

Krystyna DYSZLEWSKA
Instytut Techniki Ciepłej, Łódź

MODELOWANIE MATEMATYCZNE TŁUMIKÓW AKUSTYCZNYCH Z FALĄ OBJĘTOŚCIOWĄ

Streszczenie. Opisano dwie metody obliczeń akustycznych z falą objętościową. Podstawą do obliczeń był model elektroakustyczny oraz model dyskretny. Przeprowadzono porównanie charakterystyki obliczeniowej z wynikami pomiarów prototypu tłumika.

MATHEMATICAL MODELLING OF NOISE SILENCERS WITH VOLUMETRIC WAVE

Summary. The two calculation methods of noise silencers with volumetric wave were described. The calculations were based on an electroacoustic model and a discrete model. The comparison of calculation characteristic with results of measurements was performed.

MATHEMATISCHE MODELLIERUNG VON SCHALLDÄMPFER MIT VOLUMENWELLE

Zusammenfassung. Zwei Methoden zur Berechnung von Schalldämpfer mit Volumenwelle wurden dargestellt. Die Berechnungen basieren auf einem elektroakustischen Modell als auch auf einem diskreten. Es wurde ein Vergleich zwischen der Berchnungscharakteristik und Meßresultate durchgeführt.

1. WSTĘP

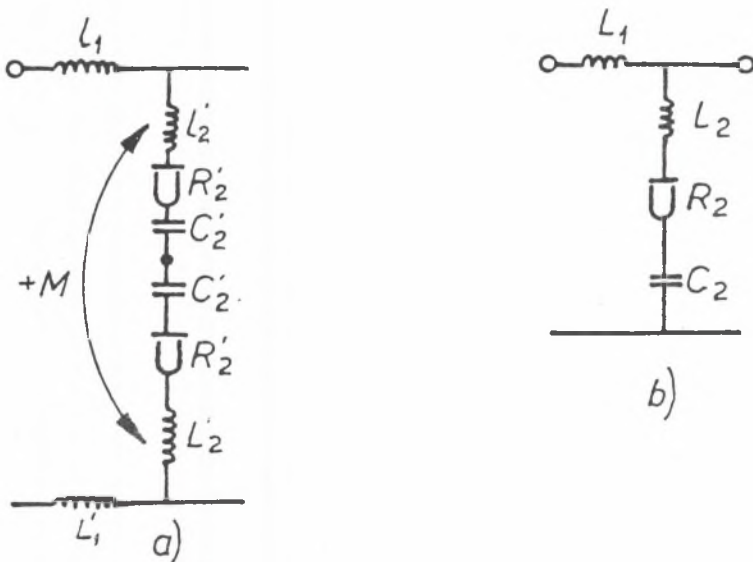
Praca urządzeń technicznych wiąże się z emisją hałasu do otoczenia, a szczególnie uciążliwe są te maszyny, które posiadają niskoczęstotliwościową charakterystykę akustyczną.

W przypadku wymaganego ograniczenia hałasu w zakresie częstotliwości niskich stosowane są tłumiki wykorzystujące rezonanse wewnętrzne, czyli filtry akustyczne.

Działanie filtrów akustycznych rozpatrywane jest najczęściej z wykorzystaniem analogii elektroakustycznej, a tworzony model elektryczny układu akustycznego analizowany jest za pomocą stosowanych metod obliczeń układów elektrycznych [5].

2. METODA KONTYNUANTY BLOKOWEJ

W metodzie kontynuanty blokowej tłumik akustyczny modelowany jest układem kaskadowym, składającym się z sekcji w postaci filtra doziemnie symetrycznego (rys. 1a), przekształconych w układ doziemnie niesymetryczny (rys. 1b) [5].



Rys. 1. Schemat elektroakustyczny sekcji typu tłumika ćwierćfalowego

Fig. 1. Electro-acoustic scheme of quarter-wave silencer section

Komory rezonansowe i odcinek falowodu między nimi modelowane są przez elementy: L'_1, L'_2, R'_2, C'_2 [5, 7]. Przy założeniu pełnego sprzężenia akustycznego M między położonymi osiowo symetrycznie komorami tłumika ćwierćfalowego można jego elementy uzależnić od wymiarów geometrycznych:

$$L_1 = \frac{\rho (A+B)}{2 (a \times B)} \quad L_2 = \frac{\rho (B+b)}{2(B \times b)} \times 0,957 \quad (1)$$

$$C_2 = 2 \frac{l_r \times B \times b}{\rho c^2} \quad R_2 = \frac{\pi \rho}{4c} \left(\frac{B \times b}{B+b} \right)^4 \omega^2$$

Tłumienie przenoszenia dla tak potraktowanego tłumika ćwierćfalowego, stanowiąc podstawę programu obliczeniowego, wynosi:

$$TL = 10 \log [Z_1 + Y_{2n}] [Y_2 + Y_{2n}] Y_{2n}^{-1} \quad (2)$$

Korzystając z zastępczego schematu elektroakustycznego tłumika ćwierćfalowego, dla każdej pulsacji ω wyznaczana jest wartość tłumienia $TL(Ib, B, \omega)$, gdzie:

$Ib = [b(1), b(2), \dots, b(z)]$ – szerokość komory tłumika,
 B – długość tłumika,
 ω – pulsacja.

Rozwiązanie zadania polega na takim wyznaczeniu parametrów Ib , aby przy ustalonym parametrze B przedział:

$$\text{del } \omega = [\omega : \omega \in < \omega_0, \omega_K > \wedge TL(Ib, B, \omega) > stl]$$

był największy.

Parametry optymalizacyjne poszukiwane są w zbiorze:

$$W = [Ib = R^n \wedge b(n) \in <, b_{mo}, b_{mk} > \wedge p(Ib, B) \leq sp] \quad (3)$$

$$i = 1 : n$$

gdzie:

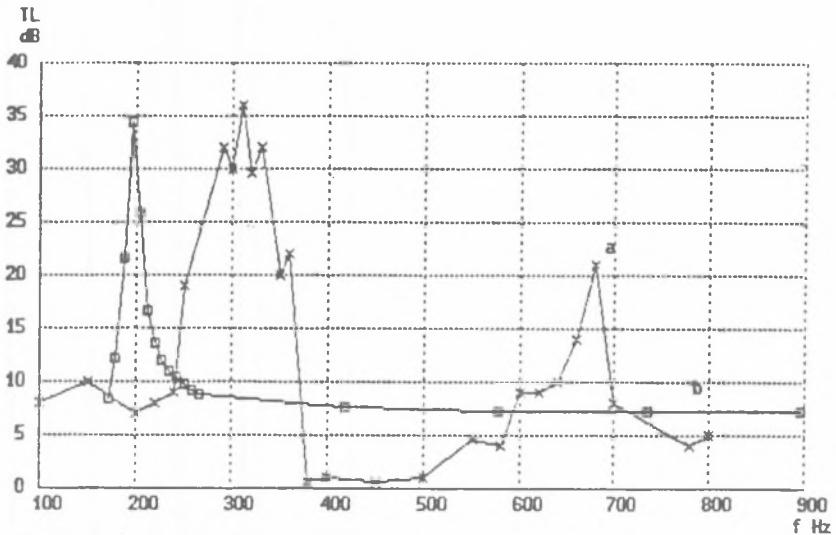
$p(Ib, B)$ – straty ciśnienia w tłumiku.

Do rozwiązania powyższego zadania zastosowano bezgradientową metodę Gaussa poszukiwać ekstremum w kierunku. Ze względu na istnienie w zbiorze

rze wielu lokalnych maksimum, dla rozpatrywanego zadania przyjęto wielokrotny losowy wybór punktu startowego obliczeń.

Danymi do programu TLUMIK są:

- sc* – prędkość dźwięku w temperaturze T ,
- swr* – podstawowa pulsacja rezonatora (częstość łopatkowa),
- sq* – gęstość czynnika w temperaturze T ,
- sp* – dopuszczalne straty ciśnienia,
- stl* – wartość graniczna tłumienia,
- sv* – wydatek objętościowy wentylatora,
- bmo, bmk, bmd* – krańce przedziału i zmiana składowych parametru I_b ,
- bdo, bdk, bdm* – krańce przedziału i zmiana parametru B ,
- n* – liczba elementów rezonansowych,
- nq* – liczba równoległych sekcji tłumika,
- ips* – liczba punktów startowych,
- delw* – dokładność obliczenia miejsca zerowego funkcji.



a-wartosci pomiarowe, b-wartosci obliczeniowe

Rys. 2. Porównanie akustycznej skuteczności tłumika określonej według programu TLUMIK i uzyskanej metodą pomiarową

Fig. 2. Comparison of calculated by TLUMIK program and measured acoustic effectiveness of silencer

Program podaje na monitor lub drukarkę wyniki poszczególnych optymalizacji oraz końcowy rezultat wraz z policzonymi wartościami elementów schematu zastępczego. Uzupełnieniem są wyniki w postaci tabelarycznej lub w formie wykresu przewidywanej wartości tłumienia.

W ramach testowania programu wykonano obliczenia tłumika ćwierćfalowego. Porównanie wyników obliczeń z wartościami będącymi wynikiem pomiarów skuteczności TL tłumika ilustruje rys. 2.

3. METODA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Obliczenia skuteczności akustycznej tłumików rezonansowych wykonano na podstawie opracowanej metody elementów skończonych, bazującej na metodzie Galerkinia [3]. Zagadnienie sprowadza się do rozwiązania równania o postaci:

$$\int_{\Omega} [\nabla(p^+ + p^-) \nabla v - k^2 (p^+ + p^-)v] d\Omega + jA_o \int_{S_1} [\rho\omega (p^+ - p^-)v] dS -$$

$$- jA_o \int_{S_2} [\rho\omega (p^+ + p^-)v] dS \quad (4)$$

Metoda elementów skończonych [7] jest szczególnym przypadkiem metody Galerkinia i wyróżnia się specjalną konstrukcją funkcji bazowych $[w_j]_{j=1}^m$.

Obszar Ω stanowi przekrój osiowy pojedynczej komory tłumika wielokomorowego. Obliczenia wykonane są osobno dla każdej komory, przyjmując ciśnienie na wlocie jako ciśnienie wylotowe komory poprzedzającej. Tłumik ćwierćfalowy jest układem o symetrii osiowej, dlatego obliczenia można wykonać w jednej płaszczyźnie. Dzięki temu otrzymuje się zagadnienie płaskie, które w pojedynczym cyklu obliczeniowym sprowadza się do rozwiązania zadania (4).

Obszar Ω stanowi dowolny trójkąt, przy czym brzegi S_1 i S_2 są fragmentami dowolnych przeciwległych boków. Obszar Ω dzieli się na n_{Ω} trójkątów, a przez N_{Ω} oznacza się zbiór wszystkich wierzchołków tych trójkątów. Przez $K(b)$ oznaczono obszar złożony ze wszystkich trójkątów o wierzchołku b , przy czym węzeł $b \in N_{\Omega}$. Funkcja bazowa musi spełniać następujące warunki:

$$w_b(b_i) = \begin{cases} 1 & b_i = b \\ 0 & b_i \in N_\Omega - \{b\} \end{cases} \quad (5)$$

Craggs A. [2] wykazał, że nośnikiem funkcji bazowej w_b jest obszar $K(b)$, przy czym dla każdego trójkąta należącego do obszaru $K(b)$ funkcje można przedstawić w postaci wielomianu pierwszego stopnia. Tak sformułowana przestrzeń jest podprzestrzenią przestrzeni $H^1(\Omega)$ Sobolewa [3].

Do rozwiązania zadania (4) zastosowano metodę elementu skończonego z podprzestrzenią skończenie wymiarową. Wartość ciśnienia akustycznego w węźle b wynosi:

$$p = \sum_{b \in N_\Omega} p_b w_b$$

przy czym $p_b \in C$.

Rozwiązane równanie przybiera postać:

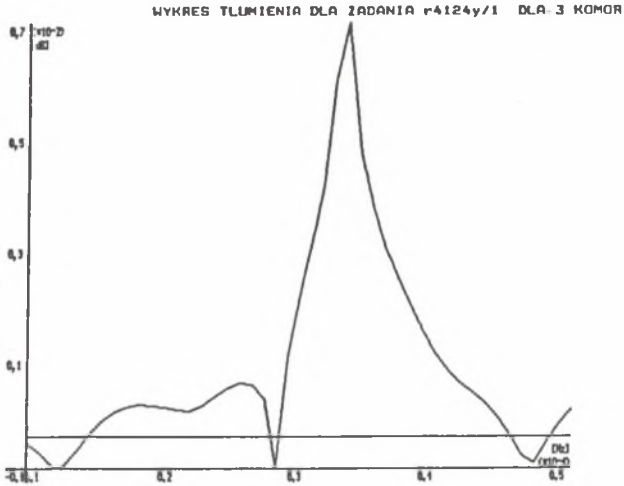
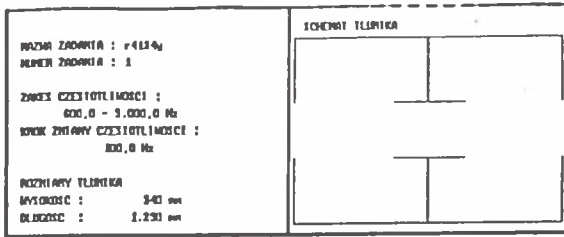
$$(\bar{A}_1 - k^2 \bar{A}_2) (p^+ + p^-) + jk A_o \bar{B} (\bar{p}^+ - \bar{p}^-) - jk \bar{C} \bar{p} = 0 \quad (6)$$

Do numerycznego rozwiązania postawionego zagadnienia opracowano zestaw programów **MES**, napisanych w języku Paskal 6,0, składających się z następujących programów:

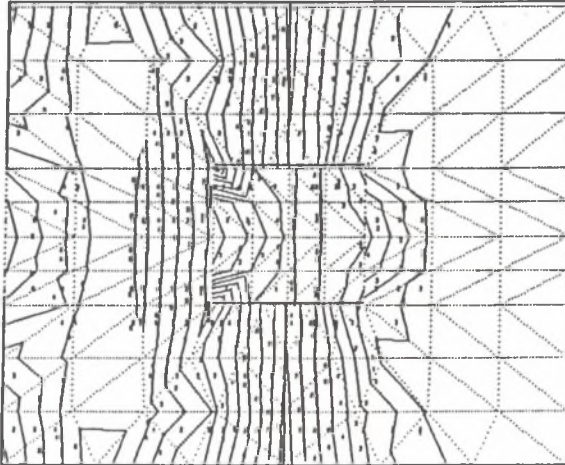
- PODZIAŁ** – dokonuje podziału komór tłumika na elementy skończone,
- INFO** – przechowuje podstawowe informacje o podziale,
- MESTYL** – wykonuje obliczenia rozkładu ciśnienia akustycznego,
- CSR** – przedstawia wyniki obliczeń skuteczności akustycznej tłumika,
- GRAF** – prezentuje w postaci graficznej wyniki obliczeń.

Wykonanie obliczeń skuteczności akustycznej tłumika ćwierćfalowego wymaga przygotowania następujących danych:

- ω – częstotliwość początkowa cyklu obliczeniowego,
- ωk – częstotliwość końcowa cyklu obliczeniowego,
- $d\omega$ – krok zmiany częstotliwości,
- po – wartość skuteczna akustycznego ciśnienia wlotowego,
- n – maksymalna liczba węzłów podziału na elementy,
- $1 + 8$ – dane geometryczne w postaci współrzędnych charakterystycznych punktów komory tłumika.



ZADANIE : r4124y/1 NUMER : 1; $\omega = 3200,0$; T.L. = 71,31
 ROZKLAD FUNKCJI CIŚNIENIA $F(p) = |p|$



WARTOŚCI FUNKCJI CIŚNIENIA NA IZOLINIACH

KOMORA 1	KOMORA 2	KOMORA 3
p= 2.70E-0003	pe 1.65E-0003	pe 5.63E-0006
pd 9.87E-0002	pd 1.77E-0003	pd 1.35E-0003
dp 1.20E-0002	dp 1.53E-0003	dp 1.68E-0004
1 8.70E-0003	1 1.66E-0003	1 8.94E-0005
2 2.07E-0002	2 1.67E-0003	2 2.57E-0004
3 3.27E-0002	3 1.69E-0003	3 4.25E-0004
4 4.47E-0002	4 1.70E-0003	4 5.92E-0004
5 5.67E-0002	5 1.72E-0003	5 7.60E-0004
6 6.87E-0002	6 1.73E-0003	6 9.27E-0004
7 8.07E-0002	7 1.75E-0003	7 1.10E-0003
8 9.27E-0002	8 1.76E-0003	8 1.26E-0003

Rys. 4. Zestaw wyników obliczeń tłumika ćwierćfalowego

Fig. 4. Results of calculations.

W celu przeprowadzenia obliczeń dokonuje się podziału obszaru obliczeniowego osobno dla każdej części (A, B, C), przy czym liczba węzłów nie może przekraczać ustalonej liczby n .

Ustalone opcje programowe pozwalają w prosty sposób zmieniać niektóre parametry (dane) wejściowe, do których należą: ciśnienie akustyczne, zakres częstotliwości oraz krok zmiany i liczba elementów podziału.

Program GRAF prezentuje następujące wyniki przeprowadzonych obliczeń:

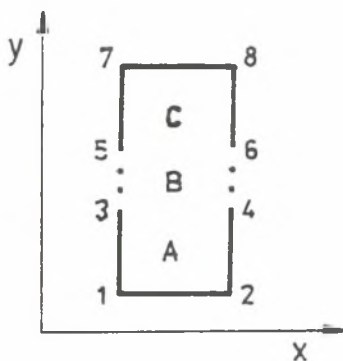
- wykres tłumienia przenoszenia dla tłumika wielokomorowego oraz między dwoma dowolnie wybranymi komorami,
- rozkład ciśnienia akustycznego dla różnej liczby izolinii, przy ustalonej wartości tłumienia.

Równocześnie przedstawiany jest szkic tłumika oraz podawane są jego podstawowe parametry geometryczne i zakres wykonywanych obliczeń.

Opracowane programy porównywane były z wynikami uzyskanymi w czasie pomiarów tłumików modelowych (lub prototypowych). Zestaw wyników obliczeń tłumika prototypowego przedstawiono na rys. 4, a porównanie wyników obliczeń tłumienia uzyskanych metodą, ze skutecznością określoną metodą pomiarową na rys. 5.

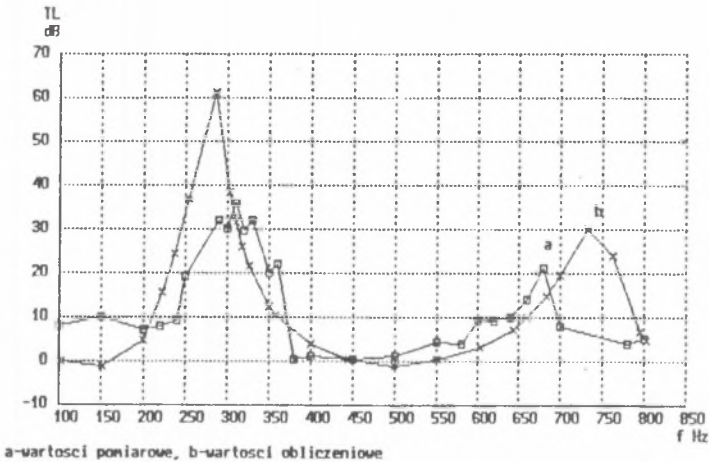
4. UWAGI DOTYCZĄCE PROPONOWANYCH METOD OBLICZENIOWYCH

Opracowane metody obliczeniowe posiadają cechy uniwersalności dla dowolnych układów rezonansowych. Jednak ze względu na przyjęte założenia metody obliczeniowej występują pewne różnice między wynikami obliczeń a wynikami pomiarów. Porównanie wyników pomiaru tłumienia przenoszenia prototypowego tłumika z charakterystyką określoną metodą elektroakustyczną i metodą elementów skończonych (rys. 6) pozwala na wyciągnięcie następujących wniosków:



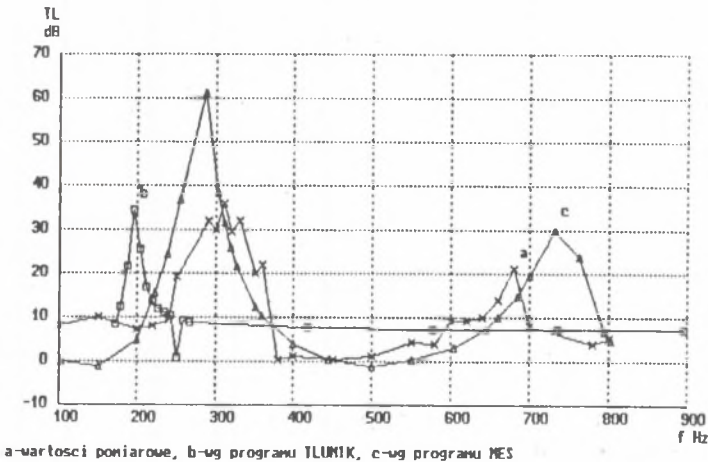
Rys. 3. Obszary obliczeniowe oraz współrzędne węzłów sekcji tłumika ćwierćfalowego

Fig. 3. Computational fields and nodes coordinates of quarter-wave silencer



Rys. 5. Porównanie skuteczności akustycznej tłumika określonej według programu MES i otrzymanej metodą pomiarową

Fig. 5. Comparison of calculated by MES program and measured acoustic effectiveness of silencer

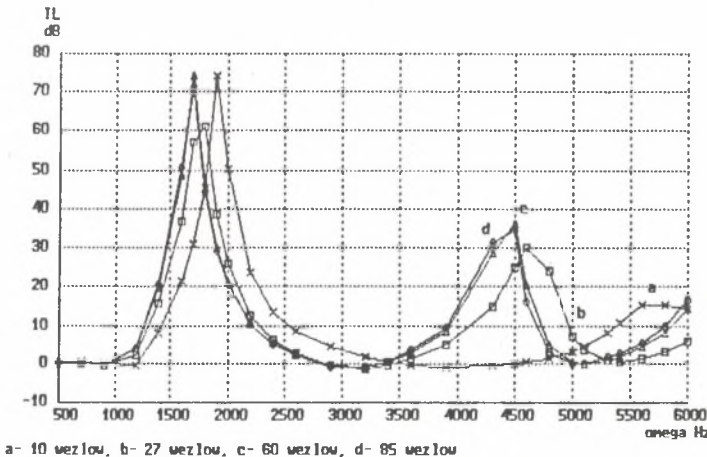


Rys. 6. Porównanie pomiarowej charakterystyki tłumika z określonymi według programów obliczeniowych TLUMIK i MES

Fig. 6. Comparison of "TLUMIK" and "MES" characteristics

- 1) Skuteczność tłumika obliczona z wykorzystaniem zastępczego schematu elektroakustycznego pozwala jedynie w przybliżeniu ocenić skuteczność proponowanego rozwiązania. Charakterystyka tłumienia nie wykazuje charakteru ćwierćfalowego (duże tłumienie tylko dla częstotliwości podstawowej). Należy jednak pamiętać, że modelowanie układu akustycznego schematem elektroakustycznym nie pozwala na uwzględnienie nachylenia komór rezonansowych.
- 2) Obliczeniowa charakterystyka uzyskana metodą elementów skończonych praktycznie pokrywa się z charakterystyką pomiarową. Występujące przesunięcie harmonicznej częstotliwości podstawowej wynika z tego, że założono występowanie jedynie fal płaskich, a w czasie wykonywania pomiarów powyżej częstotliwości 500 Hz obserwowane były fale cylindryczne.
- 3) Maksymalna liczba elementów podziału dla poszczególnych komór tłumika wielokomorowego wynosi 100. Przeprowadzone obliczenia tłumika dla różnych węzłów podziału (rys. 7) wykazały, że liczba węzłów powinna spełniać warunek:

$$30 \leq n \leq 60$$



Rys. 7. Zależność charakterystyki tłumienia od liczby węzłów podziału komór tłumika ćwierćfalowego

Fig. 7. Relationship between attenuation diagram and nodes number of partition of sound chambers

Zakres ten zapewnia dobrą zgodność z wynikami pomiarów, a jednocześnie pozwala na stosunkowo szybkie obliczenia.

- 4) Program **TLUMIK** posiada opcje uwzględniające parametry przepływowe wentylatora i maksymalne opory instalacji. Określając zakres zmian parametrów geometrycznych tłumika (długość tłumika, szerokość komory rezonansowej) dla ustalonej wydajności objętościowej wentylatora i maksymalnego oporu przepływu instalacji z zamontowanym tłumikiem, można przeprowadzić optymalizację konstrukcji tłumika.
- 5) Określone programem **TLUMIK** parametry geometryczne należy weryfikować programem **MES** dla ustalonych parametrów akustycznych wentylatora przewidzianego do wyciszania (przy założeniu sinusoidalnej fali akustycznej w kanałach wentylacyjnych).

LITERATURA

- [1] Beranek L. L.: Noise and vibration control, Mc Graw – Hill, New York 1971.
- [2] Craggs A.: A finite element method for damped acoustic systems; an application to evaluate the performance of reactive mufflers, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 148/3, 1976.
- [3] Claret P.: Metod koniecznych elementów dla eliptyczeskich zadacz, Mir, Moskwa 1980.
- [4] Morse M. P., Ingard K.U.: Theoretical acoustics, Mc Graw – Hill, New York 1968.
- [5] Munjal M. L.: Acoustical of ducts and mufflers, John Wiley & Sons, New York 1989.
- [6] Olson H. F.: Dynamical analogies, Inostranna Literatura, Moskwa 1947.
- [7] Young Ch. J., Crocker M. J.: Finite element acoustical analysis of complex muffler systems with and without wall vibrations, *Noise Control Engineering*, September–October, 1977.

Abstract

The paper presents two methods of calculating noise silencers with volumetric wave. The calculations were based on the electro-acoustic model

and on the discrete model. The calculation characteristics were compared with results of measurements. Figure 2 presents the results calculated for the silencer prototype, whereas figure 5 presents the comparison between the results calculated by this model and the results of measurements.

The calculation methods presented in this paper have some universal features for any resonance systems. Due to the assumptions of the calculation methods there are some differences between the results of calculations and the results of measurements. The comparison of the measurement results for the prototype silencer with the characteristics determined by the electro-acoustic method and the finite element method entails the following conclusions:

- the efficiency of the silencer performance was calculated on the basis of a substitute electro-acoustic diagram, therefore it is possible to evaluate this solution only approximately.
- the characteristics calculated by the finite element method is almost convergent with the characteristics achieved by measurements. The observed shift of the basic harmonic frequency is due to the fact that only flat waves were assumed, whereas while measurements were taken, cylinder waves were also observed.