ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1992

Seria: MECHANIKA z. 107 Nr kol. 1154

Tomasz Goetzendorf-Grabowski

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska

OBLICZANIE POCHODNYCH AERODYNAMICZNYCH SAMOLOTU W ZAKRESIE NADDŹWIĘKOWYM PRZY ZASTOSOWANIU METODY "PUDEŁEK MACHA"

Streszczenie. W pracy przedstawiono model fizyczny i matematyczny samolotu w naddźwiękowym przepływie potencjalnym. Pokazano metodę obliczeniową, zwaną metodą "PUDEŁEK MACHA" oraz wyniki obliczeń pochodnych aerodynamicznych samolotu.

Резуме. В работе передставлена физическая и математическая модель самолета в стационарном сверхзвуковом потоке газа. Показан численный метод, названная методом коробков Маха (метод ячеек) и результаты вычисления аэродинамических производных.

Summary. Work contents aircraft physical and mathematical models in supersonic potential flow. Numerical method, called MACH BOX METHOD and calculation results of stability derivates are presented.

1. WSTĘP

Model przepływu potencjalnego jest obecnie chyba najpowszechniej stosowanym modelem do opisu opływu ciał, gdyż pomimo wielu uproszczeń wyniki uzyskane przy jego zastosowaniu nie odbiegają znacząco od wyników otrzymanych z wykorzystaniem modeli pełniejszych, przy znacznie mniejszym koszcie obliczeń. Metody takie rozwiajane już od wielu lat, różnią się głównie sposobem generacji siatek (podziału na elementy). Niniejsza praca przedstawia metodę nazwaną roboczo metodą PUDEŁEK MACHA [1] (ang. MACH BOX lub CHARACTERISTIC BOX [2]) i jej zastosowanie do obliczeń pochodnych aerodynamicznych w zakresie naddźwiękowym.

2. MODEL FIZYCZNY

Przyjmując, zgodnie z [3], że "model fizyczny to znak graficzny plus przyczyna sprawcza" zbudowano model fizyczny samolotu w przepływie naddźwiękowym. Bryłę samolotu zastąpiono jego rzutem na płaszczyznę odpowiednią dla szukanych charakterystyk i podzielono tak, aby można było uwzględnić różnice położenia kątowego elementów samolotu (rys.1). Konfiguracja samolotu jest zdefiniowana przez współrzędne naroży elementów i wzajemne położenia kątowe między elementami podziału logicznego. Przyjęto również szereg założeń dotyczących opływu, sprowadzających zagadnienie do modelu przepływu potencjalnego [1] (płyn nielepki, opływ bezwirowy, płyn nie przewodzi ciepła, równowaga termodynamiczna).

3. MODEL MATEMATYCZNY

Wynikiem modelowania matematycznego jest równanie:

$$(Ma^2-1)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0 \tag{1}$$

z warunkami brzegowymi:

- na powierzchni nośnej $\frac{\partial\varphi}{\partial z} = -V_\infty \sin\alpha$,

- na krawędzi spływu $\Delta p(x,y)_{TE}=0$,
- w śladzie wirowym $\partial\varphi(x,y)/\partial x = 0$,
- poza powierzchnią i śladem wirowym $\varphi(x,y) = 0$,

gdzie: φ - potencjał prędkości zaburzeń

Ma - liczba Macha

α - kąt natarcia

Δp - różnica ciśnień między górną i dolną powierzchnią skrzydła.

Rozwiązanie równania (1) przybiera postać:

$$\varphi(x,y,z) = -\frac{1}{\Pi}\iint_{S(x,y,z)}\frac{w(\xi,\eta)d\xi d\eta}{R} \tag{2}$$

gdzie

$$w = \frac{\partial\varphi}{\partial z}\Big|_{z=0} \quad , \quad R = \sqrt{(x-\xi)^2 - \beta^2[(y-\eta)^2 + z^2]}$$

4. METODA "PUDEŁEK MACHA"

Metoda obliczeniowa sprowadza się do wyznaczenia całki (2) przy znanej prędkości normalnej $w(\xi,\eta)$. W tym celu wprowadzono nowy układ współrzednych związany z tworzącymi stożka Macha (rys.2)

$$r = (x-\beta y)/\beta \quad , \quad s = (x+\beta y)/\beta \tag{3}$$

Całka (2) w nowych współrzędnych przybiera postać:

$$\varphi(r,s) = -\frac{1}{2\Pi}\iint_{S(r,s)} \frac{w(\xi^{*},\eta^{*})d\xi^{*}d\eta^{*}}{R^{*}} \tag{4}$$

gdzie $R^{*} = \sqrt{(r-r^{*})(s-s^{*})}$

Dzielimy powierzchnię całkowania na elementarne kawałki - PUDEŁKA MACHA prowadząc linie równoległe do tworzących stożka Macha (rys.2). Po przekształceniach dostosowujących zagadnienie do takiego podziału [4] i ubezwymiarowieniu, równanie (4) przybiera postać:

$$\varphi(Lh,Rh) = -\frac{2h}{\Pi}\sum_{n=1}^{L}\sum_{m=1}^{R} w(nh,mh)\, B(n,m,L,R) \tag{5}$$

gdzie $B(n,m,L,R)=1/\left[(\sqrt{L-n+1} + \sqrt{L-n})(\sqrt{R-m+1} + \sqrt{R-m})\right]$

Funkcję $w(nh,mh)$ wyznacza się opierając się na warunkach brzegowych:

- dla obszaru powierzchni nośnej - oznaczonej S na rys.2

$$w_S(nh,mh) = -\sin\alpha(x,y) \quad ;$$

- dla obszaru poza powierzchnią nośną i śladem wirowym, oznaczonego δ_d ,

  na lewo od osi OX:

$$w_{dl}(Lh,Rh) = -\sum_{n=1}^{L-1} w(nh,mh)\, B(n,L) \quad ,$$

  na prawo od osi OX:

$$w_{dr}(Lh,Rh) = -\sum_{m=1}^{R-1} w(nh,mh)\, B(m,R) \quad ,$$

gdzie $B(n,L)=1/(\sqrt{L-n+1}+\sqrt{L-n})$, $B(m,R)=1/(\sqrt{R-m+1}+\sqrt{R-m})$,

- dla śladu wirowego - oznaczonego δ_s

$$w_s(Lh,Rh)=-\frac{2h}{\Pi}\,\varphi(L_s h,R_s h)-\sum_{n=1}^{L}\sum_{m=1}^{R}{}' w(nh,mh)\,B(n,m,L,R)\ ,$$

gdzie $(L_s h,R_s h)$ oznacza element (pudełko) znajdujące się na krawędzi spływu takie, że $L-R = L_s-R_s$,natomiast symbol $\Sigma\Sigma'$ oznacza sumę bez elementu (L,R).

5. WYZNACZANIE POCHODNYCH AERODYNAMICZNYCH

Wiedząc,że współczynnik ciśnienia jest równy [1]:

$$C_p = -\frac{2}{V_\infty}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\ , \tag{6}$$

możemy odpowiednio całkując (5) wyznaczyć rozkład ciśnień na powierzchni samolotu. Aby otrzymać konkretne pochodne aerodynamiczne wystarczy wyznaczyć rozkład prędkości normalnej na powierzchni nośnej, a więc lokalny kąt natarcia. Dalej zostanie pokazane wyznaczanie prędkości normalnej dla kilku przykładowych pochodnych aerodynamicznych (dla przypadku z rys.1B).

Pochodne $\frac{\partial Cz}{\partial\alpha}$, $\frac{\partial Cm}{\partial\alpha}$ (względem kąta natarcia):

- w tym przypadku zakłada się, że kąt natarcia (globalny) jest stały $\alpha(x,y)$=const, a więc $w_s(nh,mh)=-\sin(\alpha+\alpha_{z(i)})$ gdzie: $\alpha_{z(i)}$ - kąt zaklinowania i-tej powierzchni względem powierzchni odniesienia

Pochodne $\frac{\partial Cz}{\partial Q}$, $\frac{\partial Cm}{\partial Q}$ (względem prędkości kątowej pochylania):

- w tym przypadku należy zdefiniować położenie osi obrotu (bieguna) y_1 (rys.3), a następnie wyznaczyć rozkład prędkości ze wzoru:

$$w_s(x,y) = \frac{(x-x_1)Q}{V_\infty}$$

Pochodna $\frac{\partial Cl}{\partial P}$ (względem prędkości kątowej przechylania):

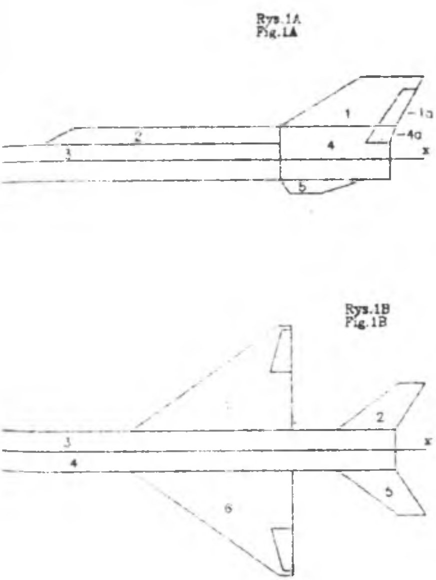
prędkośc normalną wyznaczamy w tym przypadku następująco:

$$w_s(x,y) = \frac{Py}{V_\infty} .$$

Podobnie można wyznaczyć pochodne boczne dokonując obliczeń dla przypadku z rys.1A.

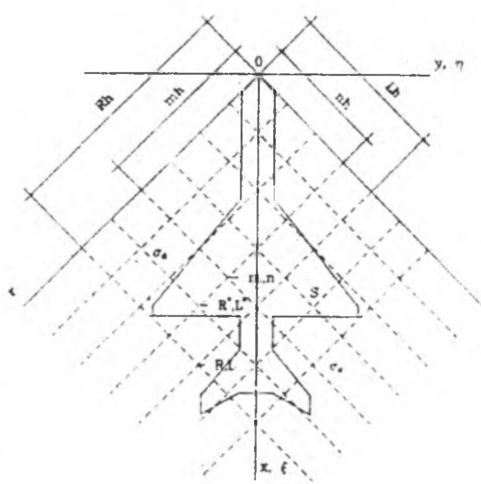
6. WYNIKI OBLICZEŃ

Wyniki obliczeń numerycznych wykazują dobrą zgodność metody z wynikami eksperymentalnymi. Różnice między wynikami obliczeń a danymi z badań eksperymentalnych nie przekroczyły 20% w najgorszym przypadku, średnia błędu nie przekracza 10-12%. Na rys.4 pokazano przykładowe wyniki obliczeń - pochodną ∂Cn/∂R (momentu odchylającego względem prędkości kątowej odchylania) dla samolotu MiG-21 obliczoną powyższą metodą oraz dla porównania wyniki badań w locie przeprowadzonych w Instytucie Technicznym Wojsk Lotniczych.



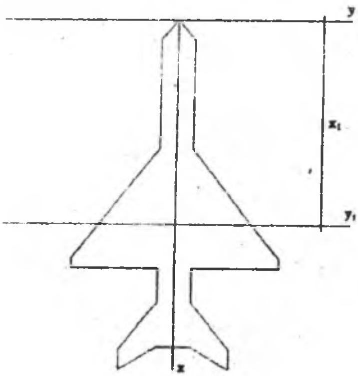
Rys.1 Układ superelementów

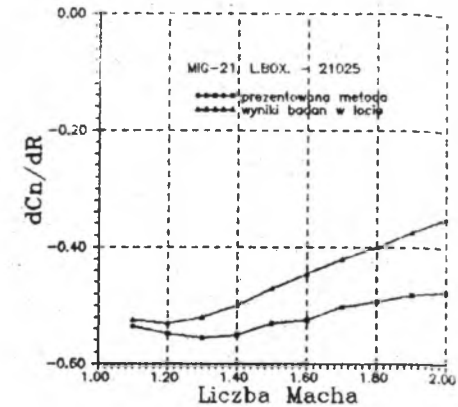
Fig.1 Configuration of superelements



Rys.2 Siatka pudełek Macha

Fig.2 Lattice of Mach boxes





Rys.3 Położenie bieguna do obliczeń pochodnych kątowych

Fig.3 Position of pole for angular derivates calculation

Rys.4 Bezwymiarowa pochodna momentu odchylającego względem prędkości kątowej odchylenia w funkcji liczby Macha

Fig.4 Dimensionless derivate of rolling moment respect to rolling angular velocity as the function of Mach number

LITERATURA

[1] Goetzendorf-Grabowski T.,Pietrucha J.: Modelowanie przepływu naddźwiękowego na potrzeby obliczeń podstawowych charakterystyk aerodynamicznych samolotu, ZN Pol. Śl., ser. Mechanika z.99, Sympozjon "Modelowanie w Mechanice", Beskid Śląski 1990

[2] Stark V.J.E.: The Aerel flutter prediction system, Saab Scania AB, Linköping, Sweden, ICAS-90-1.2.3

[3] Arczewski K.,Goraj Z.,Pietrucha J.: Elementy modelowania w mechanice, Wyd. Pol. Warsz., Warszawa 1983

[4] Biełocerkowskij S.M., Kudracewa N.A., Popytałow S.A., Tabacznikow B.G.: Issledowanije swierezwukowoj aerodinamiki samoletow na EWM, Nauka, Moskwa 1983.

APPLICATION OF MACH-BOX METHOD FOR STABILITY DERIVATES CALCULATION IN SUPERSONIC FLOW

Work contents physical and mathematical model of aircraft in supersonic potential flow. Aircraft was substituted by projection on plane, suitable to wanted derivates (Fig. 1). Result of these assumptions is equation of potential flow in Laplace form (1), with defined boundary conditions and known solution (2). Presented method shows a way of solving integral form equation (2). New coordinates system (Ors) was defined by formulas (3) - Fig. 2; with axis paralell to rulings of Mach cone. Equation (2) has form (4) now. Partition of integrating surface was done according to Fig. 2 and equation (5) with unknown potential of disturbing velocity $\varphi(x,y)$ was obtained. There is wanted normal velocity $w(x,y)$ to define now, for calculation stability derivates. Examples of defining $w(x,y)$ are presented in Chapter 5 in this work. Result of paternal calculation of derivate of rolling moment with respect to rolling angular velocity as the function of Mach number was shown on Fig. 4.