

Marian Kmiecik
Instytut Okrętowy
Politechnika Szczecińska

PRZYDATNOŚĆ TEORII LINII ZAŁOMÓW W MODELOWANIU ZNISZCZENIA PŁYT STALOWYCH

Streszczenie. Praca zawiera porównania nośności granicznej płyt stalowych określonej za pomocą teorii linii załomów oraz za pomocą metody elementów skończonych. Porównania dokonano dla płyt kwadratowych oraz trzech wartości ich smukłości b/t (szerokość do grubości płyty) = 25, 50 i 100. Są to smukłości najczęściej występujące w konstrukcjach okrętowych. Porównanie wykazało, że teoria linii załomów, nawet przy uwzględnieniu sił membranowych, poważnie zaniża rzeczywistą nośność płyt.

Резюме. Работа содержит сравнение предельной прочности стальных пластинок определенной на основе теории пластических шарниров и на основе метода конечных элементов. Сравнение проведено для квадратных стальных пластинок и трёх значений их гибкости b/t (ширина к толщине пластины) = 25, 50, и 100. Эти значения гибкости пластинок чаще всего находят применение в судовых конструкциях. Сравнение показало, что теория пластических шарниров, даже при учёте распора, существенно снижает действительную прочность пластинок.

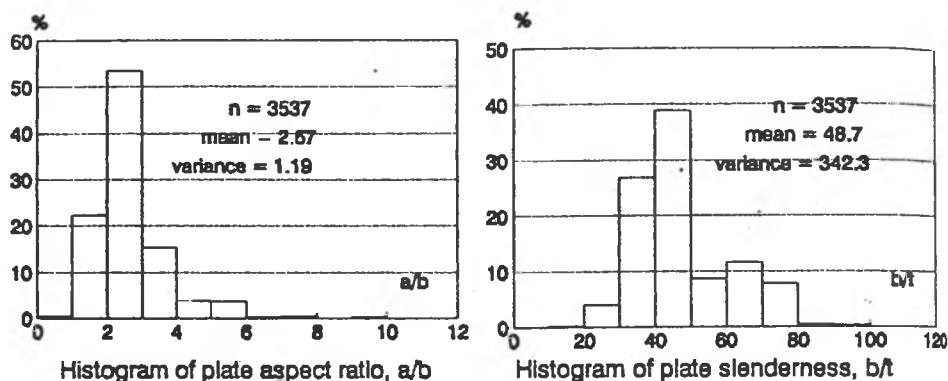
Summary. The paper contains an comparison of the load-carrying capacity of plates determined with the yield line theory and the finite element method. The comparison is made for square steel plates having three values of slenderness b/t (plate width to plate thickness) = 25, 50 and 100. These values of b/t are mostly use in ship structures. The comparison has shown that the yield line theory, even when membrane effect are accounted for, underestimates considerably the ultimate strength of the plates.

1. WSTĘP

Płyty są podstawowymi elementami konstrukcyjnymi wielu konstrukcji inżynierskich, a także kadłubów okrętów. Płyty poddawane są różnego rodzaju obciążeniom, przy czym w wielu częściach kadłuba dominuje równomierne obciążenie poprzeczne (parcie ładunku lub hydrostatyczne

wzgl. hydrodynamiczne wody). Istotną jest więc dla okrętowców znajomość wartości maksymalnego obciążenia poprzecznego przy którym płyta ulega zniszczeniu.

W pracy [1] zbadano istniejące proporcje wymiarowe stalowych płyt okrętowych. Wyniki tych badań zawiera rysunek 1 (Fig.1). Jak widać na rysunku 1 w rzeczywistych konstrukcjach okrętowych a/b (stosunek długości do szerokości płyty) waha się w granicach od 1 do 6, natomiast smukłość płyt b/t (stosunek szerokości do grubości płyty) od 20 do 100. Niżej przedstawiono wyniki obliczeń nośności płyt kwadratowych o trzech różnych wartościach smukłości: $b/t = 25, 50$ i 100 . Rezultaty obliczeń płyt o innych proporcjach wymiarowych jakościowo nie różnią się od przedstawionych.



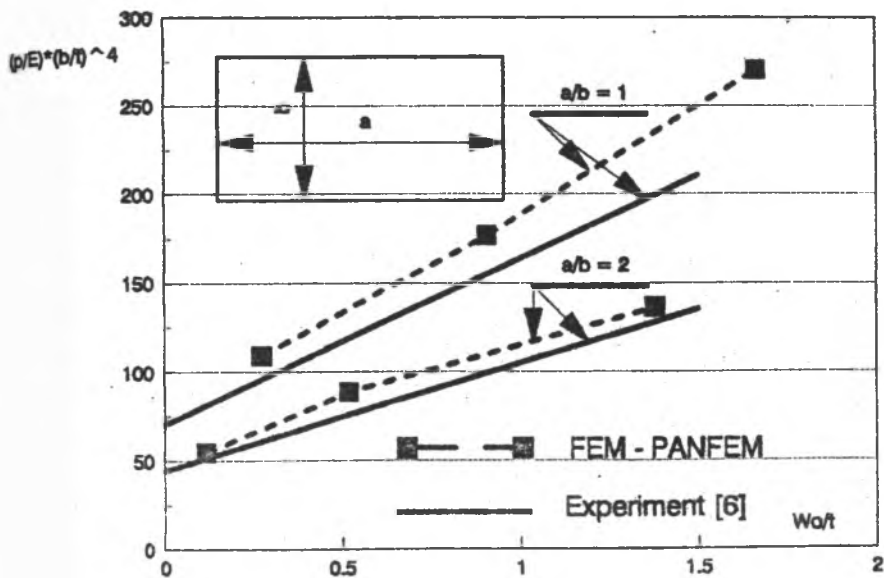
Rys.1. Charakterystyka poszycia kadłuba okrętowego

Fig.1 Characteristics of ship's hull plating

Obliczenia przeprowadzono dla płyt swobodnie podpartych oraz sztywno utwierdzonych i trzech warunków brzegowych dla płaszczyzn środkowych płyt:

- krawędzie płaszczyzn środkowych płyt swobodnie przesuwne (ang. *unrestrained*, $\partial u/\partial y \neq 0$ i $\partial v/\partial x \neq 0$, rys. 3a, Fig. 3a),
- krawędzie przesuwne z ograniczeniem; ugięciu płyty towarzyszą przemieszczenia krawędzi jej płaszczyzny środkowej, ale pozostają one parami równoległe, zarówno przed, jak i po obciążeniu płyty (ang. *constrained*, $\partial u/\partial y = 0$ i $\partial v/\partial x = 0$, rys. 3a),
- krawędzie nieprzesuwne (ang. *restrained*, $u = v = 0$, rys. 3a).

Nośność płyt obliczano za pomocą związków, które dostarcza teoria linii załomów oraz za pomocą pakietu programów PANFEM, który został opracowany w Zakładzie Konstrukcji i Mechaniki Okrętów Politechniki Szczecińskiej [2,3]. Pakiet - oparty na metodzie elementów skończonych - pozwala analizować zachowanie się płyt lub płyt usztywnionych w zakresie sprężysto-plastycznym materiału oraz małych lub dużych ugięciach płyt i usztywnień. Dokładność wyników obliczeń uzyskiwanych za pomocą PANFEMU sprawdzono porównując obliczenia z wynikami badań eksperymentalnych, których bardzo dokładny opis zawiera praca [4]. Wyniki porównania zamieszczono na rysunku 2 (Fig.2). Niewielkie różnice pomiędzy obliczeniami a danymi z eksperymentu są rezultatem różnic w warunkach brzegowych płaszczyzn środkowych płyt przyjętych w obliczeniach a ich realizacją w laboratorium. Podczas eksperymentu nie udało się całkowicie wyeliminować przemieszczeń płaszczyzn środkowych płyt, co przyczyniło się do tego, że nośność płyt wyznaczona eksperymentalnie była nieco niższa od nośności płyt określonej na drodze obliczeń.



Clamped plates under uniform lateral pressure, edges restrained
 $b/t = 86.5$, $\beta = 3.001$, W_o - plate permanent central deflection
 t - plate thickness, p - uniform lateral pressure

Rys.2. Porównanie obliczeń i badań eksperymentalnych
 Fig.2 Comparison of calculation and experimental results

2. NOŚNOŚĆ PŁYT PODDANYCH DZIAŁANIU RÓWNIEMIERNIE ROZŁOŻONEGO OBCIĄŻENIA POPRZECZNEGO

Zgodnie z teorią linii załomów, przy nieprzesuwnych krawędziach płaszczyzn środkowych płyt sztywno utwierdzonych, maksymalną nośność płyt określa zależność:

$$\frac{p}{p_c} = 1 + \frac{w_o^2}{3t^2} \left\{ \frac{\zeta_o + (3 - 2\zeta_o)^2}{3 - \zeta_o} \right\} \quad \text{jeśli } \frac{w_o}{t} \leq 1 \quad (1)$$

$$\frac{p}{p_c} = \frac{2w_o}{t} \left\{ 1 + \frac{\zeta_o(2 - \zeta_o)}{(3 - \zeta_o)} \left[\frac{t^2}{3w_o^2} - 1 \right] \right\} \quad \text{jeśli } \frac{w_o}{t} > 1 \quad (2)$$

gdzie: w_o - jest twałym ugięciem płyty po jej odciążeniu, $\alpha = a/b$,

$\zeta_o = [(3+1/\alpha^2)^{1/2} - 1/\alpha]/\alpha$ (patrz rysunek 3a), natomiast

$$p_c = 12\sigma_y t^2/b^2 [(3+1/\alpha^2)^{1/2} - 1/\alpha]^2 \quad (3)$$

gdzie: t - grubość płyty, σ_y - granica plastyczności materiału.

W przypadku płyt swobodnie podpartych również z nieprzesuwymi krawędziami płaszczyzn środkowych:

$$\frac{p}{p_c} = 1 + \frac{4w_o^2}{3t^2} \left\{ \frac{\zeta_o + (3 - 2\zeta_o)^2}{3 - \zeta_o} \right\} \quad \text{jeśli } \frac{w_o}{t} \leq \frac{1}{2} \quad (4)$$

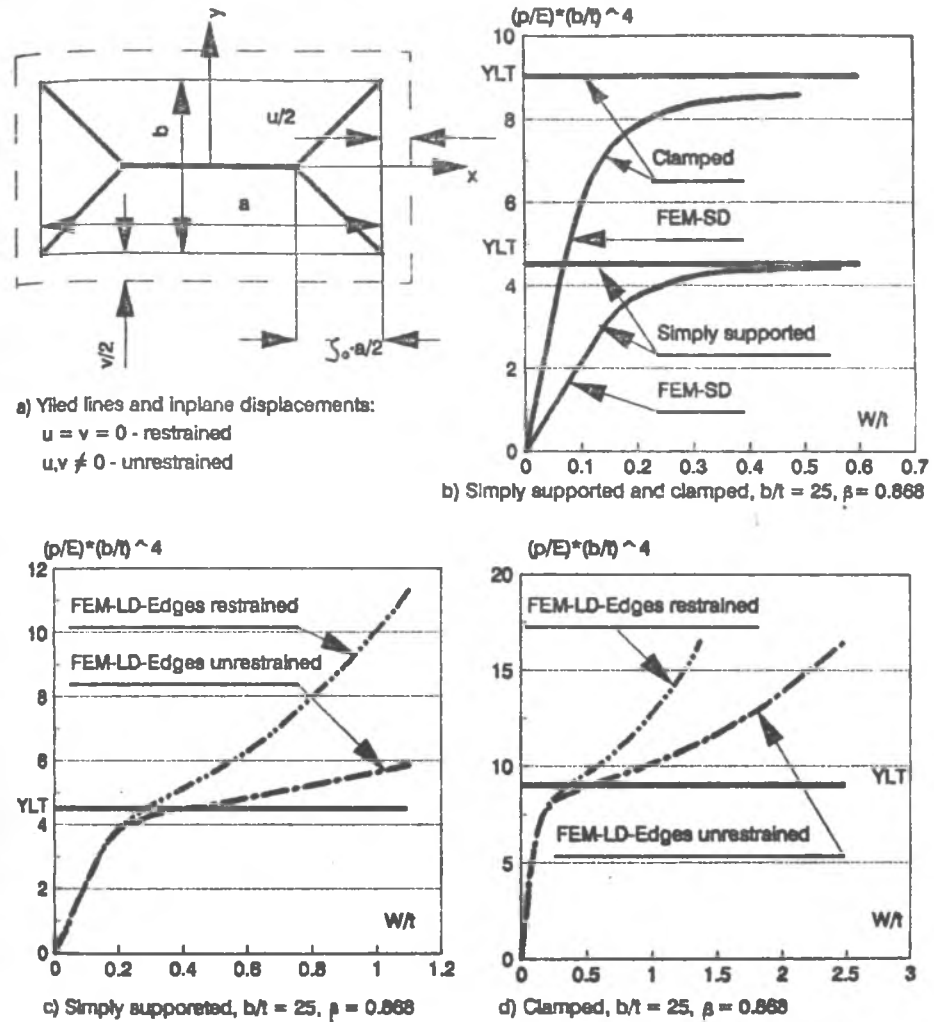
$$\frac{p}{p_c} = \frac{4w_o}{t} \left\{ 1 + \frac{\zeta_o(2 - \zeta_o)}{(3 - \zeta_o)} \left[1 - \frac{t^2}{12w_o^2} \right] \right\} \quad \text{jeśli } \frac{w_o}{t} > \frac{1}{2} \quad (5)$$

gdzie
$$p_c = 6\sigma_y t^2/b^2 [(3 + 1/\alpha^2)^{1/2} - 1/\alpha]^2 \quad (6)$$

Wartości obciążeń p_c określone zależnościami (3) i (4) stanowią górną granicę obciążeń niszczących płyty, gdy nie uwzględnia się sił membranowych w płytach. Te proste zależności można znaleźć we wszystkich publikacjach, gdzie prezentowana jest teoria linii załomów.

Sawczuk [5] był pierwszym, który uwzględnił efekt membranowy w teorii linii załomów. Jones [6] natomiast efekt ten rozwinął do postaci zawartej w zależnościami (1), (2), (4) i (5). Obecnie wzory (1) i (2) są wykorzystywane w projektowaniu poszycia kadłubów okrętów [7].

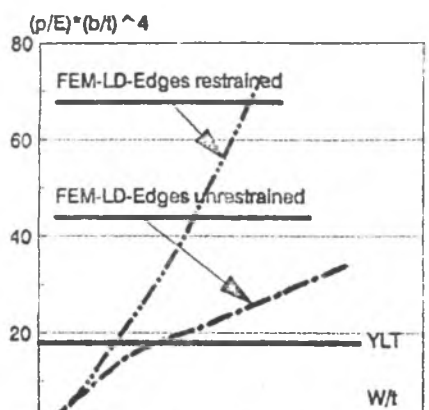
Rysunki 3 i 4 (Fig. 3,4) zawierają porównanie rezultatów uzyskiwanych wzorami (3) i (6) oraz za pomocą metody elementów skończonych. Z porównania wynika, że teoria linii załomów, nie uwzględniająca efektów membranowych jest praktycznie bezużyteczna dla oceny rzeczywistej nośności płyt stalowych.



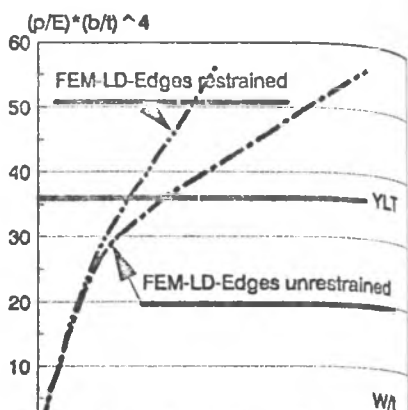
Rys. 3. Nośność kwadratowej płyty pod równomiernym obciążeniem poprzecznym

Fig. 3 Load-carrying capacity of square plates under uniform lateral pressure

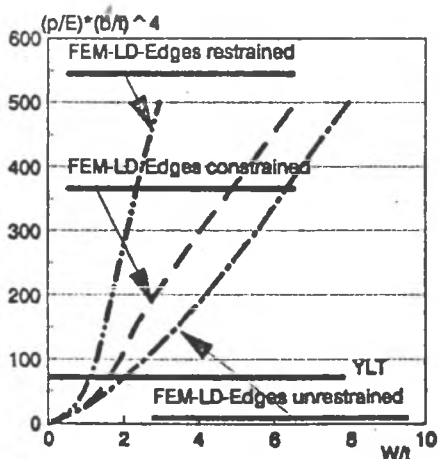
Porównanie rezultatów, jakie daje teoria linii załomów, uwzględniająca siły membranowe z rezultatami uzyskiwanymi za pomocą metody elementów skończonych, podano na rysunku 5 (Fig.5). Jak widać na tym rysunku, teoria



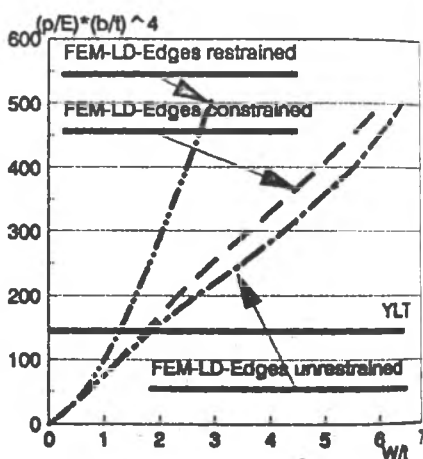
a) Simply supported, $b/t = 50$, $\beta = 1.735$



b) Clamped, $b/t = 50$, $\beta = 1.735$



a) Simply supported, $b/t = 100$, $\beta = 3.470$

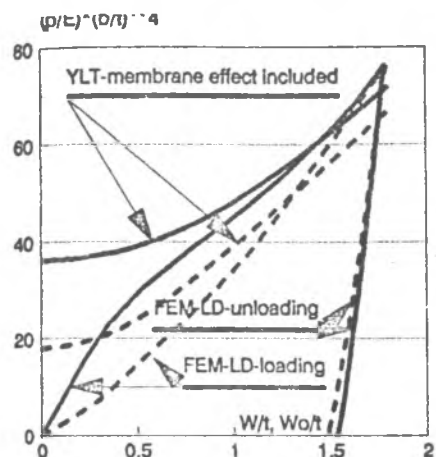


b) Clamped, $b/t = 100$, $\beta = 3.470$

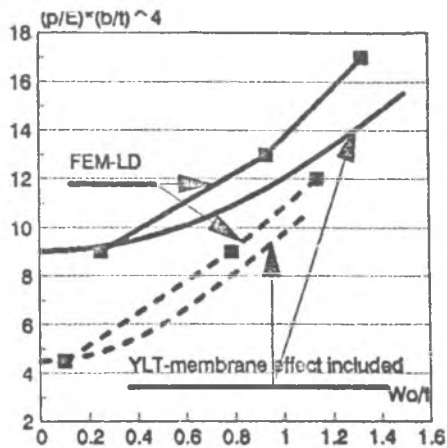
Rys. 4. Nośność kwadratowej płyty pod równomiernym obciążeniem poprzecznym

Fig. 4 Load-carrying capacity of square plates under uniform lateral pressure

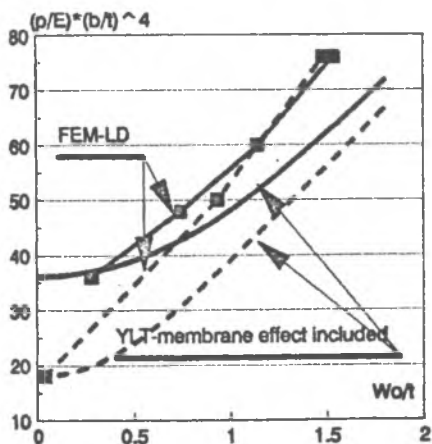
linii załomów, uwzględniająca efekty membranowe, także istotnie zaniża rzeczywistą nośność płyt. Zaniżenie to jest tym większe, im większy jest parametr smukłości płyty $\beta = (b/t)(\sigma_y/E)^{1/2}$.



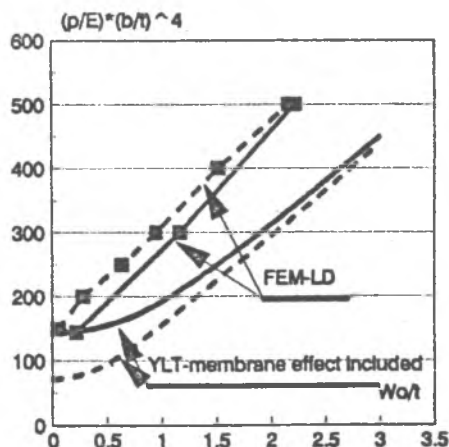
a) Square plates: $b/t = 50$, $\beta = 1.735$
 ---- simply supported, ——— clamped



b) Square plates: $b/t = 25$, $\beta = 0.868$
 ---- simply supported, ——— clamped



c) Square plates: $b/t = 50$, $\beta = 1.735$
 ---- simply supported, ——— clamped



d) Square plates: $b/t = 100$, $\beta = 3.470$
 ---- simply supported, ——— clamped

Rys. 5. Nośność kwadratowej płyty pod równomiernym obciążeniem poprzecznym

Fig. 5 Load-carrying capacity of square plates under uniform lateral pressure

LITERATURA

- [1] Kuźniar J.: Geometric characteristics of real ship structures, Ship and Offshore Structures Mechanics Department, Technical University of Szczecin 1986.
- [2] Jazukiewicz A.: PANFEM-PC, Package of Programs for Nonlinear Analysis of Plates and Panels for IBM PC/XT/AT, Ship and Offshore Structures Mechanics Department, Technical University of Szczecin 1988.
- [3] Jazukiewicz A., Kmieciak M., Taczała M., Majka K.: System of Programs for IBM PC/AT for Nonlinear Analysis of Plates and Panels by Finite Element Method, Budownictwo Okrętowe i Gospodarka Morska, nr 11-12, 1990.
- [4] Hooke R., Rawlings B.: An experimental investigation of the behaviour of clamped, rectangular mild steel plates subjected to uniform transverse pressure, Proc. I. Civ. E., 42, 1969.
- [5] Sawczuk A.: On initiation of the membrane action in rigid-plastic plates, J. Mécanique, 3 (1), 1964.
- [6] Jones N.: Review of the plastic behaviour of beams and plates, International Shipbuilding Progress, No 19, 1972.
- [7] Hughes O.F.: Ship structural design, a rationally-based, computer - aided, optimization approach, John Wiley & Sons, New York 1983.

USEFULNESS OF THE YIELD LINE THEORY IN MODELLING COLLAPSE LOAD
OF STEEL PLATES

Plates constitute basic structural elements of all ship structures. Lateral load dominates in many parts of these structures therefore the performance of plates under this loading condition is of considerable importance for practice.

Plate ultimate strength is associated with large deflection what in turn results in considerable displacements of its middle plane. Square plates with simple and clamped supports were analyzed and with following boundary conditions for the edges of their middle planes:

-edges of the middle planes of plates unrestrained (free to pull in $\partial u/\partial y \neq 0$ i $\partial v/\partial x \neq 0$, Fig. 3a),

-the edges constrained; the plate deflection is accompanied by the displacements of the edges of its middle plane but the edges remain

parallel both before and after the deflection ($\partial u/\partial y = 0$ i $\partial v/\partial x = 0$, Fig. 3a).

-the edges restrained; the plate deflection is not accompanied by the displacements of all the edges of its middle plane ($u = v = 0$, Fig. 3a).

The analysis was carried out in elastic-plastic range with a finite element method (FEM) computer code called PANFEM, developed at the Ship Structures Mechanics Department, Technical University of Szczecin, Poland.

Plates were analyzed having dimensions which mostly appear in ship structures (Fig. 1).

The load-carrying capacity of plates obtained from the large deflection theory (LDT) is compared with the load-carrying capacity obtained from the small deflection theory (SDT). Results of the load-carrying capacity of plates which provides the yield line theory (YLT) are also presented (Figs 3,4 and 5). The comparison indicates that only FEM based on LDT is capable to predict properly the load - carrying capacity of plates in elastic - plastic range

To verify the accuracy of FEM calculations their results are compared with experimental recordings (Fig. 2).