

Jerzy KRAWCZYK

PAN, Instytut Mechaniki i Górotworu, Kraków

## **SYMULACJA NIEUSTALONEGO PRZEPŁYWU POWIETRZA PRZEZ WENTYLATOR WYWOŁANEGO ZAŁĄCZENIEM I WYŁĄCZENIEM SILNIKA**

**Streszczenie.** Przedstawiono wyniki symulacji komputerowej stanów nieustalonych układu bocznica – wentylator w trakcie rozruchu wentylatora, omówiono wpływ pominięcia bądź uwzględnienia ściśliwości powietrza na charakter rozwiązań. Układ bocznica – wentylator przybliżono zlinearyzowanym i nieliniowymi modelami matematycznymi o stałych skupionych, a rozwiązania otrzymano na drodze całkowania numerycznego. Opis uwzględniający bezwładność i ściśliwość powietrza pozwolił na przedstawienie zachowania się układów o jednym lub kilku niestabilnych punktach pracy i pokazanie możliwości powstania cyklu granicznego. Otrzymane rozwiązania potwierdzają stosowalność kryterium stabilności H. Bystronia.

## **A SIMULATION OF UNSTEADY FLOW THROUGH A FAN CAUSED BY SWITCHING ON AND OFF THE MOTOR**

**Summary.** Results of a computer simulation of unsteady states of a branch – fan system have been presented. The system was represented by linear and nonlinear mathematical models including acoustic mass and capacity. Transient states for stable and unstable working points and a limit cycle example have been calculated.

## **SIMULATION DER NICHTSTATIONÄREN LUFTSTRÖMUNG DURCH EINENVENTILATOR, DIE DURCH EIN – UND AUS – -SCHALTUNG DES MOTORS HERVORGERUFEN WIRD**

**Zusammenfassung.** Es wurden Ergebnisse der Komputersimulation der nichtstationären Zustände des Systems Strecke – Ventilator vorgestellt. In linearen und nichtlinearen Systems wurden Masse und akustische Kapazität berücksichtigt. Es wurden der Zeitverlauf für stabile und nichtstabile Arbeitspunkte dargestellt, wie auch ein Beispiel des Grenzyklus.

## WPROWADZENIE

W kopalnianej sieci wentylacyjnej w większości przypadków do opisu przepływu w bocznicach wystarczą jednowymiarowe modele matematyczne lub numeryczne [7], [10]. To jednowymiarowe przybliżenie ułatwia rozwiązanie układu równań dla całej sieci. Jednak nawet wtedy najczęściej mamy możliwość otrzymania jedynie rozwiązania numerycznego, konieczne jest opracowanie złożonego programu, a wyniki są rezultatem długotrwałych obliczeń. Dlatego od dawna stosowano różne opisy, począwszy od najbardziej złożonego modelu o stałych rozłożonych, po coraz bardziej uproszczone modele o stałych skupionych. Istotną sprawą jest określenie zakresu stosowalności poszczególnych modeli, dla zlinearyzowanych wygodne jest stosowanie metod częstotliwościowych [6], lecz jeśli chcemy uwzględniać nieliniowości, to często konieczne jest porównywanie rozwiązań dla konkretnych przypadków, by stwierdzić, jak dalece można uprościć model matematyczny, by kosztem minimalnego nakładu obliczeń wystarczająco dokładnie opisywać interesujące nas zjawiska.

Pewien pogląd na możliwości poszczególnych modeli można sobie wyrobić badając modele dla pojedynczej bocznicy. Istnieją metody doboru parametrów bocznicy zastępczej, tak by w pewnym stopniu reprezentowała niektóre własności dynamiczne i statyczne sieci [3]. W ten sposób badanie układu bocznicawentylator może być pożyteczne przykładowo przy ocenie stabilności wentylatora w sieci kopalnianej [3]. Model o podobnym stopniu złożoności dla jednoczkowej sieci stosowano w pracy [4].

Najprostszym z dynamicznych modeli jest opis uwzględniający bezwładność przepływającego powietrza w formie tzw. masy akustycznej bocznicy [5]:

$$\beta \frac{dQ}{dt} = \Delta p(Q) - R |Q| Q \quad (1)$$

gdzie:

$Q$  – wydatek masowy,

$\Delta p(Q)$  – depresja wentylatora,

$\beta = \frac{L}{F}$  – masa akustyczna,

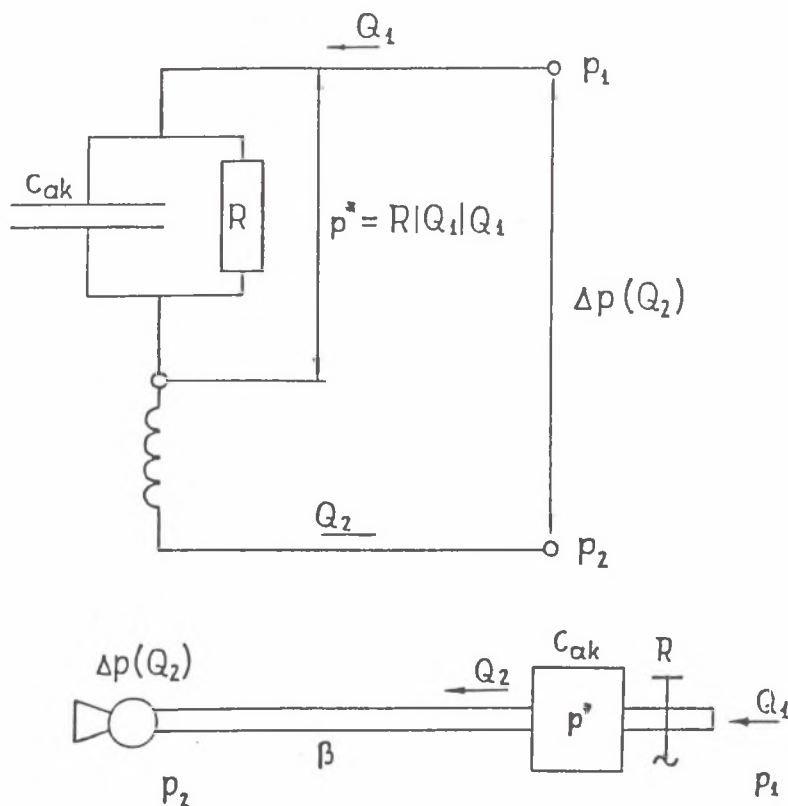
$R = \frac{\lambda LA}{8\rho F^3}$  – opór bocznicy,  $L$  – długość bocznicy,

$F$  – pole przekroju,  $A$  – obwód przekroju,

$\rho$  – gęstość powietrza,  $\lambda$  – współczynnik oporu.

W programie komputerowym równanie (1) rozwiązywane jest w sposób przybliżony metodą Rungego–Kutty 4– lub 2–punktową [2]. Poprawność rozwiązań oceniano porównując wyniki obliczeń ze znanymi [1] rozwiązaniami analitycznymi dla włączania i wyłączania wentylatora o charakterystyce  $p = \text{const}$ .

W pracy [3] wyprowadzono układ równań, w którym sieć wentylacyjną zastąpiono układem o stałych skupionych – bezwładność przepływającego powietrza reprezentuje tu masa akustyczna  $\beta$ , a ściśliwość pojemność akustyczna  $c_{ak}$ . Układ ten przedstawiono schematycznie na rysunku 1. Przez  $Q_1$  oznaczono wydatek masowy na wlocie,  $p_1$  – ciśnienie na wlocie,  $R$  – opór skupiony równoważny oporowi bocznicy,  $C_{ak}$  – pojemność akustyczna równoważna pojemności bocznicy,  $p^*$  – ciśnienie w komorze reprezentującej pojemność,  $\beta$  – masa akustyczna,  $p_2$  – ciśnienie na wlocie wentylatora ssącego,  $Q_2$  – wydatek na wylocie,  $\Delta p(Q_2)$  – depresja wentylatora ssącego.



Rys. 1. Układ bocznic – wentylator – model o stałych skupionych

Fig. 1. Lag-by – fan system. Model with concentrated constants

Przy pominięciu depresji naturalnej i założeniu, że w stanach nieustalonych powietrze podlega przemianie adiabatycznej, przepływ opisują równania:

$$\begin{cases} \beta \frac{dQ_2}{dt} = \Delta p(Q_2) - p^* \\ C_{ak} \frac{dp^*}{dt} = [Q_2 - Q_1(p^*)] \end{cases} \quad (2)$$

$$p^* = R |Q_1| Q_1 \Rightarrow Q_1 = \operatorname{sgn}(p^*) \sqrt{\frac{|p^*|}{R}} \quad (3)$$

$$C_{ak} = \frac{LF}{c^2}, \quad c - \text{prędkość dźwięku.} \quad (4)$$

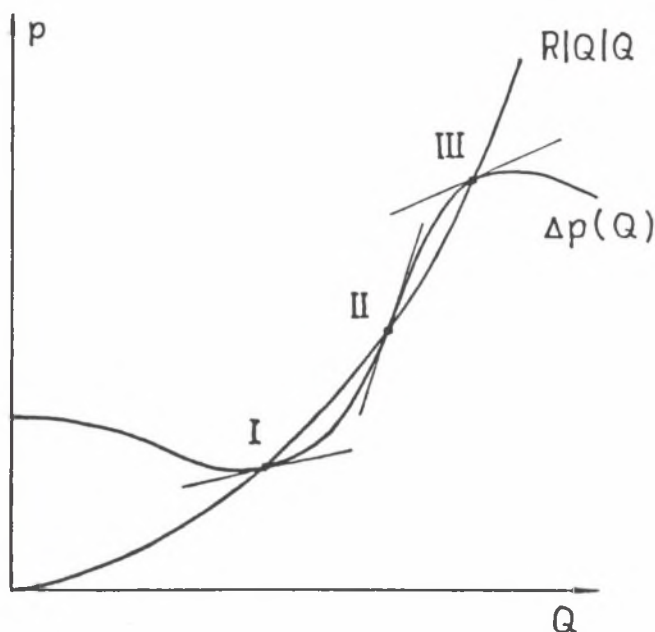
W pracy [3] zlinearyzowano powyższy opis, co pozwoliło na zastosowanie kryterium Hurwitza do badania stabilności w otoczeniu punktu pracy i podano dwa kryteria stabilności – statyczne i dynamiczne. Gdy jest spełnione kryterium statyczne, to układ ma punkt równowagi dla  $Q_{\text{stat}}$ ,  $p_{\text{stat}}$  i jest ono równoważne warunkowi, by nachylenie charakterystyki wentylatora było mniejsze niż nachylenie krzywej wyrażającej spadek naporu na oporze bocznicy.

Drugie z kryteriów, nazwane dynamicznym, przy spełnieniu pierwszego zapewnia dodatnią wartość współczynnika tłumienia drgań okresowych  $\xi$ .

Znajomość rozwiązań analitycznych dla małych odchyłeń od stanu równowagi posłużyła do wstępnej oceny poprawności rozwiązań numerycznych nieliniowego układu. Stwierdzono duże podobieństwo przebiegów startujących z  $Q_0$  nieznacznie różniącego się od  $Q_{\text{stat}}$  – wydatku w punkcie pracy.

W niestabilnych punktach pracy rozwiązania równań liniowych zmierzają do nieskończoności. Jeśli uwzględnimy nieliniowość oporu i charakterystyki wentylatora, to w sposób bardziej wiarygodny możemy przeprowadzić symulację niestabilnego (wg kryterium H. Bystronia) układu bocznica – wentylator.

Niestabilne punkty pracy występują w niektórych układach bocznica – wentylator osiowy. Na rysunku 2 przedstawiono charakterystyki układu, który ma trzy punkty pracy, środkowy jest niestabilny statycznie. Zależnie od wartości parametrów układu poszczególne punkty pracy mogą być niestabilne dynamicznie. W dalszej części artykułu rozpatrzono przypadki dynamicznej niestabilności wszystkich lub niektórych z punktów pracy.



Rys. 2. Układ bocznicia – wentylator o trzech punktach pracy, punkt II niestabilny statycznie

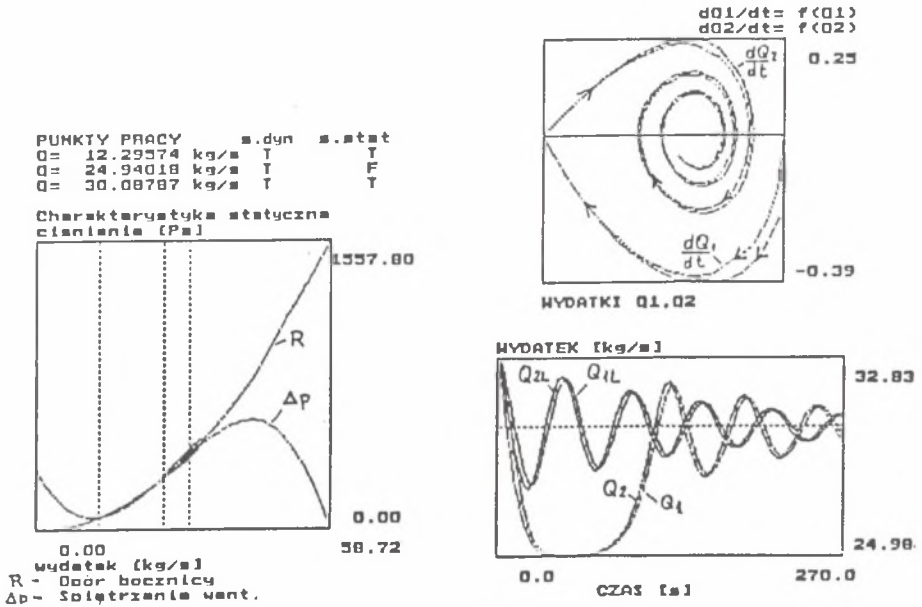
Fig. 2. Lag-by – fan system with three working points

## 2. WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Przeprowadzono obliczenia dla trzech modeli matematycznych:

- model z masą akustyczną (1) – rozwiązanie analityczne dla załączania wentylatora o płaskiej charakterystyce  $\Delta p = \text{const}$  i numeryczne dla dowolnych wartości wydatku dla  $t = 0$  i charakterystyki wentylatora opisanej wielomianem;
- liniowy model uwzględniający masę i pojemność akustyczną (wg H. Bystronia) – otrzymujemy rozwiązania numeryczne i analityczne;
- nieliniowa odmiana poprzedniego modelu (2) – tutaj mamy do dyspozycji jedynie rozwiązania numeryczne lub metodą graficzną [9].





Rys. 4. Porównanie przebiegów dla modeli linearyzowanego i nieliniowego, przy trzech punktach pracy wentylatora

Fig. 4. Comparison of functions for linearized and nonlinear models for three fan working points

jednego ze stabilnych punktów pracy. Przy dwóch niestabilnych dynamicznie punktach pracy rozwiązanie zmierza do najniższego, stabilnego punktu pracy. Po starcie z punktu pracy, jeśli jest on niestabilny, rozwiązanie zmierza do stabilnego dynamicznie punktu pracy (rys. 5).

Jeśli układ bocznica-wentylator nie ma stabilnych dynamicznie punktów pracy, to – jak widać na rys. 6 – obserwujemy oscylacje charakteryzujące się cyklem granicznym – niezależnie od punktu startowego rozwiązanie zmierza do okresowego.





## LITERATURA

- [1] Waclawik J., Białas S., Branny M., Roszczynialski W.: Algorytmy i programy wentylacji i klimatyzacji kopalń. Wyd. "Śląsk", Katowice 1983.
- [2] Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1986.
- [3] Bystron H.: Analityczna metoda badania stabilności pracy wentylatorów głównych w kopalnianych sieciach wentylacyjnych traktowanych jako układy o stałych skupionych. Prace GIG, Komunikat nr 576, Katowice 1973, s. 54.
- [4] Longson I., Trutwin W., Tuck M.A. and Bundred S.I.: Booster fans – Prediction and measurement of the ventilation system response to stopping and re-starting, with consideration of the impact on underground environmental safety. Fifth Mine Vent. Congr., Technical Papers, The Mine Vent. Society of South Africa, Johannesburg 1992.
- [5] Trutwin W.: On Transients of Airflow in Mine Workings. Science and Technology, 6 (1988), pp. 247–254.
- [6] Tracz J.: Zastosowanie metod częstotliwościowych do badania własności dynamicznych kopalnianej sieci wentylacyjnej. Praca doktorska. IMG PAN, 1990.
- [7] Tracz J.: On the Applicability of Mathematical Models of Flow of Air and Gases due to an Outburst in the Mine Ventilation Network. Archiwum Górnictwa, vol. 32, pp. 3–10, (1987).
- [8] Trutwin W.: Use of Digital Computers for the Study of Non-Steady States and Automatic Control Problems in Mine Ventilation Networks. Int. J. Rock. Mech. Min. Sci., vol. 9, pp. 289–293.
- [9] Kozakiewicz W.: O pompażu w kompresorach. DAN SSSR, t. 115, (4), 1957, pp. 677–680.
- [10] Litwiniyszyn J.: A problem of dynamics of flow in conduit networks, Bull. Acad. Polon. Sci. Lett. Ser. Math. 1,(3), pp. 325–339 (1951).
- [11] Litwiniyszyn J.: Flow Stability in Pipe Networks, Bull. Acad. Polon. Sci. Lett. Ser. Techn. 7,(10), pp. 599–608 (1959).

**Abstract**

The paper presents results of the computer simulation of unsteady branch-fan system states while starting the fan, considering the influence of air compressibility. The branch-fan system was represented by linear and

non-linear mathematical models with convergent constants, and solutions were presented in the form of numeric integration. The description of the phenomenon of air compressibility and air inertia enabled the presentation of the operating of systems with one or more unsteady work test-stands and the possibility of the limit cycle emergence. The results confirm the adequacy of applying the stability criterion proposed by H. Bystron.

Figure 3 illustrates the comparison between the course of switching on the fan by means of the described incompressible mode (1) and compressible model (2). The changes of expenses in time are illustrated in the right bottom corner of illustration 3, and the phase diagram is shown just above it, the branch and fan characteristics is placed on the left bottom corner of the illustration, and just above there is information on the values of expenses at the positions and their static and dynamic stability.

Thanks to the non-linear model the courses of unsteady work test-stands may be observed. Illustration 4 presents the solution at the statically unstable work test-stand and next it is approaching one of the steady stands. After two dynamically unsteady stands the solution approaches the lowest steady work stand (see illustration 5).