

Jan TALER, Wiesław ZIMA

Instytut Aparatury Przemysłowej i Energetyki, Politechnika Krakowska

EFEKTYWNA METODA IDENTYFIKACJI NIEUSTALONEGO STANU CIEPLNEGO CIŚNIENIOWYCH ELEMENTÓW KOTŁÓW W CZASIE RZECZYWISTYM

Streszczenie. W referacie przedstawiono numeryczno–analityczną metodę rozwiązywania zagadnień odwrotnych przewodzenia ciepła, występujących przy wyznaczaniu naprężeń cieplnych w ciśnieniowych, grubościennych elementach kotłów i turbin. Metoda nadaje się zarówno do zagadnień jedno– jak i wielowymiarowych. Jest ona szczególnie przydatna do zastosowania w komputerowych układach kontroli naprężeń cieplnych, pracujących w czasie rzeczywistym. Odznacza się ona dużą dokładnością, nawet przy dużych, przypadkowych błędach pomiaru temperatury. Wzory obliczeniowe mają przy tym prostą formę. Zastosowanie metody zilustrowano trzema przykładami.

EFFECTIVE METHOD OF IDENTIFICATION OF NONSTEADY STATE OF PRESSURIZED BOILER ELEMENTS IN REAL TIME

Summary. An accurate and stable seminumerical method is developed for solving inverse heat conduction problems encountered in monitoring of thermal stresses in pressurized thick–walled elements of steam boilers and turbines. The method is appropriate for one and multidimensional problems. Due to its efficiency, it can be readily implemented in an on–line fatigue monitoring system. The numerical results show the current method of analysis is insensitive to measurement errors. The method is very simple and is much more computationally efficient than other methods. The application of the method is illustrated by three examples.

ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОТЛОВ РАБОТАЮЩИХ ПОД ДАВЛЕНИЕМ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Резюме. В статье представлен численно-аналитический метод определения обратных проблем теплообмена, которые выступают при определении температурных напряжений в толстостенных элементах котлов и турбин работающих под давлением. Метод пригодный для одно- и многомерных задач, особенно к применению в компьютерных системах контроля температурных напряжений работающих в реальном времени. Отличается он большой точностью, даже при больших, случайных ошибках измерения температуры. Выведенные формулы для вычисления распределения температуры и напряжений несложные. Применение метода показано на трёх примерах.

WSTĘP

W grubościennych elementach bloków energetycznych pracujących przy wysokich temperaturach i ciśnieniach mogą powstawać w czasie rozruchu i wyłączenia z ruchu wysokie naprężenia cieplne, wywołane nierównomiernym rozkładem temperatury.

W celu określenia naprężeń na wewnętrznej powierzchni omywanej czynnikiem pod wysokim ciśnieniem niezbędna jest znajomość temperatury tej powierzchni, na której zamocowanie czujnika jest utrudnione.

W referacie proponuje się nową metodę wyznaczania czasowo-przestrzennego rozkładu temperatury oraz naprężeń cieplnych wewnątrz elementu i na jego powierzchni wewnętrznej na podstawie temperatury mierzonej na powierzchni zewnętrznej tego elementu.

Ponadto można wyznaczyć gęstość strumienia oraz współczynnik wnikania ciepła na wewnętrznej powierzchni elementu.

Tak więc, bez wiercenia otworów w ścianie odtworzyć można zjawiska cieplne zachodzące na wewnętrznej powierzchni, co jest szczególnie ważne w przypadku elementów konstrukcyjnych pracujących pod wysokim ciśnieniem.

Sformułowany w ten sposób problem jest odwrotnym, źle uwarunkowanym zagadnieniem przewodzenia ciepła, bardzo trudnym do poprawnego rozwiązania. Wynika to z ogromnej wrażliwości wyznaczonej temperatury lub gęstości na powierzchni wewnętrznej na przypadkowe błędy pomiaru zawarte w przebiegach czasowych temperatur mierzonych na powierzchni zewnętrznej. Nawet niewielkie błędy pomiaru temperatury mogą wywołać bardzo duże oscylacje w przebiegach wyznaczanych parametrów [1]. Do wyznaczania pola temperatury i naprężeń cieplnych w elementach cylindrycznych na podstawie pomiaru temperatury zewnętrznej powierzchni stosowane są wzory ważne dla ścianki płaskiej [2, 3].

W przypadku cylindrycznych elementów grubościennych takie uproszczenie może prowadzić do dużych błędów.

Przedstawiona w referacie metoda numeryczno-analityczna rozwiązywania odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła odznacza się dużą dokładnością i stabilnością, nawet przy dużych błędach temperatur. Może być wykorzystana przy wyznaczaniu jedno- jak i wielowymiarowych pól temperatury.

Opracowano ponadto oryginalny sposób wygładzania zmierzonych przebiegów temperatury za pomocą filtra cyfrowego, eliminujący w znacznym stopniu wpływ błędów pomiaru temperatury na uzyskiwane wyniki.

Zastosowanie proponowanej w referacie metody zilustrowano na trzech przykładach.

W pierwszym, na podstawie zmierzonego przebiegu temperatury na izolowanej, nie ogrzewanej cieplnie powierzchni ściany płaskiej, odtworzono przebieg zmian gęstości strumienia ciepła na przeciwległej powierzchni ogrzewanej.

W pozostałych dwóch przykładach na podstawie pomiaru temperatury na powierzchni zewnętrznej zbiornika cylindrycznego wyznaczono rozkład temperatury na grubości ścianki oraz współczynnik wnikania ciepła na wewnętrznej powierzchni zbiornika walczaka kotła w funkcji czasu. Obliczono również przebieg osiowych naprężeń cieplnych na wewnętrznej powierzchni elementu w funkcji czasu. W przykładzie drugim temperatura czynnika zmienia się skokowo; w trzecim natomiast rośnie najpierw ze stałą szybkością, a następnie pozostaje stała.

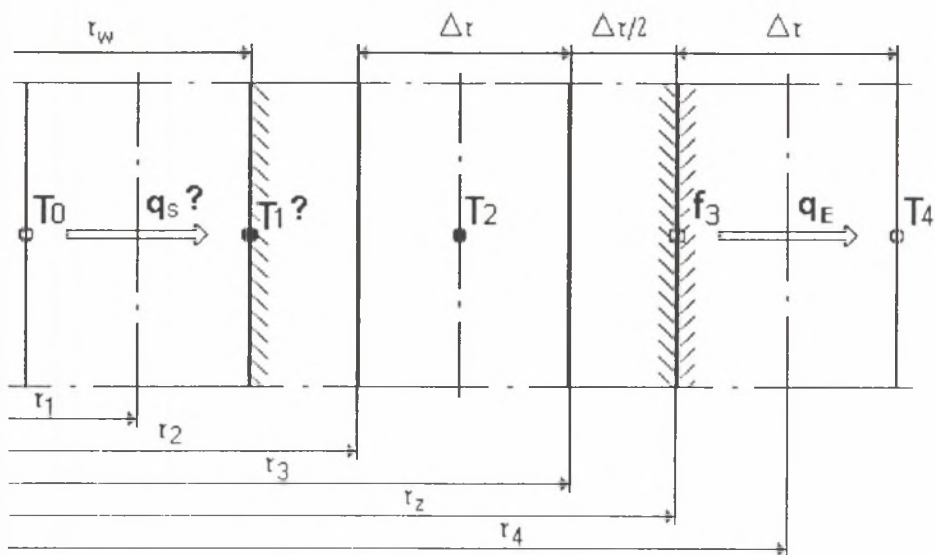
OPIS METODY

W zagadnieniach odwrotnych przewodzenia ciepła, na podstawie zmierzonego przebiegu temperatury w wybranych punktach leżących wewnątrz ciała, odtwarzana jest temperatura brzegu ciała albo gęstość strumienia lub współczynnik wnikania ciepła. Z uwagi na fakt, że jest to problem źle postawiony, duży wpływ na poszukiwane rozwiązanie mają przypadkowe błędy pomiaru temperatury [1].

W pracy [4] przedstawiono efektywną metodę rozwiązywania odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła, wychodząc z dobrze znanej metody bilansów elementarnych [5].

W niniejszej pracy w podobny sposób wyprowadzone zostaną równania pozwalające wyznaczyć temperaturę i gęstość strumienia ciepła na powierzchni ciała cylindrycznego na podstawie znanego przebiegu temperatury i gęstości strumienia ciała w punkcie położonym wewnątrz ciała (rys. 1).

Zakładając, że w punkcie r_z znane są z pomiaru przebieg temperatury $f_3(t)$ i gęstość strumienia ciepła $q_E(t)$, wyznaczona zostanie temperatura wewnętrznej powierzchni cylindra $T_1(t)$ oraz gęstość strumienia na wewnętrznej powierzchni $q_s(t)$.



Rys. 1. Schemat podziału ścianki cylindrycznej na objętości kontrolne; f_3 i q_E – wielkości znane z pomiaru, T_1 i q_s – wielkości poszukiwane

Fig. 1. One-dimensional model for cylindrical geometry showing elements and control volume boundaries; f_3 and q_E – quantities from measurements, T_1 and q_s – unknown quantities

Wymienione wielkości wyznaczone zostaną z równań bilansu ciepła dla objętości kontrolnej przedstawionej na rys. 1.

$$\begin{aligned} \frac{df_3}{dt} &= \left(\frac{N-1}{r_z - r_w} \right)^2 a_3 \left[\frac{\lambda(f_3) + \lambda(T_4)}{\lambda(f_3)} \left(1 - \frac{r_3}{r_3 + r_4} \right) (T_4 - f_3) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda(f_3) + \lambda(T_2)}{\lambda(f_3)} \left(1 - \frac{r_4}{r_3 + r_4} \right) (f_3 - T_2) \right] \\ \frac{dT_2}{dt} &= \left(\frac{N-1}{r_z - r_w} \right)^2 a_2 \left[\frac{\lambda(T_2) + \lambda(f_3)}{\lambda(T_2)} \left(1 - \frac{r_2}{r_2 + r_3} \right) (f_3 - T_2) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda(T_2) + \lambda(T_1)}{\lambda(T_2)} \left(1 - \frac{r_3}{r_2 + r_3} \right) (T_2 - T_1) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \left(\frac{N-1}{r_z - r_w}\right)^2 a_1 \left[\frac{\lambda(T_1) + \lambda(T_2)}{\lambda(T_1)} \left(1 - \frac{r_1}{r_1 + r_2}\right) (T_2 - T_1) - \frac{\lambda(T_1) + \lambda(T_0)}{\lambda(T_1)} \left(1 - \frac{r_2}{r_1 + r_2}\right) (T_1 - T_0) \right]$$

Na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ścianki cylindrycznej zadane są warunki brzegowe II rodzaju:

$$\left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right] \Big|_{r=r_z} = -q_E \tag{2}$$

$$\left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right] \Big|_{r=r_w} = -q_S \tag{3}$$

w których pochodne przybliżone zostaną ilorazami różnicowymi centralnymi:

$$\lambda(f_3) \frac{T_4 - T_2}{2\Delta r} = -q_E, \tag{4}$$

$$\lambda(T_1) \frac{T_2 - T_0}{2\Delta r} = -q_S \tag{5}$$

Z równań (4–5) otrzymuje się odpowiednio:

$$T_4 = T_2 - \frac{2\Delta r q_E}{\lambda(f_3)}, \tag{6}$$

$$T_0 = T_2 - \frac{2\Delta r q_S}{\lambda(T_1)}, \tag{7}$$

gdzie:

$$\Delta r = \frac{r_z - r_w}{N - 1};$$

T_0 i T_4 – temperatury w węzłach pozornych.

W dalszych rozważaniach przyjmuje się, że własności termofizyczne materiału ścianki: c , λ oraz ρ nie zależą od temperatury.

Z pierwszego z równań (1), po uwzględnieniu równania (6), otrzymuje się:

$$T_2 = f_3 + \frac{1(\Delta r)^2}{2 a} \frac{df_3}{dt} + \left(\frac{r_4}{r_3 + r_4}\right) \frac{2\Delta r q_E}{\lambda} \tag{8}$$

Z drugiego z równań (1), po uwzględnieniu równania (8), otrzymuje się wzór na temperaturę T_1 powierzchni wewnętrznej:

$$T_1 = f_3 + \left(\frac{r_2 + r_3}{r_2} \right) \left[\frac{(\Delta r)^2}{a} \frac{df_3}{dt} + \frac{(\Delta r)^4}{4a^2} \frac{d^2f_3}{dt^2} + \left(\frac{2r_4}{r_3 + r_4} \right) \frac{\Delta r q_E}{\lambda} + \left(\frac{r_4}{r_3 + r_4} \right) \frac{(\Delta r)^3}{a\lambda} \frac{dq_E}{dt} \right] \quad (9)$$

Z ostatniego z równań (1), uwzględniając (7 – 9), otrzymuje się:

$$\begin{aligned} q_s = q_E \left(\frac{r_4}{r_3 + r_4} \right) \left[\frac{(r_3 - r_1)}{r_1} + \frac{(r_2 + r_3)}{r_2} \right] + (r_2 + r_3) \left[\frac{df_3}{dt} \frac{\Delta r \lambda}{2a} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{d^2f_3}{dt^2} \frac{(\Delta r)^3 \lambda}{4a^2} \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} + \frac{1}{2r_1} + \frac{1}{2r_2} \right) + \frac{d^3f_3}{dt^3} \frac{(\Delta r)^5 \lambda}{16a^3} \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} \right] + \\ \left. + \frac{r_4(r_2 + r_3)}{(r_3 + r_4)} \left[\frac{dq_E}{dt} \frac{(\Delta r)^2}{2a} \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + \frac{d^2q_E}{dt^2} \frac{(\Delta r)^4}{4a^2} \frac{(r_1 + r_2)}{r_1 r_2} \right] \quad (10) \end{aligned}$$

Przyjmując $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$, otrzymuje się z wyżej wyprowadzonych wzorów równania na T_1 i q_s dla ścianki płaskiej, przedstawione w pracy [4]:

$$T_1 = f_3 + \frac{1}{2} \frac{E^2}{a} \frac{df_3}{dt} + \frac{1}{32} \frac{E^4}{a^2} \frac{d^2f_3}{dt^2} + \frac{q_E E}{\lambda} + \frac{1}{8} \frac{E^3}{\lambda a} \frac{dq_E}{dt}, \quad (11)$$

$$q_s = q_E + \lambda \left[\frac{E}{a} \frac{df_3}{dt} + \frac{3}{16} \frac{E^3}{a^2} \frac{d^2f_3}{dt^2} + \frac{1}{128} \frac{E^5}{a^3} \frac{d^3f_3}{dt^3} \right] + \frac{1}{2} \frac{E^2}{a} \frac{dq_E}{dt} + \frac{1}{32} \frac{E^4}{a^2} \frac{d^2q_E}{dt^2} \quad (12)$$

gdzie $E=2\Delta r$.

We wzorach określających temperaturę wewnętrznej powierzchni elementu T_1 oraz gęstości strumienia ciepła na tej powierzchni q_s występują pochodne zmierzonej temperatury f_3 i gęstości strumienia ciepła q_E po czasie. Z uwagi na fakt, że zarówno $f_3(t)$, jak i $q_E(t)$ obarczone są przypadkowymi błędami pomiaru, szczególną uwagę należy zwrócić na poprawne wyznaczanie tych pochodnych. Szeroko stosowane w analizie numerycznej przybliżanie pochodnych ilorazami różnicowymi jest zawodne, gdyż prowadzi do bardzo dużych błędów, szczególnie przy pochodnych wyższych rzędów.

Pochodne te można by również obliczyć aproksymując $f_3(t)$ i $q_E(t)$ w całym analizowanym zakresie wielomianem n -tego stopnia. Taki sposób postępowania napotyka jednak w praktyce na ogromne trudności z uwagi na złożony przebieg $f_3(t)$ i $q_E(t)$, trudny do aproksymacji jedną funkcją w całym analizowanym zakresie.

Z tego też względu przedstawiona zostanie nowa metoda aproksymacji przebiegów $f_3(t)$ i $q_E(t)$, pozwalająca z dużą dokładnością odtworzyć niezaburzony błędami przebieg sygnałów oraz ich pochodnych.

FILTRACJA CYFROWA ZMIERZONYCH PRZEBIEGÓW TEMPERATURY

Schemat aproksymacji przebiegów czasowych wielkości zmierzonych jest taki sam dla temperatur jak i gęstości strumienia ciepła. Dlatego też omówiona zostanie jedynie aproksymacja zmierzonego przebiegu temperatury.

W niniejszej pracy do wygładzania danych pomiarowych zastosowano filtrację cyfrową z uwagi na wysoką jej skuteczność w eliminowaniu jej przypadkowych błędów pomiaru i prostą postać wzorów obliczeniowych. Pozwala ona z dużą dokładnością wyznaczyć rzeczywiste wartości funkcji i jej pochodnych na podstawie zakłóconych błędami przypadkowymi danych pomiarowych. Filtracja cyfrowa jest odmianą kroczącej aproksymacji wielomianowej, w której wprowadzono skalowanie czasu i przyjęto założenie, że punkty pomiarowe są równoległe. Wygładzanie przeprowadza się metodą najmniejszych kwadratów za pomocą ortogonalnych wielomianów Grama [6], które aproksymują grupę danych pomiarowych złożoną z N punktów.

Dokładność średniokwadratowej aproksymacji wielomianowej jest najwyższa w środku analizowanego przedziału. Z tego względu do aproksymacji bierze się nieparzystą liczbę danych pomiarowych.

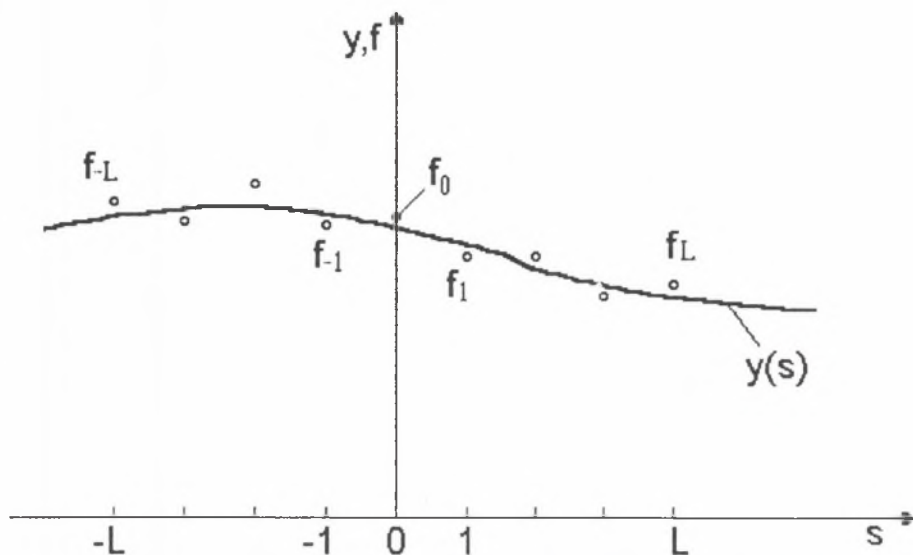
Wygładzanie za pomocą filtru cyfrowego przeprowadza się w analogiczny sposób jak w przypadku aproksymacji wielomianowej kroczącej. Jeśli filtr wykorzystuje pięć punktów pomiarowych, to przy pierwszych pięciu punktach: f_1, f_2, f_3, f_4 i f_5 obliczana jest wartość wygładzona $y(t_3)$, następnie bierze się drugą grupę punktów: f_2, f_3, f_4, f_5 i f_6 i oblicza się $y(t_4)$. W ten sposób otrzymuje się wygładzone wartości dla wszystkich punktów od $i = 3$ do $i = N - 2$. Następnie wygładza się dwie pierwsze i dwie ostatnie wartości funkcji, korzystając jednak z innych postaci wzorów wygładzających. Filtry cyfrowe są dolnoprzepustowe, tj. zatrzymywane są sygnały o wysokiej częstotliwości, podczas gdy sygnały o niskiej częstotliwości są przepuszczane.

Żałómy, że mamy N równoległych punktów pomiarowych (rys. 2), przy czym $N > 3$ jest liczbą nieparzystą.

Podstawiając $L = (N-1)/2$ wprowadzając nową zmienną s :

$$s = \frac{t_i - t_1}{\Delta t} - L, \quad (13)$$

gdzie Δt jest odległością sąsiednich punktów pomiarowych (czasem próbkowania). Współrzedną $s = 0$ otrzymuje się w środku przedziału oraz L punktów



Rys. 2. Aproxymacja zmierzonego przebiegu temperatury z użyciem filtru cyfrowego ($L=4$)

Fig. 2. Smoothing of experimental data using digital filter ($L=4$)

pomiarowych zarówno po prawej, jak i po lewej stronie zerowego punktu środkowego.

Jeżeli wartości temperatury $f_s = f(s)$ są dane w punktach $s = -L, -L + 1, \dots, L$, to średniokwadratowe przybliżenie tych wartości za pomocą ortogonalnego wielomianu Grama trzeciego stopnia prowadzi przy $L = 5$ do następujących wzorów wygładzających na wartości funkcji i jej pochodnych:

$$y(0) = \frac{1}{429}(-36f_{-5} + 9f_{-4} + 44f_{-3} + 69f_{-2} + 84f_{-1} + 89f_0 + 84f_1 + 69f_2 + 44f_3 + 9f_4 - 36f_5), \quad (14)$$

$$y'(0) = \frac{1}{5148\Delta t}(300f_{-5} - 294f_{-4} - 532f_{-3} - 503f_{-2} - 296f_{-1} + 296f_1 + 503f_2 + 532f_3 + 294f_4 - 300f_5), \quad (15)$$

$$y''(0) = \frac{5}{143(\Delta t)^2} \left(f_{-5} + \frac{2}{5}f_{-4} - \frac{1}{15}f_{-3} - \frac{2}{5}f_{-2} - \frac{3}{5}f_{-1} - \frac{2}{3}f_0 - \frac{3}{5}f_1 - \frac{2}{5}f_2 - \frac{1}{15}f_3 + \right. \\ \left. + \frac{2}{5}f_4 + f_5 \right), \quad (16)$$

$$y'''(0) = \frac{5}{143(\Delta t)^3} \left(-f_{-5} + \frac{1}{5}f_{-4} + \frac{11}{15}f_{-3} + \frac{23}{30}f_{-2} + \frac{7}{15}f_{-1} - \frac{7}{15}f_1 - \frac{23}{30}f_2 - \frac{11}{15}f_3 - \right. \\ \left. - \frac{1}{5}f_4 + f_5 \right). \quad (17)$$

WYZNACZANIE NAPRĘŻEŃ CIEPLNYCH

Znając rozkład temperatury na grubości ścianki elementu cylindrycznego, osiowe naprężenia cieplne na wewnętrznej powierzchni mogą być wyznaczone z następującego wzoru:

$$\sigma_w = \frac{E\beta}{1-\nu} (T_{\dot{s}r} - T|_{r=r_w}), \quad (18)$$

gdzie:

$$T_{\dot{s}r} = \frac{2}{r_z^2 - r_w^2} \int_{r_w}^{r_z} rT(r, t) dr \quad (19)$$

Z uwagi na zastosowaną metodę numeryczną temperatura ścianki znana jest tylko w dyskretnych punktach, w związku z czym temperatura średnia $T_{\dot{s}r}$ jest obliczana w sposób przybliżony. Wykorzystując do obliczania całki we wzorze (19) metodę trapezów otrzymuje się:

$$T_{\dot{s}r} = \frac{1}{r_z^2 - r_w^2} \sum_{i=2}^N (r_{i-1}T_{i-1} + r_iT_i)\Delta r \quad (20)$$

Uwzględniając, że w zaproponowanym rozwiązaniu odwrotnym temperatura ścianki wyznaczona jest tylko w trzech punktach: r_w , $r_{\dot{s}r}$ i r_z , dokładność obliczania temperatury średniej (20) może być w niektórych przypadkach niewystarczająca. W związku z tym przeanalizowano również inny sposób wyznaczania temperatury średniej interpolując wyznaczone z rozwiązania zagadnienia odwrotnego temperatury: T_1 , T_2 i T_3 parabolą:

$$T(r, t) = a(t) + b(t)r + c(t)r^2, \quad (21)$$

gdzie:

$$a = T_1 - \frac{r_w(T_1 - T_2)(2r_z - r_w)}{(r_{sr}^2 - r_w^2) - 2r_z(r_{sr} - r_w)}, \quad (22)$$

$$b = \frac{2r_z(T_1 - T_2)}{(r_{sr}^2 - r_w^2) - 2r_z(r_{sr} - r_w)}, \quad (23)$$

$$c = \frac{T_2 - T_1}{(r_{sr}^2 - r_w^2) - 2r_z(r_{sr} - r_w)} \quad (24)$$

Wzór (19) na temperaturę średnią przyjmuje postać:

$$T_{sr} = \frac{2}{(r_z^2 - r_w^2)} \left[\frac{(r_z^2 - r_w^2)}{2} \left(T_1 - \frac{r_w(T_1 - T_2)(2r_z - r_w)}{(r_{sr}^2 - r_w^2) - 2r_z(r_{sr} - r_w)} \right) + \frac{(T_1 - T_2)}{(r_{sr}^2 - r_w^2) - 2r_z(r_{sr} - r_w)} \left(\frac{2r_z(r_z^3 - r_w^3)}{3} - \frac{(r_z^4 - r_w^4)}{4} \right) \right] \quad (25)$$

Zarówno wzór (20) jak i (25) mają charakter przybliżony.

PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA PROPONOWANEJ METODY

Przedstawione zostaną trzy przykłady ilustrujące dokładność metody. W pierwszym przykładzie na podstawie pomiaru temperatury tylnej, izolowanej powierzchni płyty odtworzona zostanie temperatura i gęstość strumienia ciepła na przeciwległej, nagrzewanej powierzchni. W drugim i trzecim przykładzie wyznaczona będzie temperatura i współczynnik wnikania ciepła na wewnętrznej powierzchni walczaka kotła na podstawie zmierzonego, czasowego przebiegu temperatury na zewnętrznej, izolowanej cieplnie powierzchni zbiornika. Wyznaczono również przebieg naprężeń cieplnych na wewnętrznej powierzchni walczaka.

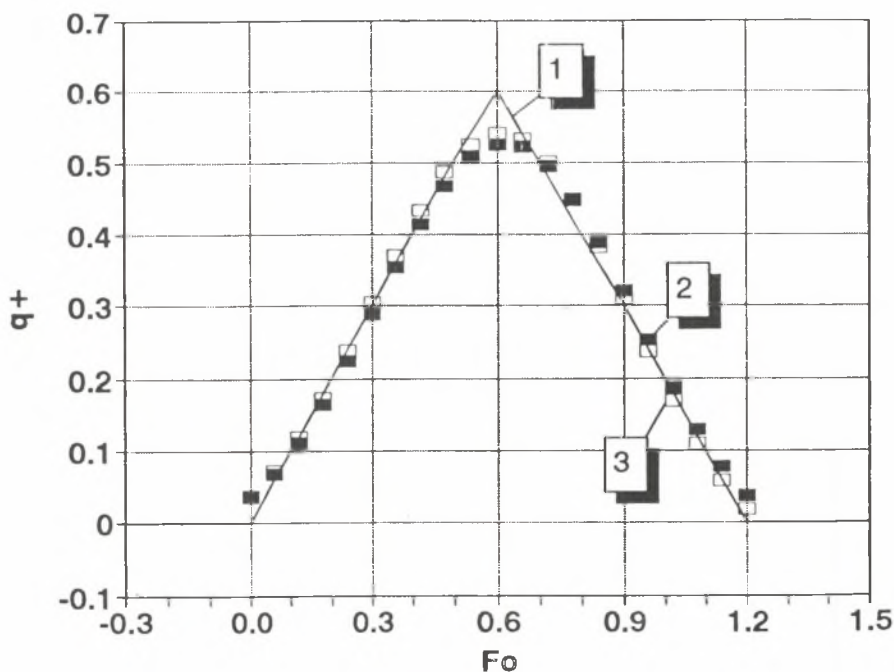
Przykład 1

W przykładzie zastosowany będzie ogólnie przyjęty [1] sposób testowania efektywności metod rozwiązywania odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła. Dane pomiarowe generuje się z rozwiązania bezpośredniego zagadnienia przewodzenia ciepła przy założonych, znanych warunkach brzegowych i warunku początkowym. W danym przypadku przyjmuje się, że początkowa tem-

peratura płyty jest równomierna. Czołowa powierzchnia płyty nagrzewana jest strumieniem ciepła o gęstości zmieniającej się w czasie w formie trójkąta, podczas gdy tylna powierzchnia płyty jest izolowana cieplnie.

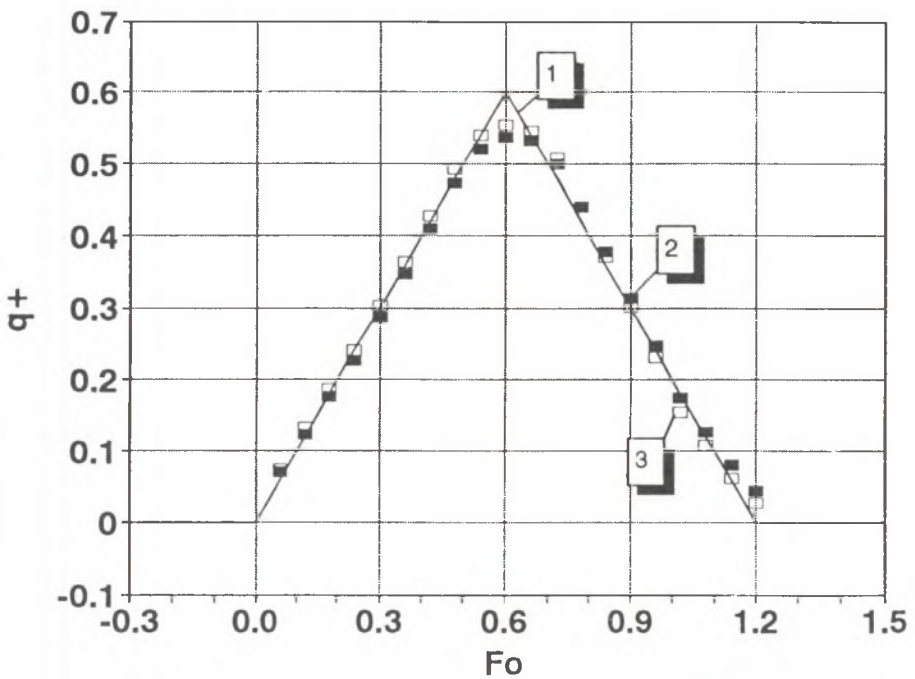
Jako dane pomiarowe przyjmuje się obliczoną temperaturę powierzchni w odstępach $\Delta F_0 = 0,06$ ($\Delta F_0 = a \cdot \Delta t/L^2$), do której dodano przypadkowe błędy pomiaru o rozkładzie normalnym. Wartość średnia generowanych błędów była równa zeru, a odchylenie średniokwadratowe $\sigma_f^* = 0,002$, gdzie symbol $\sigma_f^* = \sigma_f \frac{q_N \cdot l}{\lambda}$ jest bezwymiarowym, średnim odchyleniem kwadratowym.

Dane pomiarowe przedstawiono w tabl. 1. Wyniki obliczeń przy danych pomiarowych dokładnych i zaburzonych błędami przedstawiono odpowiednio na rys. 3a i 3b.



Rys. 3a. Przebieg zmian gęstości strumienia ciepła na czołowej powierzchni płyty; dane pomiarowe dokładne, 1 – przebieg przyjęty do obliczeń (wielkość dokładna), 2 – przebieg obliczony wg metody ścisłej Stefana–Burggrafa–Langforda, 3 – przebieg obliczony wg proponowanej metody

Fig. 3a. Calculated surface heat flux for triangular heat flux; errorless data, 1 – applied surface heat flux, 2 – estimated heat flux using Stefan–Burggraf–Langford method, 3 – present method



Rys. 3b. Przebieg zmian gęstości strumienia ciepła na czołowej powierzchni płyty; dane pomiarowe zaburzone błędami, 1 – przebieg przyjęty do obliczeń (wielkość dokładna), 2 – przebieg obliczony wg metody ścisłej Stefana–Burggrafa–Langforda, 3 – przebieg obliczony wg proponowanej metody

Fig. 3b. Calculated surface heat flux for triangular heat flux; data with random errors, 1 – applied surface heat flux, 2 – estimated heat flux using Stefan–Burggraf–Langford method, 3 – present method

Obliczenia przeprowadzono przy następujących danych: $L = 0,1$ m, $\lambda = 52$ W/mK, $a = 14,4 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\Delta t = 41,7$ s ($\Delta Fo = 0,06$), $q_N = 10^5$ W/m², $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Z analizy rys. 3a i 3b wynika, że dokładność proponowanej metody przybliżonej jest bardzo dobra.

Tablica 1

„Dane pomiarowe” dokładne i zaburzone błędami dla płyty nagrzewanej strumieniem ciepła, zmieniającego się w czasie w formie trójkąta

Dane pomiarowe dokładne				Dane pomiarowe zaburzone błędami			
F_0	$\Theta = \frac{T - T_0}{q_N L / K}$	F_0	$\Theta = \frac{T - T_0}{q_N L / K}$	F_0	$\Theta = \frac{T - T_0}{q_N L / K}$	F_0	$\Theta = \frac{T - T_0}{q_N L / K}$
-0,24	0,0	0,66	0,127200	-0,24	0,00034	0,66	0,127722
-0,18	0,0	0,72	0,157880	-0,18	0,00281	0,72	0,155529
-0,12	0,0	0,78	0,189293	-0,12	0,00135	0,78	0,193275
-0,06	0,0	0,84	0,219593	-0,06	-0,00090	0,84	0,223066
0,0	0,0	0,90	0,247680	0,0	-0,00020	0,90	0,248541
0,06	0,000007	0,96	0,272931	0,06	-0,004241	0,96	0,275499
0,12	0,000374	1,02	0,295006	0,12	-0,000639	1,02	0,293646
0,18	0,002171	1,08	0,313714	0,18	0,001307	1,08	0,311805
0,24	0,006323	1,14	0,328954	0,24	0,007161	1,14	0,330811
0,30	0,013381	1,20	0,340666	0,30	0,012874	1,20	0,342215
0,36	0,023656	1,26	0,348823	0,36	0,021764	1,26	0,348997
0,42	0,037319	1,32	0,353762	0,42	0,038954	1,32	0,350227
0,48	0,054465	1,38	0,356545	0,48	0,054821	1,38	0,355722
0,54	0,075145	1,44	0,358089	0,54	0,072952	1,44	0,359318
0,60	0,099389	1,50	0,358941	0,60	0,098381	1,50	0,361609

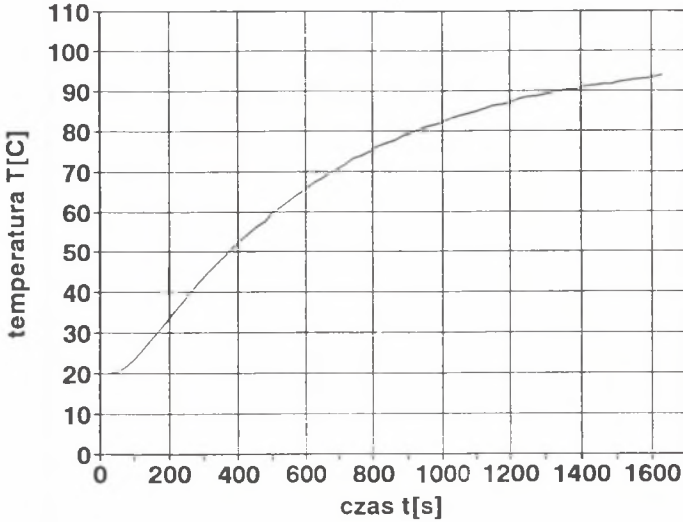
Przykład 2

Obliczono rozkład temperatury w walczaku oraz współczynnik wnikania ciepła na jego wewnętrznej powierzchni na podstawie pomiaru temperatury na jego zewnętrznej, izolowanej cieplnie ($q_E = 0$) powierzchni.

Rozkład temperatury w walczaku o średnicy wewnętrznej $2r_w = 1,3$ m, średnicy zewnętrznej $2r_z = 1,48$ m obliczono metodą prostych przy następujących danych: $\lambda = 49,5$ W/mK, $a = 1,3 \cdot 10^{-5}$ m²/s, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $T_{cz} = 100^\circ\text{C}$, $\alpha = 1000$ W/m²K.

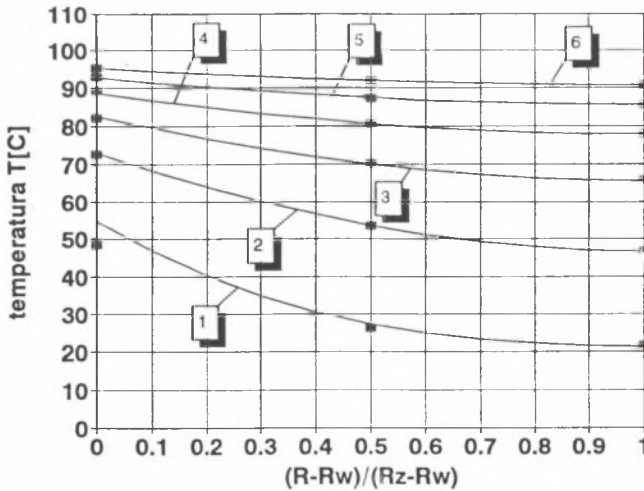
Przyjęto, że zbiornik znajdujący się w równomiernej temperaturze początkowej zalano nagle cieczą o temperaturze $T_{cz} = 100^\circ\text{C}$. Jako „dane pomiarowe” przyjęto wartości temperatury na zewnętrznej powierzchni, obliczone w odstępach czasowych $\Delta t = 24$ s, $(\Delta F_0 = a \cdot \Delta t / (r_z - r_w))^2 = 0,0385$, do których dodawano liczby pseudolosowe o rozkładzie normalnym o średniej wartości równej zeru, średnim odchyleniu kwadratowym równym $\sigma_f = 0,1394$ K. W ten sposób generowano „dane pomiarowe” zaburzone błędami (rys. 4)

Wyniki obliczeń uzyskane z wykorzystaniem proponowanej metody przedstawiono na rys. 5 – 7. Z rys. 5 i 6 wynika, że zarówno rozkład temperatury



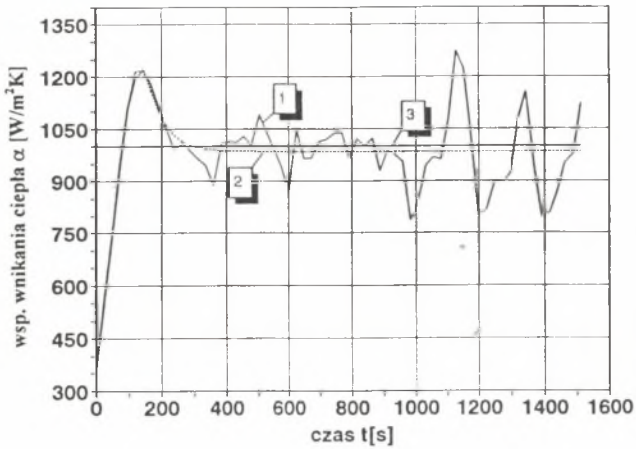
Rys. 4. „Dane pomiarowe” zaburzone błędami przy analizie szoku cieplnego

Fig. 4. Temperature data with random errors for thermal shock case



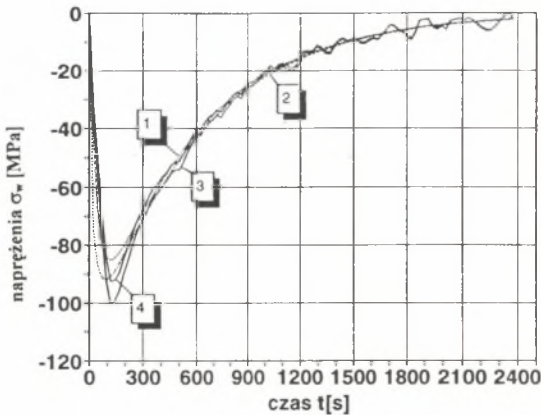
Rys. 5. Rozkład temperatur na grubości ścianki zbiornika dla wybranych punktów czasowych; 1 – 72 s, 2 – 33 s, 3 – 600 s, 4 – 864 s, 5 – 1128 s, 6 – 1392 s; linia ciągła – rozwiązanie numeryczne, punkty – rozwiązanie odwrotne dla temperatur zaburzonych

Fig. 5. Comparison of calculated and measured radial temperatures distribution for various times; 1 – 72 s, 2 – 33 s, 3 – 600 s, 4 – 864 s, 5 – 1128 s, 6 – 1392 s; solid line – direct numerical solution, filled squares – inverse solution for input data with random errors



Rys. 6. Wyznaczony współczynnik wnikania ciepła wewnątrz powierzchni zbiornika cylindrycznego; 1 – „dane pomiarowe” zaburzone, 2 – „dane pomiarowe” dokładne, 3 – $\alpha = 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$ – wartość przyjęta do obliczeń

Fig. 6. Calculated heat transfer coefficient at inside surface of cylindrical vessel; 1 – data with random errors, 2 – errorless data, 3 – $\alpha = 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$ – applied heat transfer coefficient



Rys. 7. Osiowe naprężenia cieplne na wewnętrznej powierzchni zbiornika cylindrycznego wywołane skokową zmianą temperatury czynnika; 1 – numeryczne rozwiązanie zagadnienia bezpośredniego dla $N = 3$, 2 – numeryczne rozwiązanie zagadnienia bezpośredniego dla $N = 11$, 3 – aproksymacja rozkładu temperatury parabolą, 4 – rozwiązanie zagadnienia odwrotnego dla $N = 3$

Fig. 7. Axial thermal stress due to thermal shock at inside surface; 1 – direct numerical solution for $N = 3$, 2 – direct numerical solution for $N = 11$, 3 – approximation of temperature distribution by a polynomial of 2-nd degree, 4 – solution of inverse problem for $N = 3$

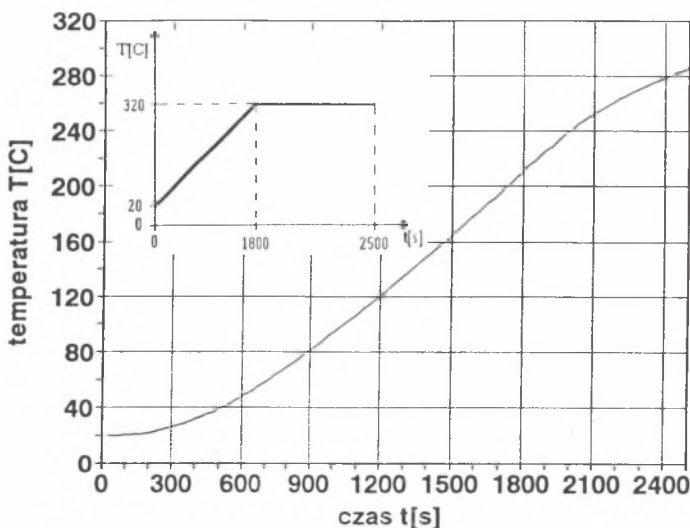
w ściance, jak i współczynnik wnikania ciepła na wewnętrznej powierzchni zbiornika mogą być odtworzone z dużą dokładnością na podstawie pomiaru temperatury na zewnętrznej powierzchni zbiornika.

Dokładność proponowanej metody jest więc bardzo dobra, nawet w warunkach analizowanego udaru cieplnego.

Błędy wyznaczania maksymalnych naprężeń cieplnych na wewnętrznej powierzchni walczaka (rys. 7) są nieco większe. Wynika to z faktu, że ścianka podzielona została tylko na trzy warstwy. Dokładność uzyskanych wyników można znacznie poprawić dzieląc ściankę walczaka na większą ilość warstw – np. cztery.

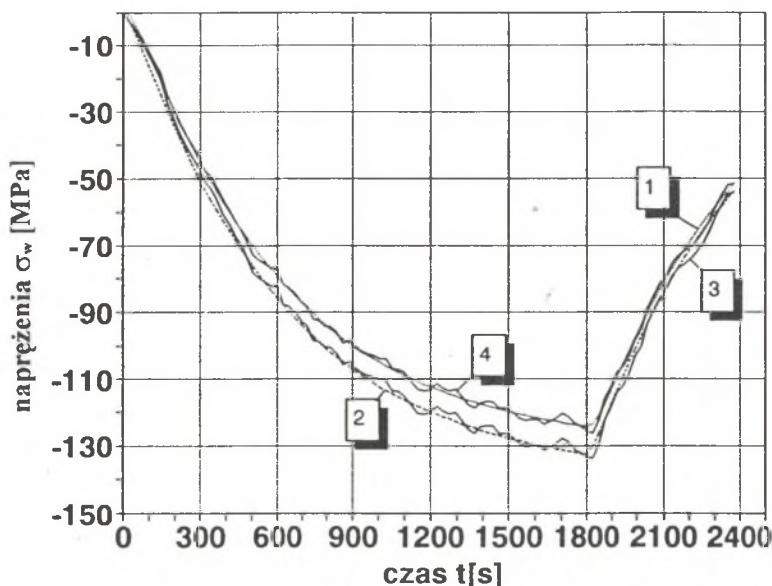
Przykład 3

Dane przyjęte do obliczeń są analogiczne jak w przykładzie 2. Różnica polega jedynie na przyjęciu przebiegu czasowego temperatury czynnika (rys. 8). Wykorzystując „dane pomiarowe” zaburzone błędami, przedstawione na rys. 8, wyznaczono osiowe naprężenia cieplne na wewnętrznej powierzchni walczaka (rys. 9). W tym przypadku wyniki uzyskane z wykorzystaniem interpolacji kwadratowej przebiegu temperatury na grubości ścianki odznaczają się bardzo dobrą dokładnością. Wynika to z małej szybkości zmian temperatury w ściance walczaka.



Rys. 8. „Dane pomiarowe” zaburzone błędami przy liniowo wzrastającej, a następnie stałej temperaturze czynnika

Fig. 8. Temperature data with random errors for ramp fluid temperature



Rys. 9. Osiowe naprężenia cieplne na powierzchni wewnętrznej zbiornika cylindrycznego, wywołane zmianą temperatury czynnika, przedstawioną na rys. 8; 1 – numeryczne rozwiązanie zagadnienia bezpośredniego dla $N = 3$, 2 – numeryczne rozwiązanie zagadnienia bezpośredniego dla $N = 11$, 3 – aproksymacja rozkładu temperatury parabolą, 4 – rozwiązanie zagadnienia odwrotnego dla $N = 3$

Fig. 9. Axial thermal stress at inside surface of cylindrical vessel for fluid temperature changes shown in fig. 8, 1 – direct numerical solution for $N = 3$, 2 – direct numerical solution for $N = 11$, 3 – approximation of temperature distribution by a polynomial of 2-nd degree, 4 – solution of inverse problem for $N = 3$

UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiona w referacie numeryczno–analityczna metoda wyznaczania rozkładu temperatur i naprężeń cieplnych w ciśnieniowych elementach kotłów i turbin na podstawie pomiaru temperatury na ich zewnętrznej powierzchni nadaje się zarówno do ciał o prostych, jak i złożonych kształtach. Dzięki zastosowaniu filtra cyfrowego do wygładzania zmierzonych przebiegów temperatury, metoda jest odporna na przypadkowe błędy pomiaru. Z uwagi na prostą postać wzorów obliczeniowych metoda jest szczególnie przydatna do wyznaczania naprężeń cieplnych w czasie rzeczywistym, co jest szczególnie ważne w komputerowych układach kontroli naprężeń cieplnych i oceny trwałości resztkowej elementów ciśnieniowych.

Wykaz symboli

- a_i – współczynnik wyrównania temperatury, m^2/s
 c – ciepło właściwe, J/kgK
 E – moduł Younga, MPa
 f_3 – temperatura zmierzona na powierzchni zewnętrznej, $^{\circ}C$
 f_i – temperatura w i -tym punkcie pomiarowym, $^{\circ}C$
 L – ilość punktów pomiarowych po prawej lub lewej stronie punktu zerowego
 N – ilość węzłów
 q_E – gęstość strumienia ciepła na powierzchni zewnętrznej, W/m^2
 q_N – maksymalna gęstość strumienia ciepła przy jego zmianie w czasie w formie trójkąta, W/m^2
 q_s – gęstość strumienia ciepła na powierzchni wewnętrznej, W/m^2
 r_i – promień powierzchni wewnętrznej i -tej objętości kontrolnej, m
 r_w – promień powierzchni wewnętrznej, m
 r_z – promień powierzchni zewnętrznej, m
 s – współrzędna bezwymiarowa
 t – czas, s
 T_{cz} – temperatura czynnika, $^{\circ}C$
 T_i – temperatura w i -tym węźle, $^{\circ}C$
 T_0 – temperatura początkowa, $^{\circ}C$
 $T_{\acute{s}r}$ – średnia temperatura na grubości ścianki, $^{\circ}C$
 $y(t_i)$ – wartość wygładzona w i -tym punkcie, $^{\circ}C$
 α – współczynnik wnikania ciepła, W/m^2K
 β – liniowy współczynnik rozszerzalności temperaturowej, $1/K$
 λ – współczynnik przewodzenia ciepła, W/mK
 ν – liczba Poissona
 Θ – temperatura bezwymiarowa
 ρ – gęstość, kg/m^3
 σ_f^* – średnie odchylenie kwadratowe
 σ_w – osiowe naprężenia cieplne, MPa
 Δr – szerokość objętości kontrolnej, m
 F_0 – liczba Fouriera

LITERATURA

- [1] Beck J. V., Blackwell B., Clair Ch. R. St.: Inverse heat conduction, III – posed problems. Wiley – Interscience Publication, New York 1985.
- [2] Speitkamp L.: Bestimmung von Temperaturdifferenzen in dicken Druckbehälterwänden aus der zeitlichen Folge von Temperaturmewer-

- ten an der isolierten Wandaußenseite, VGB Kraftwerkstechnik, Vol. 68, 1988, Heft 2, ss. 182–186.
- [3] Leithner R., Pich R., Erlman K., Steege F., Trung Chi.: Vergleich verschiedener Verfahren zur Bestimmung der Temperaturdifferenz in dickwandigen Bauteilen für die Lebensdauerberechnung, VGB Fachtagung „Dampfkessel und Dampfkesselbetrieb“, Essen 1989.
- [4] Taler J.: Numeryczno–analityczna metoda identyfikacji wielowymiarowej pola temperatury w oparciu o pomiar wewnątrz ciała, XV Zjazd Termodynamików, Materiały konferencyjne, tom 2, Gliwice–Kokotek 1993, ss. 653–659.
- [5] Patankar S.: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, New York 1980.
- [6] Ralston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1975.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Gerard KOSMAN

Wpłynęło do Redakcji 10.08.1994 r.

Abstract

The paper presents a new seminumerical method for the solution of inverse heat conduction problems. The technique developed is appropriate for one and multidimensional problems.

Because the method is employed. The digital filter based on 11 measurement points is used to determine temperature time curve and its derivatives with high accuracy.

Three examples demonstrate effectiveness of the method. One test case is for a heat flux that varies in time in a triangular fashion. The second case is thermal shock in thick walled cylindrical tubes. In the third example fluid temperature changes are assumed to have ramp form. Temperature and thermal stress distributions in cylindrical vessel are determined based on temperature measurement at outside surface.

Numerical experiments show that the method can accurately estimate surface heat flux based on temperature measurement on the outside surface of the construction element.