ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995
Seria: ENERGETYKA z. 123 Nr kol. 1277

Andrzej RUSIN

TRWAŁOŚĆ WIRNIKÓW TURBIN W UJĘCIU KONTYNUALNEJ MECHANIKI ZNISZCZENIA

Streszczenie. W pracy omówiono zagadnienie trwałości wirników turbin cieplnych w ujęciu kontynualnej mechaniki zniszczenia. Przyjmując parametr zniszczenia Rabotnowa–Kaczanowa ω podano układ równań będący matematycznym modelem procesu pełzania uwzględniający procesy zniszczenia. Podano przykłady analizy procesu zniszczenia wirnika turbiny oparte na metodzie różnic skończonych i elementów końcowych.

THE DURABILITY OF THE TURBINE ROTORS – THE CONTINUUM DAMAGE MECHANICS APPROACH

Summary. The continuum mechanics approach to the durability of the heat turbine rotors is discussed. With the Rabotnov–Kachanov damage parameter assumed, a system of equations being a mathematical model of the creep process with the damage processess considered, was derived. The examples of the analysis of a turbine rotor damage are given, basing on the finite differences and finite element methods.

LEBENSDAUER VON DAMPFTURBINENLÄUFERN IN DER AUFFASSUNG VON KONTINUIERTER BRUCHMECHANIK

Zusammenfassung. Im Arbeit wurde das Problem der Lebensdauer von thermischen TurbineLäufern in der Auffasung von kontinuierter Bruchmeachanik betrachtet. Annehmend Rabotonowsche und Kaczanowsche Vernichtungsparameter ω wurde ein System von Gleichungen, die als ein mathematisches Modell von Kriechverhalten mit Berüksichtigung Vernichtungsprozeßen gilt, gegeben. Beispiele einer Auswertung des Vernichtungsprozesses von Dampfturbineläufer mit Hilfe der Finite–Differenzen Methode und auch Finite–Elementen–Methode wurden gegeben.

1. WSTĘP

Zagadnienie analizy pełzania elementów maszyn sprowadza się zazwyczaj do analizowania deformacji będących bezpośrednim i widocznym efektem tego procesu. Nadmierne przemieszczenia wywołane pełzaniem mogą być przyczyną wycofania elementu z dalszej eksploatacji. Może to nastąpić zarówno przy zachowaniu stateczności konstrukcji (np. poprzez skasowanie luzów ważnych z uwagi na prawidłową pracę elementów), jak i po jej utracie wywołanej znacznymi przemieszczeniami i znaczną redukcją przekrojów. Z drugiej strony utrata przydatności do dalszej eksploatacji może nastąpić na skutek postępujących wewnętrznych procesów degradacyjnych doprowadzających do tzw. kruchego zniszczenia. Proces ten, w odróżnieniu od zniszczenia ciągliwego, nie musi być poprzedzony znacznymi odkształceniami. W analizie klasycznej opierając się na równaniach równowagi, związkach fizycznych i geometrycznych, warunkach brzegowych oraz danej geometrii i obciążeniu elementu wyznacza się stan naprężenia i odkształcenia, a dopiero później, biorąc pod uwagę przyjęte prawo zniszczenia, ocenia się trwałość elementu.

Analizę teoretyczną procesu zniszczenia w ujęciu kontynualnej mechaniki zniszczenia przeprowadza się przy wykorzystaniu parametru zniszczenia ω rozumianego jako zmienna wewnętrzna przyjmująca wartości z zakresu od zera (początek procesu pełzania) do jedynki (zniszczenie) [1 – 6]. Zasadnicza zmiana w podejściu polega zatem na uwzględnieniu procesu zniszczenia już na etapie wspomnianych wyżej równań wyjściowych. Wprowadzenie tego parametru do równań konstytutywnych powoduje powiązanie wzrostu prędkości odkształceń ze wzrostem parametru ω

$$\dot{\varepsilon}^C = f(\sigma, \omega) \tag{1}$$

Funkcjonalna zależność prędkości odkształceń od procesu zniszczenia charakteryzowanego parametrem ω dobierana jest na podstawie pierwotnych krzywych pełzania. Ponadto należy wyznaczyć funkcję opisującą wzrost parametru zniszczenia w zależności od naprężeń. Przybiera ona zazwyczaj postać:

$$\dot{\omega} = g(\sigma, \omega) \tag{2}$$

i w ogólności może być określona na podstawie badań doświadczalnych i wykresów wytrzymałości na pełzanie.

Zniszczenie w materiałach konstrukcyjnych rozwija się zazwyczaj jako rezultat nukleacji, wolnego wzrostu i łączenia się różnego rodzaju wad i mikropęknięć. Według teorii Kaczanowa–Rabotnowa postępujące zniszczenia materiałów może być identyfikowane poprzez redukcję przekrojów przenoszących obciążenia i wówczas taką efektywną powierzchnię przekroju A_{ef} możemy przedstawić jako:

$$A_{ef} = (1 - \omega)A \tag{3}$$

W dalszej części artykułu podano układ równań opisujący proces zniszczenia i pełzania w przestrzennym stanie naprężenia, a następnie zastosowano ten model do opisu pełzania wirujących tarcz.

2. MODEL PROCESU PEŁZANIA Z UWZGLĘDNIENIEM ZNISZCZENIA

2.1. Sformułowanie modelu w przestrzennym stanie naprężenia

Jedną z metod analizy pełzania umożliwiającą uwzględnienie w obliczeniach redystrybucji naprężeń od stanu sprężystego aż do wartości w warunkach pełzania ustalonego jest metoda odkształceń początkowych [1,6,7]. Metoda ta umożliwia również uwzględnienie w analizie zmiennych warunków pracy oraz procesu zniszczenia. Podobnie jak w przypadku każdej analizy wytrzymałościowej, wykorzystuje się tutaj równania równowagi i warunek nierozdzielności. Związki między naprężeniem i odkształceniem w przypadku przestrzennym zapisuje się w postaci:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \beta T + \varepsilon_x^c + \Delta\varepsilon_x^c \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + \beta T + \varepsilon_y^c + \Delta\varepsilon_y^c \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \beta T + \varepsilon_z^c + \Delta\varepsilon_z^c \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy} + \gamma_{xy}^c + \Delta\gamma_{xy}^c \\
\gamma_{xz} &= \frac{1}{G}\tau_{xz} + \gamma_{xz}^c + \Delta\gamma_{xz}^c \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G}\tau_{yz} + \gamma_{yz}^c + \Delta\gamma_{yz}^c
\end{aligned} \tag{4}$$

gdzie:

$\varepsilon_x^c, \varepsilon_y^c, \varepsilon_z^c, \gamma_{xy}^c, \gamma_{xz}^c, \gamma_{yz}^c$ – zakumulowane odkształcenie pełzania do rozpatrywanego momentu czasu,

$\Delta\varepsilon_x^c, \Delta\varepsilon_y^c, \Delta\varepsilon_z^c, \Delta\gamma_{xy}^c, \Delta\gamma_{xz}^c, \Delta\gamma_{yz}^c$ – przyrost odkształceń w bieżącym kroku czasowym.

Po uwzględnieniu w równaniach równowagi i nierozdzielności powyższych związków dostajemy:

$$
\begin{aligned}
&(\lambda + G)\frac{\partial e}{\partial x} + G\nabla^2 u - \frac{E\beta}{1-2\nu}\frac{\partial T}{\partial x} + X - 2G\frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_x^c + \Delta\varepsilon_x^c) - \\
&\quad + G\frac{\partial}{\partial y}(\gamma_{xy}^c + \Delta\gamma_{xy}^c) - G\frac{\partial}{\partial z}(\gamma_{xz}^c + \Delta\gamma_{xz}^c) = 0 \\
&(\lambda + G)\frac{\partial e}{\partial y} + G\nabla^2 \upsilon - \frac{E\beta}{1-2\nu}\frac{\partial T}{\partial y} + Y - 2G\frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon_y^c + \Delta\varepsilon_y^c) - \\
&\quad + G\frac{\partial}{\partial x}(\gamma_{xy}^c + \Delta\gamma_{xy}^c) - G\frac{\partial}{\partial z}(\gamma_{yz}^c + \Delta\gamma_{yz}^c) = 0 \\
&(\lambda + G)\frac{\partial e}{\partial z} + G\nabla^2 w - \frac{E\beta}{1-2\nu}\frac{\partial T}{\partial z} + Z - 2G\frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon_z^c + \Delta\varepsilon_z^c) - \\
&\quad + G\frac{\partial}{\partial z}(\gamma_{xz}^c + \Delta\gamma_{xz}^c) - G\frac{\partial}{\partial y}(\gamma_{yz}^c + \Delta\gamma_{yz}^c) = 0
\end{aligned}
\tag{5}
$$

gdzie:

u, υ, w – przemieszczenia,
e – suma całkowitych odkształceń,
λ, G – stałe Lame'go,
X, Y, Z – składowe sił masowych.

Zakładając opis pełzania równaniem Nortona oraz wykorzystując parametr zniszczenia ω, prędkość zmian składowych odkształceń pełzania możemy opisać następującymi zależnościami:

$$
\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_x^c &= B\frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^n}\left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z)\right] \\
\dot{\varepsilon}_y^c &= B\frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^n}\left[\sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z)\right] \\
\dot{\varepsilon}_z^c &= B\frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^n}\left[\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\right]
\end{aligned}
\tag{6}
$$

$$\dot{\gamma}^c_{xy} = 3B\frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^n}\tau_{xy}$$

$$\dot{\gamma}^c_{xz} = 3B\frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^n}\tau_{xz}$$

$$\dot{\gamma}^c_{yz} = 3B\frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^n}\tau_{yz}$$

Równanie kinetyczne opisujące zmianę parametru zniszczenia w przyjęto w postaci:

$$\dot{\omega} = A\left(\frac{\sigma_{eq}}{1-\omega}\right)^m \tag{7}$$

gdzie:

A, m, B, n – stałe materiałowe,

$\sigma_e = \alpha\sigma_1 + (1-\alpha)\sigma_i$,

σ_i – intensywność naprężeń,

σ_1 – maksymalne naprężenie główne,

α – parametr o wartości z przedziału (0,1) charakteryzujący typ zniszczenia.

W ogólnym przypadku warunki brzegowe w przemieszczeniach można zapisać jako:

$$\begin{aligned}\overline{X} + 2G(\varepsilon^c_x + \Delta\varepsilon^c_x)l + G(\gamma^c_{xy} + \Delta\gamma^c_{xy})m + G(\gamma^c_{xz} + \Delta\gamma^c_{xz})n + \frac{E\beta T}{1-2\nu}l = \\ = \lambda e l + G\left(\frac{\partial u}{\partial x}l + \frac{\partial u}{\partial y}m + \frac{\partial u}{\partial z}n\right) + G\left(\frac{\partial u}{\partial x}l + \frac{\partial \upsilon}{\partial x}m + \frac{\partial w}{\partial x}n\right)\end{aligned} \tag{8}$$

gdzie:

$\overline{X}$ – składowa sił powierzchniowych,

l, m, n – cosinusy kierunkowe.

Podobne równania można zapisać dla sił powierzchniowych $\overline{Y}$ i $\overline{Z}$.

Bezpośrednie rozwiązanie powyższego układu jest praktycznie niemożliwe. Możliwe jest natomiast rozwiązanie metodą kolejnych przybliżeń. Jako pierwsze przybliżenie całkowitych odkształceń przyjmuje się wartość zero lub też np.wartość odkształceń plastycznych w stanie natychmiastowym. Stosując do całkowania po czasie schematy jawne, możemy na podstawie powyższych

równań obliczyć przyrost odkształceń pełzania oraz przyrost parametru w w przedziale czasu Δt.

Kolejne przybliżenia procesu pełzania prowadzone dla kolejnych przyrostów czasu Δt umożliwiają uwzględnienie pełnej historii obciążenia. Szczegółowy przykład zastosowania powyższej metody w odniesieniu do wirujących tarcz podano w kolejnym punkcie.

2.2. Zastosowanie metody elementów skończonych w analizie zniszczenia

Analiza pełzania metodą elementów skończonych opiera się na założeniu, że całkowite odkształcenie jest sumą odkształcenia sprężystego ε^E, termicznego ε^T i odkształcenia pełzania ε^c [8]:

$$\varepsilon = \varepsilon^E + \varepsilon^T + \varepsilon^c \tag{9}$$

Zakładając zatem, że zmiana całkowitego odkształcenia w przedziale czasu Δt jest sumą zmian odkształceń sprężystych, termicznych i pełzania, możemy zapisać:

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon^E + \Delta\varepsilon^T + \Delta\varepsilon^c \tag{10}$$

Związek pomiędzy przyrostem odkształceń i naprężeń ma postać:

$$\Delta\sigma = D\Delta\varepsilon^E \tag{11}$$

czyli

$$\Delta\sigma = D(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^T - \Delta\varepsilon^c) \tag{12}$$

gdzie D jest macierzą sprężystości.

Przyrost odkształceń możemy wyrazić w funkcji przyrostu przemieszczeń:

$$\Delta\varepsilon = L\Delta u\ , \tag{13}$$

gdzie L oznacza macierz odkształceń, a Δu jest wektorem przyrostu odkształceń.

Biorąc pod uwagę (13), przyrost naprężeń możemy teraz wyrazić jako:

$$\Delta\sigma = D(L\Delta u - \Delta\varepsilon^c - \Delta\varepsilon^T) \tag{14}$$

Zakładając, że proces pełzania uwzględniający zniszczenia opisuje zależność $\dot{\varepsilon}^c = f(\sigma, t, \omega)$ wyrażona szczegółowo w postaci zależności (6) i stosując do

całkowania po czasie jawny schemat Eulera, możemy wyznaczyć przyrost odkształceń pełzania w przedziale czasu Δt

$$\Delta\varepsilon^c = \dot{\varepsilon}^c \Delta t \tag{15}$$

Przyjmując opis zmian parametru zniszczenia w w postaci równania (7) możemy jego przyrost obliczyć jako:

$$\Delta\omega^c = \dot{\omega}\Delta t \tag{16}$$

Równanie równowagi w swej przyrostowej formie można zapisać jako:

$$\int_\Omega L^T \Delta\sigma \, d\Omega + \Delta f = 0 \tag{17}$$

gdzie: Δf jest zmianą wektora obciążeń w przedziale czasu Δt.

Przyrost przemieszczeń w czasie Δt obliczamy teraz jako:

$$\Delta u = K^{-1}\Delta F \tag{18}$$

gdzie:

$$\Delta F = \int_\Omega L^T D \, \Delta\sigma^c \, d\Omega + \Delta f \tag{19}$$

$$K = \int_\Omega L^T D L d\Omega \tag{20}$$

Ostatecznie zmianę naprężeń obliczymy jako:

$$\Delta\sigma = D(LK^{-1}\Delta F - \Delta\varepsilon^c - \Delta\varepsilon^T) \tag{21}$$

Nowe wartości naprężeń, przemieszczeń i parametru zniszczenia po czasie $t + \Delta t$ obliczamy z formuł

$$\sigma_{t+\Delta t} = \sigma_t + \Delta\sigma$$

$$u_{t+\Delta t} = \sigma_t + \Delta u \tag{22}$$

$$\omega_{t+\Delta t} = \omega_t + \Delta\omega$$

2.3. Analiza pełzania wirujących tarcz metodą różnic skończonych

Obecnie wykorzystamy przedstawiony w pkcie 2.1. algorytm do analizy pełzania wirującej tarczy metodą różnic skończonych.

Równanie nierozdzielności możemy zapisać jako:

$$\varepsilon_r - \varepsilon_t = r\frac{d\varepsilon_t}{dr} \tag{23}$$

natomiast związki naprężenie – odkształcenie w przypadku tarczy mają postać:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_t) + \beta T + \varepsilon_r^c + \Delta\varepsilon_r^c \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu\sigma_r) + \beta T + \varepsilon_t^c + \Delta\varepsilon_t^c \end{aligned} \tag{24}$$

Na podstawie (23, 24) otrzymamy

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{\sigma_t}{E} - \frac{\nu\sigma_r}{E} + \beta T + \varepsilon_t^c + \Delta\varepsilon_t^c\right) = \frac{1+\nu}{E}\frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} + \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_t^c}{r} + \frac{\Delta\varepsilon_r^c - \Delta\varepsilon_t^c}{r}$$

Drugim z równań jest równanie równowagi

$$\frac{d}{dr}(hr\sigma_r) - h\sigma_t + \rho\omega^2 r^2 h = 0 \tag{25}$$

Powyższe równania uzupełniono jeszcze następującymi zależnościami wynikającymi z zastosowania jawnego schematu Eulera do całkowania po czasie równań (6)

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_r^c &= \frac{B\sigma_i^{n-1}\,\Delta t}{(1-\omega)^n}(\sigma_r - 0{,}5\sigma_t) \\ \Delta\varepsilon_t^c &= \frac{B\sigma_i^{n-1}\,\Delta t}{(1-\omega)^n}(\sigma_t - 0{,}5\sigma_r) \end{aligned} \tag{26}$$

Warunek nieściśliwości wymaga aby zachodziła relacja:

$$\Delta\varepsilon_z^c = -\Delta\varepsilon_r^c - \Delta\varepsilon_t^c \tag{27}$$

Równanie kinetyczne opisujące zmianę parametru zniszczenia ma teraz postać

$$\Delta\omega = A\frac{\left(\frac{1}{2}\sigma_t + \frac{1}{2}\sigma_i\right)^m}{(1-\omega)^m}\Delta t \tag{28}$$

gdzie:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r\sigma_t} \tag{29}$$

Powyższy układ równań rozwiązywany w sposób iteracyjny pozwala obliczyć wartości odkształceń, naprężeń i parametru zniszczenia dla dowolnej chwili czasowej.

3. ANALIZA PROCESU ZNISZCZENIA WIRNIKA TURBINY

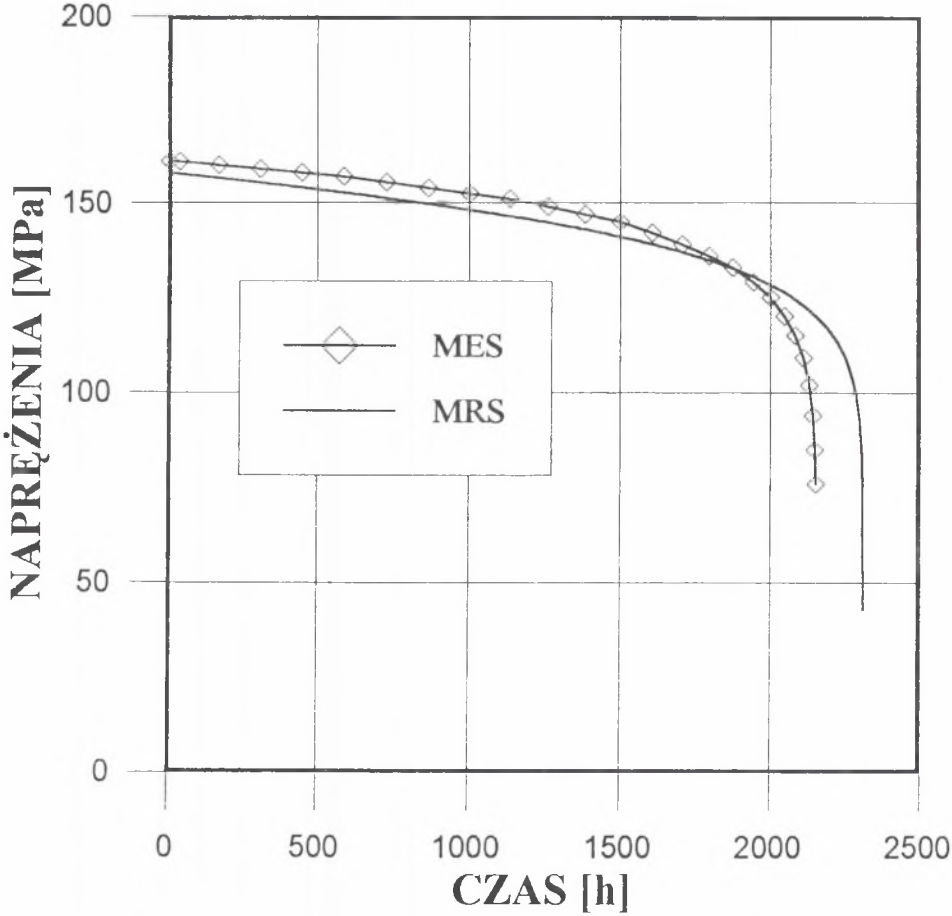
Opierając się na przedstawionych powyżej algorytmach przeprowadzono obliczenia wirującej tarczy o stałej grubości. Jako dane szczegółowe przyjęto:

– promień zewnętrzny tarczy $r_z = 0{,}332$ m,
– obroty wirnika $n = 6000$ obr/min,
– dane materiałowe: $\rho = 7800$ kg/m^3,
$E = 1{,}6 \cdot 10^5$ MPa,
$\nu = 0{,}3$
– współczynniki funkcji pełzaniowej: $B = 1{,}0 \cdot 10^{-13}$, $n = 3$
– współczynniki funkcji zniszczenia: $A = 0{,}5 \cdot 10^{-9}$, $m = 2{,}5$

Przebieg w czasie maksymalnych naprężeń obwodowych uzyskanych z obliczeń modelami opartymi na metodzie różnic skończonych (MRS) oraz elementów skończonych (MES) pokazano na rys. 1. Rys. 2. przedstawia zmianę w czasie parametru zniszczenia ω obliczonego metodą różnic skończonych i elementów skończonych. W obliczeniach metodą różnic skończonych założono w tarczy plaski stan naprężenia, natomiast w obliczeniach metodą elementów skończonych traktowano wirującą tarczę jako ciało osiowo–symetryczne.

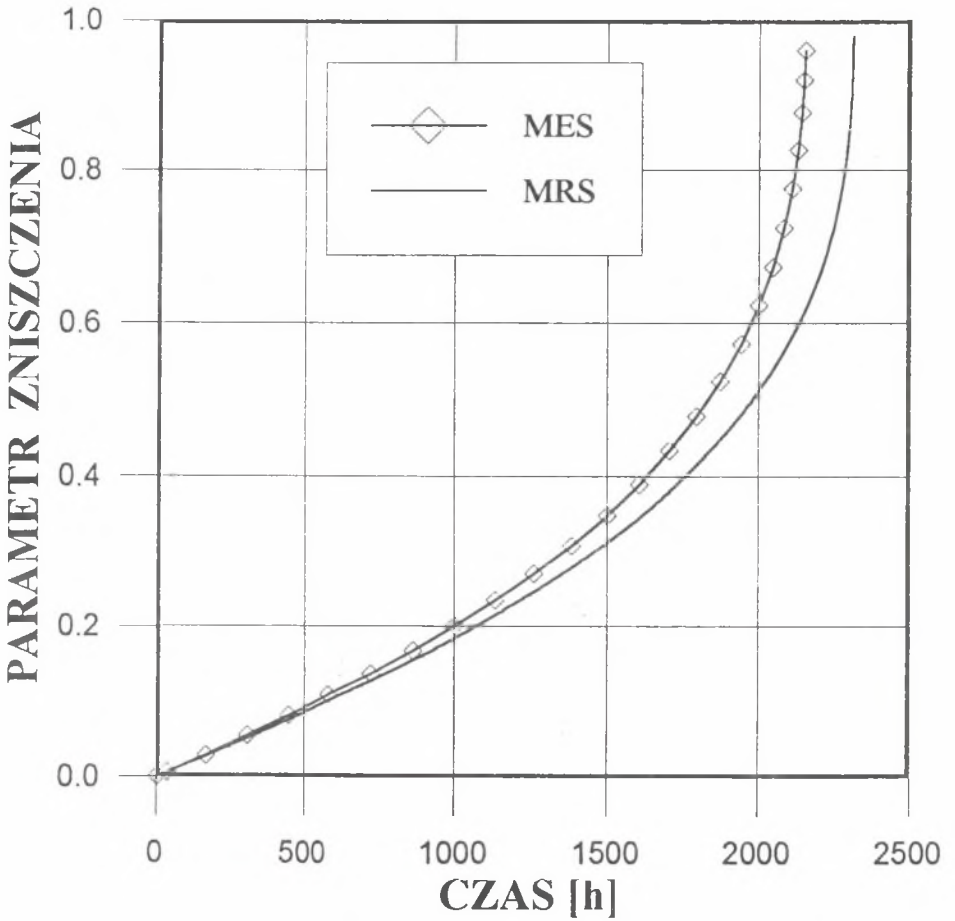
Jako drugi przykład analizowano proces zniszczenia wirnika turbiny gazowej pokazanego na rys. 3a. Dane materiałowe oraz współczynniki funkcji przyjęto jak w przykładzie 1. Obliczenia prowadzono metodą elementów skończonych. Rozkład naprężeń zredukowanych s oraz rozkład parametru zniszczenia w w wirniku po 5500 h pracy pokazano na rys. 3b. Krytyczną wartość współczynnika zniszczenia w osiągnięto po 5600 h pracy.

Uzyskanie w dowolnym miejscu analizowanego elementu granicznej wartości parametru w sugeruje możliwość pojawienia się tam pęknięcia. Dalsze zachowanie się elementu opisują prawa propagacji pęknięć w warunkach pełzania.



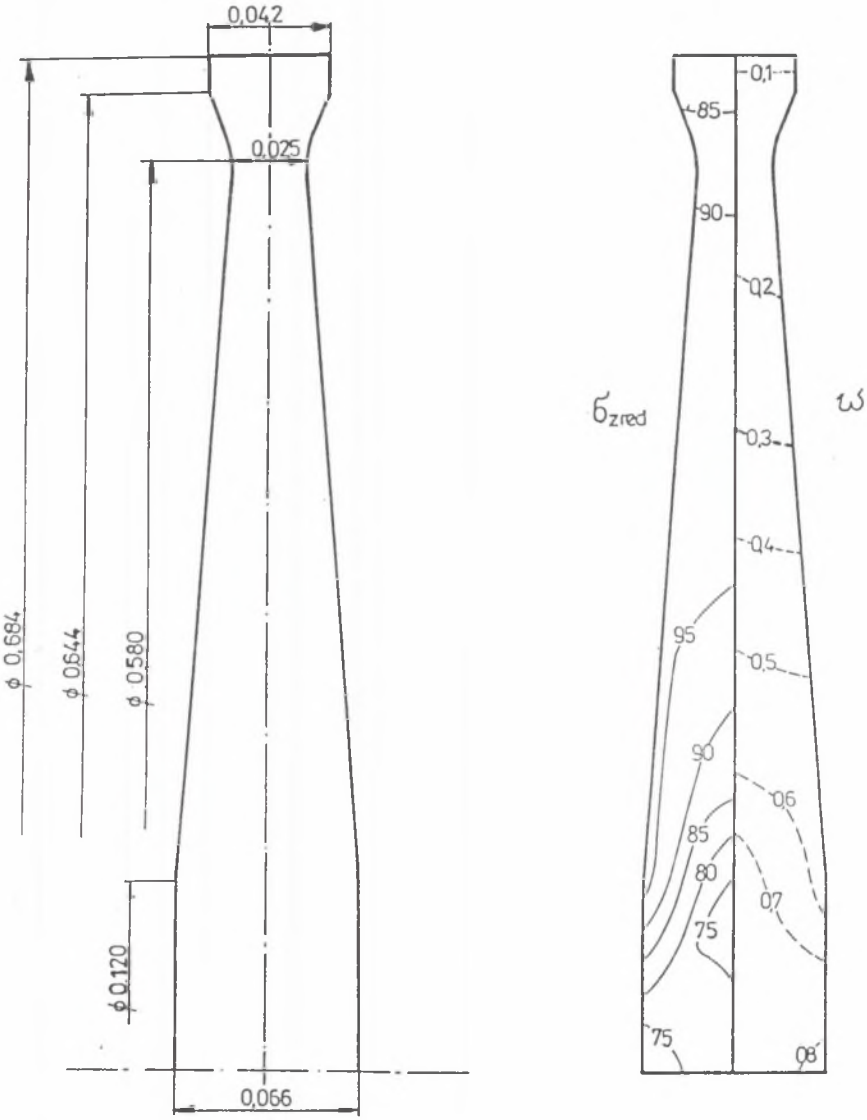
Rys. 1. Przebieg w czasie maksymalnych naprężeń obwodowych w tarczy o stałej grubości

Fig. 1. Time variation of the maximum circumferential stress in a disc with fixed thickness



Rys. 2. Przebieg w czasie parametru zniszczenia

Fig. 2. Time variation of the damage parameter



Rys. 3. Wirnik turbiny gazowej: a – geometria, b – rozkład naprężeń zredukowanych i parametru zniszczenia po 5500 h pracy w warunkach pełzania

Fig. 3. A gas turbine rotor: a. geometry, b. the distributions of the effective stress and the damage parameter after 5500 hours of operation under creep

LITERATURA

[1] Boyle J.T., Spence I.: Stress analysis for creep. Butterworths, London 1983.
[2] Leckie F.A., Hayhurst D.R.: Constitutive equations for creep rupture. Acta Metallurgica, vol. 25, s. 1059–1070, 1977.
[3] Bodnar A., Chrzanowski M.: Numeryczna analiza niestacjonarnego pełzania płyt z uwzględnieniem rozwoju uszkodzeń. Mechanika i Komputer, t. 9, s. 101–115, 1989.
[4] Ando K., Takeda Y., Takezoe K.: Brittle and ductile creep rupture life prediction of 1 CrMoV sted notched thick plates. Structural Design for Elevated Temperature Environments – Creep, Ratchet, Fatique and Fracture. ASME PVP – vol. 163, s. 115–122, 1989.
[5] Murakami S., Ohno N.: Continuum Theory of Material Damage at High Temperatur. CJMR vol. 3, s. 43–64, Elsevier 1988.
[6] Bodnar A., Chrzanowski M.: Cracking at creeping plates in terms of continuum damage mechanics. Mechanika Teoretyczna i Stosowano, 1 vol 32, 1994, s. 31–42.
[7] Chmielniak T., Kosman G., Rusin A.: Pełzanie elementów turbin cieplnych. WNT, Warszawa 1991.
[8] Rusin A.: Numerical simulation of turbine valve creep. Archiv of Appl. Mech. vol. 62, 1992, s. 386–393.

Abstract

The continuum damage mechanics approach to the durability of the turbine rotors is discussed in the paper. The end of the service life may occur due to the bulding up degradation processes, leading to the brittle damage. This process, as opposed to the ductile failure, does not have to be preceded by significant strains.

The theoretical analysis of the damage process was carried out utilizing the Rabotnov – Kachanov damage parameter w, understood as an internal variable with values from the interval (0; 1). The creep model including the damage processes in the 3–D stress state was formulated. The model was then written in the form of matrix equations according to the FEM. A simpler model based on the finite difference method was given for the rotating disc case. The models were subsequently used in calculations of a rotating disc with a fixed thickness and then of a rotor of a gas turbine. The stress and the damage parameter distributions are given.