strat tarcia na podstawie dwuwymiarowego równania ruchu. Szczegółowe sprawozdanie dotyczące zagadnienia modelowania oporów hydraulicznych podczas nieustalonego przepływu oraz obliczenia można spotkać w pracach [5,6], wykonanych w ramach CPBP 02.18.

2. PRZYBLIŻONY MODEL NIESTACJONARNEGO TURBULENTNEGO PRZEPŁYWU

Chwilowy współczynnik strat tarcia określony zostanie zgodnie z przybliżonym matematycznym modelem niestacjonarnego, turbulentnego przepływu cieczy w sztywnej rurze o stałym promieniu wewnętrznym. Jeżeli założyć, że przepływ jest osiowoosymetryczny, w pełni rozwinięty oraz że ciśnienie nie zmienia się w przekroju poprzecznym przewodu, wówczas ruch cieczy opisuje równanie Reynoldsa, które przy wykorzystaniu hipotezy Boussinesq-a, przyjmuje we współrzędnych cylindrycznych: r , z następującą postać:

$$\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \nu_t \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} \right] \quad (1)$$

gdzie: \bar{v}_z, \bar{p} - oznaczają uśrednione w czasie odpowiednio: składową prędkość w kierunku osiowym i ciśnienie, ρ_0 - gęstość ustalona cieczy, t - czas, ν - kinematyczny współczynnik lepkości, ν_t - kinematyczny współczynnik lepkości turbulentnej. Przyjmuje się [3], że współczynnik lepkości turbulentnej ν_t jest tylko funkcją odległości od ścianki przewodu - y . Jego rozkład w przekroju poprzecznym przewodu na podstawie pracy [3,4] jest przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1. Rozkład lepkości turbulentnej w przekroju poprzecznym przewodu

Fig.1. Distribution of eddy viscosity in the tube cross-section

Z rys. 1 wynika, że rozkład lepkości turbulentnej w przekroju poprzecznym przewodu można zapisać następująco:

- dla lepkiej podwarstwy

$$\nu_t = 0 \quad (2)$$

- dla warstwy buforowej

$$\nu_t = 0,01y^{+2}\nu; \quad y^+ = \frac{y}{\nu} v^* \quad (3)$$

- dla warstwy rozwiniętego przepływu turbulentnego

$$\nu_t = \nu_{t2} + \left(\frac{\nu_{t1} - \nu_{t2}}{r_2 - r_1} \right) (r_2 - r) \quad (4)$$

- dla rdzenia turbulentnego

$$\nu_t = \nu_{t1} \quad (5)$$

Wielkości: $r_1, r_2, r_3, \nu_{t1}, \nu_{t2}$ są zależne od liczby Reynoldsa. Dokładną ich wartość można spotkać w pracy [5].

Przy wykorzystaniu związków: (2) - (5) równanie (1) - po przekształceniu Laplace'a przy zerowych warunkach początkowych - rozwiązuje się osobno dla poszczególnych warstw obszaru przepływu, sprowadzając je uprzednio do równań Bessela. Rozwiązania tych równań, przedstawiają rozkłady pola prędkości w poszczególnych warstwach obszaru przepływu.

3. CHWILOWY WSPÓŁCZYNNIK STRAT TARCIA

Znając rozkład pola prędkości w przekroju poprzecznym przewodu wyznacza się chwilową prędkość średnią w przekroju poprzecznym przewodu - $v_m(t)$ oraz chwilowe naprężenie styczne na ścianie przewodu - $\tau_o(t)$. Pozwoli to określić chwilowy współczynnik strat tarcia $\lambda(t)$ z zależności:

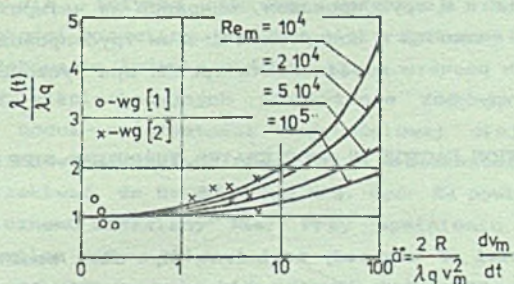
$$\tau_o(t) = \frac{1}{8} \rho_o \lambda(t) v_m^2(t) \quad (6)$$

W przypadku przyspieszonego przepływu cieczy w gładkiej rurze chwilowy współczynnik strat tarcia jest funkcją chwilowej liczby Reynoldsa Re_m i bezwymiarowego przyspieszenia \hat{a} , t.j.:

$$\lambda(t) = \lambda(Re_m, \hat{a}) \quad (7)$$

gdzie: $Re_m = \frac{2R v_m}{\nu}$; $\hat{a} = \frac{2R^3}{\nu^2} \frac{dv_m}{dt}$

Wyniki obliczeń numerycznych współczynnika λ , odniesionego do jego wartości quasi-ustalonej - λ_q przedstawiono na rys.2, gdzie przedstawiono również wyniki z badań eksperymentalnych z prac [1,2].



Rys. 2. Współczynnik strat tarcia jako funkcja Re_m i \hat{a} *

Fig.2. Friction factor as a function of Re_m and \hat{a} *

Inne wyniki obliczeń, jak i wyrażenia aproksymujące współczynnik strat

tarca oraz ich zastosowanie w obliczeniach zmian ciśnienia w układach hydraulicznych metodą charakterystyk przedstawione będą na sesji Sympozjonu.

LITERATURA

- [1] Daily W.L., Hankey W.L., Olive R.W., Jordan J.M.: Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices. *Trans. ASME*, vol.78, N79, July 1956, 1071-1077.
- [2] Popow D.N.: Ob osobiennostjach niestacyjonarnych potokow w trubach. *Izwestija WUZ. Maszynostrojenie*, Nr 7, 1972.
- [3] Glikman B.F.: Matematyczne modele przewodowodociwowych sistem. Moskwa, "Nauka", 1986.
- [4] Zarzycki Z.: Określenie strat hydraulicznych w przewodach zamkniętych podczas turbulentnego pulsującego przepływu cieczy. Materiały IX Konferencji Krajowej Mechaniki Płynów. Kraków 1990, 411-416.
- [5] Zarzycki Z.: Opracowanie modeli matematycznych opisujących zjawisko dyssypacji energii mechanicznej podczas nieustalonego przepływu w przewodach zamkniętych. Sprawozdanie z pracy nauk.-bad. wyk. w ramach CPBP 02.18. Politechnika Szczecińska, KMPKM, Szczecin 1987.
- [6] Zarzycki Z.: Obliczenia numeryczne strat hydraulicznych podczas nieustalonego przepływu cieczy w przewodach zamkniętych. Sprawozdanie z pracy nauk.-bad. wyk. w ramach CPBP 02.18. Politechnika Szczecińska, KMPKM, Szczecin 1989.

РАСЧЕТЫ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ УСКОРЕННОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ

Р е з ю м е

В работе представлена математическая модель нестационарного турбулентного движения жидкости в трубопроводах, опираясь на четырехслоинное распределение вихревой вязкости в поперечном сечении трубопровода. На основании модели проведены расчеты коэффициента трения при ускоренном течении жидкости в гладких трубах.

DETERMINATION OF FRICTION FACTOR IN ACCELERATED TURBULENT PIPE FLOW

S u m m a r y

A mathematical model of unsteady turbulent pipe flow basing oneself on four-region model for eddy viscosity in cross-section of pipe was presented. This model was adapted for determination of unsteady friction factor in accelerated flow through smooth pipes.