ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: GÓRNICTWO z.189 Nr kol. 1077

Andrzej FLISOWSKI
Gustaw NIEMIEC
Eugeniusz SROCZYŃSKI
Politechnika Śląska w Gliwicach

CHARAKTERYSTYKA SYMULACJI KOPALNI NA ETAPIE JEJ BUDOWY ORAZ EKSPLOATACJI ZŁOŻA WĘGLA KAMIENNEGO. CZĘŚĆ I. PODSTAWY TEORETYCZNE

Streszczenie. Artykuł jest merytorycznym uzasadnieniem możliwości modelowania struktury kopalni węgla kamiennego z uwzględnieniem okresu budowy kopalni jak również eksploatacji złoża. Proponuje się symulować pracę kopalni przez konstruowanie historii stanów, jakimi są momenty występowania awarii oraz momenty planowanych remontów. Przy opracowywaniu modelu symulacji kopalnia- system została podzielona na pewne układy (podsystemy), z których każdy już jako urządzenie może zawierać również pewną liczbę podukładów. Opisano również pewne charakterystyki, które pozwolą ocenić, w jakim stanie dany układ w danej chwili się znajduje.

1. WSTĘP

Zastosowaniu symulacji komputerowej w górnictwie poświęcono już dosyć dużo uwagi, począwszy od pionierskiej pracy [8] dotyczącej symulacji transportu kołowego, a skończywszy na opracowaniach ogólnych [5] [6] wraz z systemem oprogramowania SYMKO.

Symulacja odnosi się z zasady do układów złożonych. Obiekt prosty może być symulowany o tyle, o ile nie jest możliwe bezpośrednie jego badanie, co może wynikać z wielu przyczyn. Głównie jednak symulację stosujemy wówczas, gdy oryginał jest tak złożony, że nie dysponujemy żadną inną metodą, jego badania lub czas potrzebny na obserwację jest bardzo długi. Należy podkreślić, że model jedynie reprezentuje stan systemu oryginalnego, a więc dany stan modelu przedstawia określony stan oryginału, nie przedstawia natomiast bezpośrednio działania systemu czy też jego zachowania się. Przedstawienie działania lub zachowania się oryginału daje dopiero historia stanów modeli i to właśnie jest symulacja. Jest to więc proces konstruowania historii stanów modelu, który jest uważany za odpowiednik historii stanów oryginału.

Istotną sprawą jest budowa modelu matematycznego, który oprogramowany będzie przedstawiał historię stanów. Model matematyczny może szczegółowo

opisywać poszczególne stany oryginału, co w przypadku KWK jest możliwe przy symulowaniu transportu kołowego czy taśmowego, a może być tylko logicznym obrazem oryginału, co dotyczy np. symulacji zarządzania układami KWK. Innymi słowy, możemy szczegółowo opisać wszelki transport, przemieszczanie się pociągów z odcinka na odcinek trasy, ale nie możemy tego zrobić w stosunku do pracy dysponenta. W tym przypadku mamy tylko pewne dane wejściowe i musimy otrzymać po przetworzeniu określone dane wyjściowe, których skutek zastosowania będzie odpowiadał analogicznej sytuacji w rzeczywistości.

Złożoność KWK skłania do stosowania modeli logicznych, gdyż drobiazgowe opisywanie poszczególnych układów KWK jest sprawą uciążliwą o ile niemożliwą, a uzyskane wyniki mogą okazać się mało czytelne, szczególnie w metodach symulacyjnych.

W prezentowanym rozwiązaniu założymy, że układ, jakim jest KWK, charakteryzuje zasadniczo dwa stany: pracy i przestoju, przy czym przestój może być spowodowany zasadniczo dwiema przyczynami, planowanym remontem lub losową awarią. Można powiedzieć, że stan planowanego remontu to stan spowodowany zarządzaniem załogi kopalni.

W procesie symulacji wystarczy się zatem ograniczyć do wyznaczenia momentów pojawienia się awarii oraz do wyznaczania początkowych momentów planowanych remontów. Przy czym jak wiadomo, planowany moment rozpoczęcia remontu powinien być wcześniejszy niż awaria, która musi uprzedzić, taki bowiem jest ogólny sens przeprowadzania remontów. Zachodzi więc potrzeba budowy takiego modelu, który pozwoliłby generować harmonogram remontów z jednoczesnym uwzględnieniem zagrożenia awarią. Długość napraw remontowych lub napraw poawaryjnych można przyjąć za wielkości stałe, gdyż praktycznie są one doskonale znane załodze KWK.

W opracowaniu tym proponuje się symulować pracę kopalni przez konstruowanie historii stanów, jakimi są momenty występowania awarii oraz momenty planowanych remontów, są to właściwie dwa stany antagonistyczne, z których zaistnienie jednego "chciałoby" uprzedzić zaistnienie drugiego. Stan pracy jest wynikiem braku obu tych stanów. Można powiedzieć, że stan remontu reprezentuje załogę kopalni, drugi stan, stan awarii losowej, reprezentuje losowość, czyli przyrodę. Powstaje więc pewien układ logiczny o charakterze antagonistycznym. Oczywisty jest fakt, że stan awarii całej kopalni jest zjawiskiem wyjątkowym, jak również stan remontu całej kopalni jest rozwiązaniem niestosowanym. W całości KWK jest układem będącym zasadniczo w stanie pracy.

Dlatego też przy opracowywaniu modelu symulacji kopalnia zosteje podzielona na pewne układy, z których każdy już jako urządzenie może zawierać również pewną liczbę podukładów. Ogólnie wymienia się następujące układy:

S_i - ściany wydobywcze,

T_i - transport ze ścian,

Z_i - zbiorniki załadowcze,

T_o - transport kołowy,

Z_w - zbiornik wyładowczy,

T_p - wydobycie z poziomu, transport pionowy,

D - praca dysponenta ruchu.

Podział ten jest umowny i w przypadku konkretnego opracowywania programów należy dokładnie ustalić, na jakie układy podzielić KWK w celu przeprowadzenia symulacji stanów.

W rozdziale następnym opisane zostaną pewne charakterystyki, które pozwolą ocenić, w jakim stanie dany układ w danej chwili się znajduje.

Poszczególne układy jak i podukłady KWK mogą tworzyć zespoły szeregowe, równoległe jak i mieszane. Rozważmy układ szeregowy złożony z n elementów o niezawodnościach $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

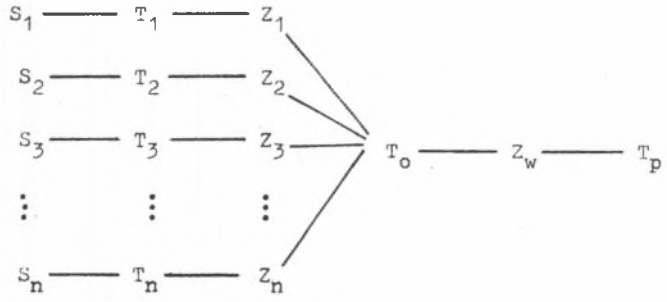
Niezawodność całego układu będzie opisana zależnością

$$R_s(n) = \prod_{i=1}^{n} p_i , \tag{1}$$

dla układu równoległego o n składnikach będziemy mieli zależność

$$R_r(n) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i) \tag{2}$$

Nie wszystkie układy są w zależnościach równoległych czy też szeregowych, na ogół są to układy mieszane. Dla konkretnej sytuacji należy ustalić odpowiednie zależności, wcześniej rozpatrując każdy z układów KWK osobno. Ze względu na indywidualne zależności w układach mieszanych można je opisywać bezpośrednio w schematach blokowych przed pisaniem programu odpowiednio dla konkretnej KWK. Zasadniczo kopalnie charakteryzują się następującym układem:



Niezawodność takiego układu opisana będzie zależnością

$$R_m(n) = P(t_o)\ P(Z_w)\ P(T_p) \sum_{i=1}^{n} P(S_i)\ P(T_i)\ P(Z_i) \tag{3}$$

Osobne problemy pojawiają się przy rozpatrywaniu modelu struktury KWK będącej w trakcie budowy. Wówczas układ może wyglądać inaczej, gdyż mogą występować powiązania między jego elementami o różnych indeksach. Program zawierałby więc dodatkowe powiązania, a mogłoby być też i tak, że pewne powiązania nie występowałyby. Należy również zauważyć, że ze względu na postępujące roboty górnicze powiązania te już w trakcie budowy mogą ulegać zmianie. Stąd konieczność rozpatrywania wektorów

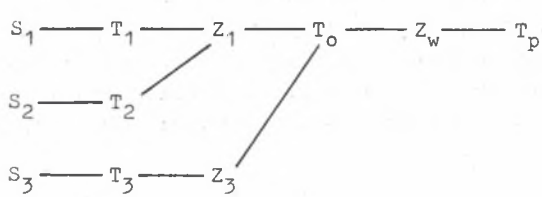
$$(S_i,\ T_i,\ Z_i,\ T_o,\ Z_w,\ T_p),$$

gdzie indeks "i" przebiega przez wszystkie możliwe wartości. Przy opisywaniu programu musi być konieczność realizacji dowolnych układów, np.

$$(S_1,\ T_2,\ Z_2,\ T_o,\ Z_w,\ T_p)$$

$$(S_3,\ T_1,\ Z_1,\ T_o,\ Z_w,\ T_p)$$

Jest to problem dosyć złożony, jeśli trzeba by rozpatrywać go teoretycznie, natomiast dosyć łatwo jest ułożyć program realizujący te możliwości w konkretnej sytuacji. Przykładowo, rozpatrzymy kopalnię w budowie, która charakteryzuje się następującym układem



Byłaby więc to kopalnia w budowie bez zbiornika załadowczego dla ściany drugiej. Jej niezawodność opisana byłaby zależnością

$$R_m((3) = P(T_o)P(Z_w)P(T_p)\ \left\{P\ (Z_1 \sum_{i=1}^{2} P(S_i)P(T_i)\ -\ P(S_3)P(T_3)P(Z_3)\right\}$$

Oczywiście po pewnym okresie pracy układ taki dla kopalni będącej w budowie ulega zmianie, powstają nowe zależności, które program komputerowy musi uwzględniać.

2. CHARAKTERYSTYKA ZAGROŻENIA I AWARII DLA POJEDYNCZEGO ELEMENTU LUB UKŁADU

W paragrafie tym opracowane zostaną związki między zagrożeniem wystąpienia awarii i awarią. Jak zaznaczono, stan remontu wyznaczony jest przez stan zagrożenia, więc znajomość stanu zagrożenia może spowodować, że do awarii nie dojdzie, jeśli w porę zostanie przeprowadzony remont danego urządzenia. Rozważania przeprowadzone są dla pojedynczego elementu lub układu.

Niech

x - oznacza moment zagrożenia elementu,

y - moment pojawienia się awarii.

Przedział $\langle 0,y\rangle$ jest zatem czasem bezawaryjnej pracy elementu. Dalej oznaczamy przez:

$f(x)$ - gęstość prawdopodobieństwa momentu pojawienia się zagrożenia dla elementu,

$\varphi(x,y)$ - gęstość prawdopodobieństwa momentów awarii w przypadku pojawienia się zagrożenia w momencie x, tzn. warunkowa gęstość awarii elementu,

$q(y)$ - gęstość prawdopodobieństwa momentu awarii danego elementu.

Funkcję gęstości $q(y)$ można wyrazić przez funkcję $f(x)$ i $\varphi(x,y)$ wzorem

$$q(y) = \int_0^{\infty} f(x)\,\varphi(x,y)\,dx \tag{4}$$

Mamy zatem, że prawdopodobieństwo awarii w przedziale $\langle 0,y\rangle$ wynosi

$$Q(y) = \int_0^{y} q(u)du ,$$

czyli po uwzględnieniu (4) mamy

$$Q(y) = \int_0^{y} \left(\int_0^{\infty} f(x)\,\varphi(x,u)dx\right)du \tag{5}$$

Jeżeli założymy, że awaria elementu może nastąpić tylko przy wcześniejszym pojawieniu się zagrożenia (czyli, że $x \leqslant y$), to we wzorach musimy przyjąć, że

$$\varphi(x,y) = 0 \quad \text{dla} \quad x > y$$

Wzór (5) możemy więc zapisać następująco (po zmianie kolejności całkowania)

$$Q(y) = \int_0^y f(x) \left(\int_x^y \varphi(x,u)du \right) dx \tag{6}$$

Wprowadzimy dalej funkcję niezawodności elementu, która będzie określała prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy elementu do momentu y, przy warunku że zagrożenie elementu ujawniło się w chwili x.

Dla dowolnego x mamy:

$$\Phi(x,x) = \int_x^\infty \varphi(x,u)\, du = 1$$

$$\Phi(x,y) = 1 \quad \text{dla} \quad x > y$$

$$\int_x^y \varphi(x,u)\, du = \begin{cases} 1 - \Phi(x,y) & x \leqslant y \\ 0 & x > y \end{cases}$$

$$Q(y) = \int_0^y f(x)\,(1 - \Phi(x,y))\, dx = \int_0^y f(x)dx - \int_0^y f(x)\,\Phi(x,y)\, dx \tag{7}$$

Niech dalej P(y) oznacza prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy elementu, czyli funkcję niezawodności w przedziale $\langle 0,y \rangle$

$$P(y) = 1 - Q(y)$$

i z (6), (7) mamy, że

$$P(y) = 1 - \int_0^y f(x)dx + \int_0^y f(x)\,\Phi(x,y)dx = P_0(y) + P_1(y)$$

i tak (8)

$$P_0(y) = 1 - \int_0^y f(x)dx = \int_0^\infty f(x)dx$$

oznacza prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy w przedziale $\langle 0,y\rangle$, przy założeniu że w tym przedziale nie nastąpiło zagrożenie, a

$$P_1(x) = \int_0^y f(x) \cdot \Phi(x,y)\, dx$$

oznacza prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy w przedziale $\langle 0,y\rangle$, pod warunkiem że w tym przedziale czasu nastąpiło zagrożenie.
Funkcja

$$I(y) = \frac{\int_0^y f(x)\, \varphi(x,y)\, dx}{1 - \int_0^y f(x)(1 - \Phi(x,y))dx} \tag{9}$$

jest funkcją intensywności awarii elementu z uwzględnieniem zagrożenia.

3. PRAWDOPODOBIEŃSTWA STANU ELEMENTU

Znajomość prawdopodobieństw warunkowych stanów elementu oraz prawdopodobieństw przejścia z jednego stanu w drugi daje niezbędne informacje w symulowaniu pracy elementu.

Można przyjąć, że w bezawaryjnie pracującym elemencie prawdopodobieństwo warunkowe niewystąpienia zagrożenia będzie

$$\widetilde{P_o(y)} = \frac{P_o(y)}{P\ (y)},$$

a prawdopodobieństwo wystąpienia zagrożenia jest równe

$$\widetilde{P_1(y)} = \frac{P_1(y)}{P\ (y)}$$

W celu obliczenia prawdopodobieństwa przejścia elementu z jednego stanu w drugi musimy rozważyć dwa momenty czasu y_1 oraz y $(y_1 < y)$. Dla rozważanego elementu możliwe są następujące zmiany stanu:

a) jeżeli zagrożenie nie ujawniło się w chwili y_1, to może nie wystąpić to zagrożenie również w chwili y, warunkowe prawdopodobieństwo przejścia ze stanu pracy bez zagrożenia w chwili y_1 do analogicznego stanu w chwili y oznaczymy przez $P_{oo}\ (y_1,y)$,

b) element pracował bez zagrożenia do chwili y_1 i w przedziale czasu $\langle y_1, y\rangle$ ujawniło się zagrożenie, warunkowe prawdopodobieństwo przejścia ze stanu pracy bez zagrożenia w chwili y_1 do stanu zagrożenia w chwili y oznaczymy przez $P_{o1}(y_1,y)$,

c) w przedziale $\langle 0,y_1\rangle$ wystąpiło zagrożenie i do chwili y element pracował bezawaryjnie w stanie zagrożenia, warunkowe prawdopodobieństwo przejścia oznaczymy przez $p_{11}(y_1,y)$,

d) element pracował bez zagrożenia do chwili y_1 i w chwili y wystąpiła awaria, warunkowe prawdopodobieństwo przejścia oznaczymy przez $P_{oa}(y_1,y)$,

e) w przedziale $\langle 0,y_1\rangle$ ujawniło się zagrożenie i w chwili y nastąpiła awaria, $P_{1a}(y_1,y)$ oznacza prawdopodobieństwo przejścia,

f) $P_{aa}(y_1,y) = 1$ oznacza prawdopodobienstwo przejścia ze stanu awarii w chwili y_1 w stan awarii w chwili y.

Dla tych wszystkich przypadków mamy, że

$$P_{oo}(y_1,y) = \frac{P_o(y)}{P_o(y_1)} = \frac{\int_y^\infty f(x)dx}{\int_{y_1}^\infty f(x)dx} \tag{10}$$

$$P_{o1}(y_1,y) = \frac{\int_{y_o}^{y} f(x)\,\Phi(x,y)\,dx}{\int_{y_1}^{y} f(x)dx} \tag{11}$$

$$P_{11}(y_1,y) = \frac{\int_0^{y_1} f(x)\,\Phi(x,y)dx}{\int_0^{y_1} f(x)\,\Phi(x,y_1)dx} \tag{12}$$

$$P_{1a}(y_1,y) = 1 - P_{11}(y_1,y) = \frac{\int_0^{y_1} f(x)\,(\Phi(x,y_1) - \Phi(x,y))dx}{\int_0^{y_1} f(x)\,\Phi(x,y_1)dx} \tag{13}$$

Czyli jeśli będziemy znali f(x) oraz $\varphi(x,y)$ bądź $\Phi(x,y)$ dla elementu, to możemy określić:

- funkcję niezawodności P(y),
- prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia i niewystąpienia zagrożenia dla elementu pracującego,
- prawdopodobieństwo warunkowe przejścia elementu z jednego stanu w drugi,
- średni czas sprawnej pracy elementu z zagrożeniem, który wynosi

$$T = \int_0^\infty yq\ (y)\ dy = \int_0^\infty P(y)dy \tag{14}$$

albo

$$T = \int_0^\infty xf(x)dx + \int_0^\infty f(x)\ (\int_x^\infty \Phi(x,y)dy)dx \tag{15}$$

Oznaczając przez

$$T_z = \int_0^\infty xf(x)dx \qquad T_1(x) = \int_0^\infty \Phi(x,y)dy$$

możemy zapisać, że

$$T = T_z + \int_0^\infty f(x)T_1(x)dx\ ,$$

gdzie:

T_z - średni czas do momentu pojawienia się zagrożenia,

T_1 - średni czas bezawaryjnej pracy elementu z zagrożeniem ujawnionym w momencie x.

4. WYZNACZENIE FUNKCJI GĘSTOŚCI MOMENTÓW ZAGROŻENIA I WARUNKOWEJ FUNKCJI GĘSTOSCI AWARII

Pozostaje więc wyznaczyć funkcję gęstości momentów zagrożenia oraz funkcję gęstości awarii. O ile funkcję gęstości awarii możemy uzyskać z danych empirycznych, to nie ma danych, które pozwoliłyby wyznaczyć funkcję gęstości zagrożenia. Szczególnie uzyskanie tych funkcji jest problematyczne dla

kopalni będącej w budowie. Wyprowadzone więc zostaną one nie na podstawie danych empirycznych, a na podstawie założeń i budowie modelu logicznego. Przedstawiony model bardzo dokładnie i zadowalająco odzwierciedla rzeczywistość, co potwierdziły prowadzone badania. W celu przeprowadzania dalszych rozważań ustalamy, że:

a) prawdopodobieństwo wystąpienia zagrożenia rośnie wraz ze wzrostem czasu pracy,

b) prawdopodobieństwo wystąpienia awarii rośnie wraz ze wzrostem czasu pracy.

Należy zaznaczyć funkcje $f(x)$ i $\varphi(x,y)$, na których opiera się cała konstrukcja rozumowania podanego w poprzednim paragrafie. Moment zagrożenia wyznacza moment początkowy przeprowadzenia remontu i musi on poprzedzać moment wystąpienia awarii, gdyż taki jest sens remontu. Z drugiej strony element powinien pracować możliwie najdłużej. Czyli mamy wyznaczyć moment x, tak aby wyprzedzał on awarię przy jednoczesnym możliwie najdłuższym czasie pracy elementu. Jest to klasyczny problem gier antagonistycznych, dla rozwiązania którego (rozwiązaniem są poszukiwane funkcje gęstości) należy określić funkcję wygranej (jądro gry). Będzie to pewna średnia zysków i strat. Proponuje się, aby funkcja ta była postaci:

$$K(x,y) = \begin{cases} (1+\beta)x - (1+\alpha)(y-x) & x < y \\ (1+\beta)x - (1+\alpha)y & x = y \\ (1+\beta)(x-y) - (1+\alpha)y & x > y \end{cases} \tag{16}$$

gdzie współczynnikom α i β nadajemy pewien sens:

a) α - współczynnik niesprawności załogi i proponuje się, aby

$$\alpha = \frac{\text{czas awarii}}{\text{całkowity czas pracy}}$$

lub

$$\alpha = \frac{\text{wydobycie stracone w wyniku awarii}}{\text{całkowite wydobycie dotychczasowe}}$$

oraz

b) β - współczynnik niesprawności "przyrody" i proponuje się, aby

$$\beta = \frac{\text{rzeczywisty czas pracy}}{\text{całkowity czas pracy}}$$

lub

$$\beta = \frac{\text{rzeczywiste wydobycie}}{\text{całkowite wydobycie}}$$

Współczynniki α i β mogą być różnie określone i w rzeczywistości są to funkcje takich wielkości, jak wysokości ściany, natężenia wydobycia, warunków geodezyjnych itp.

Jeżeli przeprowadzimy normalizację czasu, to znaczy założymy, że element (układ) pracuje w przedziale czasu $\langle 0,1\rangle$, to możemy przyjąć, że załoga otrzymuje $1+\alpha$ z prawdopodobieństwem x i traci $1+\beta$ z prawdopodobieństwem y-x, w przypadku gdy $x<y$ oraz zyskuje $1+\beta$ z prawdopodobieństwem x i traci $1+\alpha$ z prawdopodobieństwem y, gdy x=y. Dla przypadku $x>y$, który oznaczać będzie awarię losową załoga zyskuje $1+\beta$ z prawdopodobieństwem x-y i traci $1+\alpha$ z prawdopodobieństwem y.

Będziemy poszukiwali funkcji rozkładu F(x) i C(y) takich, że:

$$F'(x) = f(x) \quad \text{i} \quad G'_y(y) = \varphi(x,y) = g(y) \tag{17}$$

Zależność funkcji G(y) od zmiennej x jest uwzględniona w samej metodzie jej wyznaczania, jako że jest to rozkład wystąpienia awarii pod warunkiem zagrożenia.

Ogólnie niech będzie dana funkcja

$$K(x,y) = \begin{cases} L(x,y) & x<y \\ N(x) & x=y \\ M(x,y) & x>y \end{cases} \tag{18}$$

gdzie funkcje L(x,y), M(x,y), N(x) spełniają założenia:

a) L(x,y), M(x,y) posiadają ciągłe pochodne cząstkowe rzędu drugiego odpowiednio w obszarach $0 \leqslant x < y < 1$, $0 \leqslant y < x \leqslant 1$

b) $\frac{\partial L(x,y)}{\partial x} > 0$ i $\frac{\partial M(x,y)}{\partial x} > 0$

$\frac{\partial L(x,y)}{\partial y} < 0$ i $\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} > 0$

czyli L(x,y) oraz M(x,y) rosną pod względem x dla wszystkich y oraz maleją względem y dla wszystkich x.

c) $L(x,y) > N(x) > M(x,y)$ dla wszystkich x i $L(0,0) = N(0,0) = M(0,0)$.

Przy tak określonej funkcji $K(x,y)$ prawdziwe jest twierdzenie:

Tw.: $F(x)$ istnieje i jest postaci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ \alpha^0 & 0 < x < a \\ \alpha^0 + \int_a^x f(t)\,dt & a \leqslant x < 1 \end{cases} \tag{19}$$

wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją liczby α^0, $a \in (0,1)$ i taka funkcja $f(x)$ określona dla $a \leqslant x \leqslant 1$, że spełnione są własności

$$f(y) - \int_a^1 T(x,y)\, f(x)\, dx = \alpha^0\, p_0(y) \tag{20}$$

$$\int_a^1 f(x)\, dx = 1 - \alpha^0 \tag{21}$$

gdzie:

$$T(x,y) = \begin{cases} \dfrac{-\dfrac{\partial L(x,y)}{\partial y}}{L(y,y)-M(y,y)} & a \leqslant x < y \leqslant 1 \qquad x < y \\[2ex] \dfrac{-\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y}}{L(y,y)-M(y,y)} & a \leqslant y < x \leqslant 1 \qquad x > y \end{cases}$$

i

$$P_0(y) = \frac{-\dfrac{\partial L(x,y)}{\partial y}}{L(y,y) - M(y,y)}$$

analogicznie dla równania całkowego

$$g(x) - \int_c^1 h(x,y)\, g(y)dy = \gamma^0\, q_0(x) \tag{22}$$

gdzie

$$h(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial x}}{L(x,x)-M(x,x)} & c \leq y < x \leq 1 \\[2ex] \dfrac{\dfrac{\partial L(x,y)}{\partial x}}{L(x,x)-M(x,x)} & c \leq x < y \leq 1 \end{cases}$$

i

$$q_o(x) = \frac{\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial x}}{L(x,x)-M(x,x)}$$

mamy, że

$$G(y) = \begin{cases} 0 & y = 0 \\ \gamma^o & 0 < y < o \\ \gamma^o + \int\limits_c^y g(t)dt & c \leq y \leq 1 \end{cases} \tag{23}$$

przy czym

$$\int\limits_c^1 g(y)dy = 1 - \gamma^o \tag{24}$$

Szczegółowy dowód podanego twierdzenia zamieszczony został w pracy [7]. Zapis twierdzenia jest ogólny, mówi ono o istnieniu rozwiązania. W każdym z konkretnych przypadków należy znaleźć funkcje F(x) i G(x) przez rozwiązanie równań (21) i (22).

Funkcja (17) przyjmuje postać

$$K(x,y) = \begin{cases} 2x-y + \alpha(x-y) + \beta x & x < y & L(x,y) \\ -\alpha x + \beta x & x = y & N(x) \\ -2y+x+\beta(x-y)-\alpha y & x > y & M(x,y) \end{cases}$$

Funkcje $L(x,y)$, $M(x,y)$ mają drugie pochodne ciągłe odpowiednio dla $x \leqslant y$ i $x \geqslant y$. Dalej

$$\frac{\partial L(x,y)}{\partial x} = 2 + \alpha + \beta > 0 \qquad \frac{\partial L(x,y)}{\partial y} = -1 - \alpha < 0,$$

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial x} = 1 + \beta > 0, \qquad \frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = -2 - \beta - \alpha < 0,$$

$$L(x,x) = 2x - x + \beta x = x = x(1+\beta) > x(\beta - x) = N(x > M(x,x) =$$

$$= -2x + x - \alpha x = -x(1+\alpha) \text{ z wyjątkiem punktu } x=0.$$

Poszukamy rozwiązania równania

$$f(y) - \int_a^1 \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)} f(x)dx - \int_y^1 \frac{2+\alpha+\beta}{a(2+\alpha+\beta)} f(x)dx = \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)}$$

$$f(y) - \int_a^1 \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)} f(x)dx - \int_y^1 \frac{f(x)}{y} dx = \frac{(1+\alpha)\alpha^0}{y(2+\alpha+\beta)}$$

Sprowadzamy ro równanie do równania różniczkowego. Niech

$$\int_a^y f(x)dx = \bar{c}_1, \qquad \int_y^1 f(x)dx = \bar{c}_2$$

mamy, że $\bar{c}_1 + \bar{c}_2 = 1 - \alpha^0$

Różniczkując $\bar{c}_1$ po y otrzymamy

$$\frac{d\,\bar{c}_1}{dy} = f(y)$$

zatem

$$\bar{c}_1'(y) - \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)} \bar{c}_1(y) - \frac{1}{y} \bar{c}_2(y) = \frac{1+\alpha}{a(2+\alpha+\beta)} \alpha^0$$

$$\bar{c}_1'(y) - \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)} \bar{c}_1(y) - \frac{1}{y} (1 - \alpha^0 - \bar{c}_1) = \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)} \alpha^0$$

$$\bar{c}_1'(y) = \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)}\,\bar{c}_1(y) + \frac{1}{y}\,\bar{c}_1(y) = \frac{1+\alpha}{y(2+\alpha+\beta)} + \frac{1}{y} - \frac{1}{y}\,\alpha^0$$

$$\bar{c}_1'(y) + \frac{1+\beta}{y(2+\alpha+\beta)}\,\bar{c}_1(y) = \frac{-\alpha^0(1+\beta) + 2+\alpha+\beta}{a\,(2+\alpha+\beta)}$$

równanie to rozwiążemy metodą uzmiennienia stałej (równanie liniowe). I tak równanie jednorodne ma postać:

$$\bar{c}_1'(y) + \frac{1+\beta}{y(2+\alpha+\beta)}\,\bar{c}_1(y) = 0,$$

stąd

$$\bar{c}_1(y) = \bar{c}_2\, y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}}$$

stąd otrzymamy

$$c_2'(y)y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} - \frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\,\bar{c}_2\, y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} + \frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\,\bar{c}_2 y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} =$$

$$= \frac{-\alpha^0(1+\beta) + 2 + \alpha+\beta}{y\,(2+\alpha+\beta)}$$

$$\bar{c}_2'(y) = \frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\cdot\frac{-\alpha^0(1+\beta) + 2 + \alpha+\beta}{y(2+\alpha+\beta)} =$$

$$= y^{\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta} - 1}\cdot\frac{2+\alpha+\beta - \alpha^0(1+\beta)}{2+\alpha+\beta}$$

całkując otrzymamy

$$\bar{c}_1(y) = \frac{2+\alpha+\beta - \alpha^0(1+\beta)}{1+\beta} + c\, y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}}$$

ponieważ

$\bar{c}_1(a) = 0$, zatem

$$\frac{2+\alpha+\beta - \alpha^0(1+\beta)}{1+\beta} + c\, a^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} = 0,$$

stąd

$$c = \frac{\alpha^{0}(1-\beta) - 2 - \alpha - \beta}{1+\beta}\, a^{\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} \tag{25}$$

Ponieważ

$$f(y) = \frac{d\bar{G}_1}{dy}$$

zatem

$$f(y) = -c\,\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\, y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}},$$

gdzie

c otrzymamy z (25)

Wartość $\bar{K}(F,G_y)$ nie zależy od y, więc przyrównując do zera współczynnik przy y obliczymy a

$$\bar{K}(F,G_y) = \int_a^y (2x - y - \alpha x - \alpha y + \beta x)\, f(x) +$$

$$+ \int_y^1 (-2y + x + \beta x - \beta y - \alpha y)\, f(x)dx =$$

$$= \int_a^1 \left[x(2+\alpha+\beta) - y(1+\alpha)\right] f(x)dx + \int_y^1 \left[x(1+\beta) - (2+\alpha+\beta)f(x)\right] dx$$

$$= -c\,\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\left\{\int_0^y \left[x(2+\alpha+\beta) - y(1+\alpha)\right] x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}-1}\, dx +\right.$$

$$\left. + \int_y^1 \left[x(1+\beta) - y(2+\alpha+\beta)\right] x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}-1}\, dx\right\} =$$

$$= -c\,\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\left\{\int_a^y (2+\alpha+\beta)x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} - y(1+\alpha)\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}\,x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}}\Big|_a^y + \right.$$

$$+\int_y^1 (1+\beta)x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}}\,dx - y\quad(2+\alpha+\beta)\left(-\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}\right)x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}}\Big|_y^1 =$$

$$= c\,\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\left\{\int_a^1 (2+\alpha+\beta)x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} + y(1+\alpha)\,\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}\,y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} - \right.$$

$$- y(1+\alpha)\,\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}\,a^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} + \int_y^1 (1+\beta)\,x^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}}\,dx +$$

$$\left. + y(2+\alpha+\beta)\,.\,\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta} - y(2+\alpha+\beta)\,\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}\,y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}}\right\}$$

Mamy zatem

$$\frac{(1+\alpha)(2+\alpha+\beta)}{1+\beta}\,a^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} = (2+\alpha+\beta)^2\,.\,\frac{1+\beta}{(1+\alpha)(2+\alpha+\beta)}$$

$$a^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} = \frac{2+\alpha+\beta}{1+\alpha},$$

zatem

$$a = \left(\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\right)^{\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}},$$

więc

$$c = \frac{\alpha^0(1+\beta) - 2 - \alpha - \beta}{1+\beta}\left(\frac{1+\alpha}{2+\alpha+\beta}\right)^{\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}}\cdot\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta} =$$

$$= \frac{\alpha^0(1+\beta) - 2 - \alpha - \beta}{1+\beta}\cdot\frac{1+\alpha}{2+\alpha+\beta}$$

Szukamy α^{o}

$$\int_a^1 -c\,\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\cdot y^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}-1}\,dy = -c\,\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\left(-\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}\right)y^{\frac{-1+\beta}{2+\alpha+\beta}}\Bigg|_a^1 =$$

$$= c - ca^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}} = c - c\left(\frac{1+\alpha}{2+\alpha+\beta}\right)^{\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}\cdot\left(-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\right)} =$$

$$= c - c\cdot\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta} = c\left(1-\frac{2+\alpha+\beta}{1+\alpha}\right) = -c\,\frac{1+\beta}{1+\alpha}$$

mamy zatem

$$-c\,\frac{1+\beta}{1+\alpha} = 1-\alpha^{o}$$

podstawiając c otrzymamy

$$\frac{2+\alpha+\beta-\alpha^{o}(1+\beta)}{1+\beta}\cdot\frac{1+\alpha}{2+\alpha+\beta}\cdot\frac{1+\beta}{1+\alpha} = 1-\alpha^{o}$$

$$\alpha^{o}\left(1-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\right) = 0$$

mamy

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < \left(\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\right)^{\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}} = a \\ \int_a^x \frac{1+\alpha}{2+\alpha+\beta}\cdot t^{-\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}-1}\,dt\,\left(\frac{1+\alpha}{2+\alpha+\beta}\right)^{\frac{2+\alpha+\beta}{1+\beta}} & \leqslant x \leqslant 1 \end{cases} \tag{26}$$

i postępując analogicznie otrzymamy

$$G(y) = \begin{cases} 0 & y < \left(\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\right)^{\frac{2+\alpha+\beta}{1+\alpha}} = e \\ \int_e^y \frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\,t^{-\frac{1+\alpha}{2+\alpha+\beta}-1}\,dt\,\left(\frac{1+\beta}{2+\alpha+\beta}\right)^{\frac{2+\alpha+\beta}{1+\alpha}} & \leqslant y \leqslant 1 \end{cases} \tag{27}$$

Otrzymaliśmy rozwiązanie postawionego problemu, czyli rozkłady zmiennych losowych, jakimi są: wystąpienie zagrożenia i pojawienia się awarii. Opierając się na tych rozkładach, możemy symulować pracę poszczególnych układów, rozróżniając, czy występujące przestoje są planowane czy też losowe.

5. UWAGI I WNIOSKI KOŃCOWE

1. Praca jest merytorycznym uzasadnieniem możliwości modelowania struktury kopalni węgla kamiennego z uwzględnieniem sytuacji, kiedy kopalnia znajduje się w budowie jak również kopalni, której budowa została ukończona.

2. Otrzymane rozwiązania zależą od ustalenia współczynników α i β, które inne będą dla KWK będącej w budowie, a inne dla KWK już pracującej. Będą one charakterystyczne dla poszczególnych kopalń.

3. Praca wymaga kontynuacji w dwóch etapach. Pierwszy etap to opracowanie modeli poszczególnych układów KWK. Drugi etap to opracowanie oraz budowa odpowiednich algorytmów będących strukturą logiczną dla właściwych poziomów.

4. Praca jest podstawą do opracowania odpowiednich programów w celu realizacji symulacji.

5. Podane w pracy charakterystyki stanów układów kopalni węgla kamiennego są tak dobrane, aby w pełni odzwierciedliły rzeczywiste stany KWK, stąd w taki a nie inny dobór metod matematycznych.

LITERATURA

1. ANTONIAK J.: Urządzenia i systemy transportu podziemnego w kopalniach. Śląsk, Katowice 1976.
2. ANTONIAK J., WIANECKI A.: Badanie procesów stochastycznych w technice górniczej przy zastosowaniu metod symulacji na maszynach cyfrowych PTMTiS, Gliwice 1971.
3. CHUDEK M., WILCZYŃSKI S., ŻYLIŃSKI R.: Podstawy górnictwa. Śląsk, Katowice 1973.
4. FERENSZTAJN B.: Modernizacja i automatyzacja dołowego transportu urobku w kopalniach. "Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa" 9/10 - 1970.
5. FIRGANEK B., PSZCZÓŁKA E.: Projektowanie transportu kopalnianego metodą symulacji na EMC. Projekty-Problemy 3/1970.
6. FIRGANEK B.: Symulacja komputerowa ruchu pociągów w dołowej sieci przewozowej. Przegląd Górniczy 3/1972.
7. KARLIN S.: Mathematical Methods and Theory in Games Programing and Economics. Pergamon Press, London-Paris, 1959.

8. KUCHARCZYK J. i inni: Modelowanie transportu kołowego w kopalni węgla kamiennego. Informator Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, Warszawa 1966.

9. SHANNON R.: Systems Simulation (tłumaczenie rosyjskie) Prince-Hall Inc. Englewood Cliffs, New York 1975.

Recenzent
Prof. dr hab. inż. Włodzimierz Sitko

ХАРАКТЕРИСТИКА СИМУЛЯЦИИ ШАХТЫ НА ЭТАПЕ ЕЕ СТРОИТЕЛЬСТВА И ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗАЛЕЖЕЙ КАМЕННОГО УГЛЯ.
Ч. 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Р е з ю м е

Работа является существенным подтверждением возможности моделирования структуры каменноугольной шахты с учетом периода строительства шахты, а также ее эксплуатации. Предлагается симулировать работу шахты путем конструирования истории состояний, которыми являются аварийные состояния и плановые ремонты. При разработке модели симуляции шахта как система была разделена на некоторые подсистемы, в состав каждой из которых также может входить определенное количество подузлов. Описываются также характеристики, которые позволяют оценить состояние, в котором данная система хнаходится в данный момент.

SIMULATION CHARACTERISTIC OF A MINE IN THE STAGE OF ITS CONSTRUCTION AND MINING OF A HARD CEAL DEPOSIT. PART I. THEORETICAL VASES

S u m m a r y

The paper is an essential justification of the possibility of modelling the structure of a hard coal mine with due consideration of the period of the mine construction, as well as the mining of the deposit. It is suggested to simulate the mine operation by means of designing the history of the states such as the moments of failure, as well as the moments of planned repairs. During the development of the simulation model the mine - system was divided into certain systems (subsystems) each of which already as an installation may include also a certain number of subsystems. Also some charakteristics which will make possible the evaluation of the state of the particular system at the particular moment have been described.