

Jan SKŁADZIEN, Adam FIC

## ZASTOSOWANIE MES DO ANALIZY CIEPLNEJ PROCESU ZAMRAŻANIA GÓROTWORU PRZY RÓŻNEJ KONFIGURACJI RUR MROŻENIOWYCH

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono wyniki obliczeń pól temperatury w górotworze zamrażanym za pomocą pojedynczego lub podwójnego kręgu rur mrożeńiowych. Obliczenia przeprowadzono wykorzystując metodę elementu skończonego oraz procedurę uśrednień całkowych. Przyjęto typowe założenia upraszczające, w tym stacjonarne zachowanie się wilgoci.

## APPLICATION OF FEM FOR THERMAL ANALYSIS OF UNDERGROUND ROCK FREEZING PROCESS WITH VARIOUS ARRANGEMENTS OF FREEZING PIPES

**Summary.** In the paper there are presented some results of temperature field calculations in underground rocks being frozen. There were considered some variants with single and double circles of freezing holes. The finite element method FEM was used and the procedure of integral averaging was applied. There were assumed the typical simplifying presumptions, among them the existence of stationary water. The exemplary results have mainly a form of distributions of isotherm lines. The dependence between frozen jacket thickness and dimensionless time for some cases of freezing processes with single circle of holes as well as an influence of division of total number of holes into two circles were also examined. All of the calculations were performed using nondimensional parameters and variables.

## ANWENDUNG DER METHODE DER FINITEN ELEMENTEN BEI THERMISCHER ANALYSE DEN BODENSGEFRIERUNGSPROZEBEN BEI VERSCHIEDENER KONFIGURATION DER GEFRIERUNGSRÖHREN

**Zusammenfassung.** Das Bodensgefrieren mit Hilfe des einzelnen oder doppelten Kreises der Gefrierungsrohren wurde analysiert. Die Berechnungen der Temperaturenfelder wurde bei Anwendung der

Methode der Finiten Elementen und des Integrationsverfahrens zu Bestimmung der Mittelwerte durchgeführt. Die typischen Voraussetzungen, dabei auch die stationäre Feuchtigkeiterhaltung, wurden angenommen.

## 1. WSTĘP

Analiza cieplna procesu zamrażania górotworu jest problemem złożonym, gdyż:

- W górotworze występuje trójwymiarowe pole temperatury z ujemnymi źródłami ciepła, którymi są rury mrozeniowe zawierające czynnik chłodniczy. Temperatura czynnika chłodzącego w rurze opadowej i w pierścieniowej przestrzeni międzyrurowej zależy od głębokości i od czasu.
- Właściwości cieplne górotworu zależą od położenia i od temperatury, a przewodność cieplna może również zależeć od kierunku. Ponadto przewodność ta i pojemność cieplna właściwa zmieniają się skokowo w momencie zamrażania.
- Zamrażany obszar znajduje się w ośrodku nieskończenie rozległym. Do części zamrożonej oraz oziębionej dopływa ciepło z boku, od dołu oraz od góry. Temperatura naturalna górotworu jest funkcją głębokości.
- Woda zawarta w różnych warstwach może zamrażać przy różnej temperaturze. Możliwy jest również przypadek zamrażania w skończonym przedziale temperatury.

Wymienione powyżej aspekty sprawiają, że analiza cieplna procesu mrożenia górotworu jest możliwa po przyjęciu pewnych założeń upraszczających oraz przy użyciu metod numerycznych. Spośród tych metod przy rozpatrywaniu procesów ze zmianą fazy najczęściej stosuje się metodę różnic skończonych MRS lub metodę elementów skończonych MES. W pracach [1 – 13] przedstawiono wyniki analizy cieplnej mrożenia górotworu przy użyciu pierwszej z wymienionych metod i po wykorzystaniu ilorazu różnicowego przedniego. O przyjęciu takiego sposobu postępowania zdecydowały następujące przesłanki:

- metoda różnic skończonych jest stosunkowo prosta i łatwa do zaprogramowania, a poza tym – w przypadku stosowania elementarnych bilansów energii – ma ona wyrazistą interpretację fizyczną,
- obliczenia można przeprowadzać dla górotworu złożonego z wielu warstw o różnych właściwościach fizycznych również przy użyciu maszyn cyfrowych o relatywnie małej pojemności i długim czasie obliczeń,
- w przypadku analizy cieplnej procesu zamrażania górotworu MRS umożliwia w prosty sposób uwzględnienie uwarunkowań zewnętrznych, np. charakterystyk i maksymalnych mocy agregatów mrozeniowych.

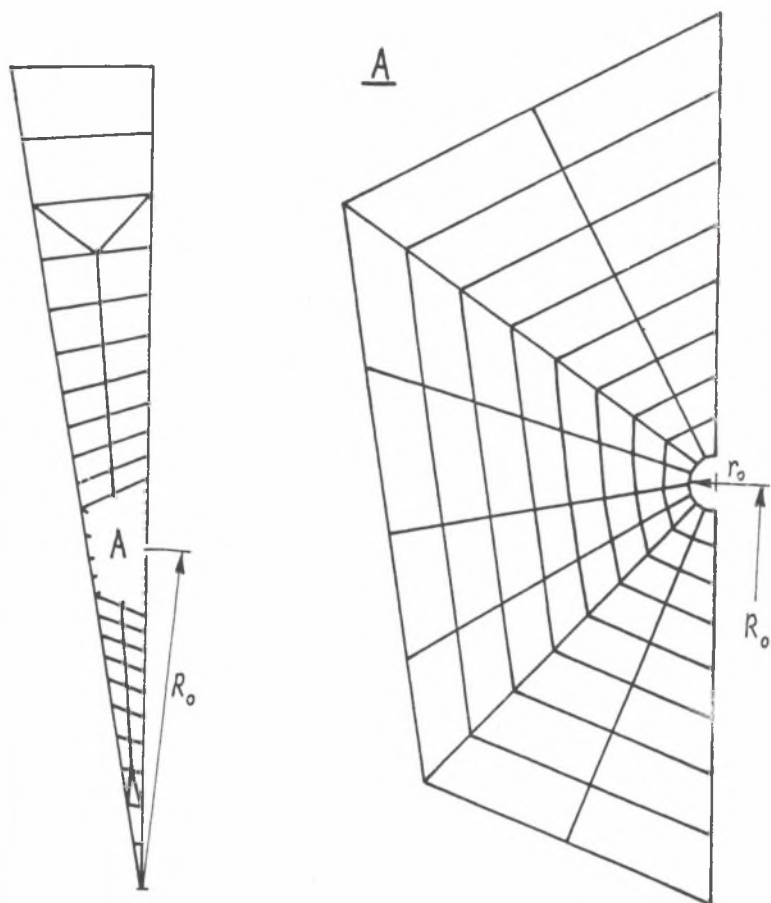
MRS ma jednak również istotne wady. Najważniejszą z nich jest problem dokładnego określenia kształtu granic strefy zamrożonej. Aby uniknąć stosowania dużej liczby elementów różnicowych, można czasem uprościć zagadnienie przyjmując symetryczne układy cylindryczne [10, 20 – 22]. W pewnych przypadkach powoduje to jednak powstanie istotnego dodatkowego błędu obliczeniowego. Ewentualny podział na mniejsze elementy różnicowe o nieregularnym kształcie bardzo komplikuje program i wydłuża czas obliczeń. Jest to szczególnie istotne w przypadku mrożenia górotworu za pomocą pojedynczego kręgu rur dość znacznie oddalonych od siebie lub w przypadku wykorzystania kręgu podwójnego. Powyższe przesłanki spowodowały opracowanie procedur obliczeniowych wykorzystujących MES [14 – 19]. O ile uprzednio [1 – 13] zakładano izotermiczny proces zmiany fazy, o tyle zastosowanie MES wymagało, podobnie jak w [23, 24], wprowadzenia zastępczej, fikcyjnej pojemności cieplnej górotworu. Odpowiednio duża pojemność ta występuje w okolicy rzeczywistej temperatury zmiany fazy [14, 17]. Taki sposób postępowania umożliwił skorzystanie z klasycznych metod obliczeniowych MES służących do wyznaczania rozkładów temperatury w ciałach stałych dla procesów niustalonych.

Opracowane i przetestowane uprzednio programy obliczeniowe wykorzystujące MES zaadoptowano do obliczeń związanych z zamrażaniem górotworu w przypadku warstw o małej zawartości wilgoci i stosunkowo dużym współczynniku przewodzenia ciepła oraz dla warstw, w których proces zamrażania przebiega w sposób powolny. W pierwszym przypadku stosuje się pojedynczy krąg złożony z małej liczby rur dość znacznie oddalonych od siebie. W sytuacji drugiej uzasadnione bywa wykorzystanie podwójnego kręgu rur mrozeniowych. Przy przeprowadzaniu obliczeń liczbowych dla obu przypadków przyjęto statyczne zachowanie się wilgoci.

## 2. OPIS METODY OBLICZENIOWEJ

Jak już zaznaczono we wstępie, w pracy wykorzystano klasyczną MES dostosowaną do rozwiązywania parabolicznego równania niustalonego przewodzenia ciepła przy zmianie fazy. Obliczenia przeprowadzono dla powtarzalnego fragmentu pojedynczej warstwy górotworu, tj. dla układu przestrzennie 2-wymiarowego. Przykładowe wersje podziału rozpatrywanego obszaru na elementy skończone przedstawiono na rys. 1 dla pojedynczego oraz na rys. 2 dla podwójnego kręgu rur mrozeniowych, gdy oba kręgi zawierają taką samą liczbę rur  $n = n_2$ .

Zmianę właściwości cieplnych górotworu wynikającą ze zmiany fazy wilgoci uwzględniono przez zastosowanie metody uśrednień całkowitych. Istota tej metody [14 – 18] polega na specjalnym sposobie obliczania zastępczego współczynnika przewodzenia ciepła i zastępczej objętościowej pojemności cieplnej



Rys. 1. Przykładowy podział na elementy skończone powtarzalnego fragmentu górotworu przy zamrażaniu za pomocą pojedynczego kręgu rur

Fig. 1. Exemplary subdivision of the characteristic fragment of underground rock into finite elements during freezing by a single circle of freezing holes

właściwej  $c$  w okolicach miejsca przemiany fazowej. Wykorzystuje się przy tym następujące zależności:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\partial w}{\partial T} \quad (1)$$

$$c = \frac{\partial h}{\partial T} \quad (2)$$

gdzie:

$$w(T) = w(T_1) + \int_{T_1}^T \frac{1}{\lambda(T)} dT \quad (3)$$

przy czym  $T$  oraz  $T_1$  oznaczają temperaturę bieżącą oraz wybraną temperaturę odniesienia,  $h$  zaś jest objętościową entalpią właściwą „wygładzoną” w otoczeniu temperatury  $T_m$  zmiany fazy, tak aby stała się ona ciągłą funkcją temperatury (w praktyce wystarcza jej liniowe „wygładzenie” w wąskim przedziale temperaturowym  $2\varepsilon$ ). Wzory określające zastępcze wartości kierunkowego współczynnika przewodzenia ciepła i objętościowej pojemności cieplnej właściwej mają postać:

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{\partial w / \partial x_i}{\partial T / \partial x_i}, \quad (4)$$

gdzie  $i = 1, \dots, LW$  oraz

$$c = \frac{\sum_{i=1}^{LW} \frac{\partial h}{\partial x_i} \frac{\partial T}{\partial x_i}}{\sum_{x=1}^{LW} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2} \quad (5)$$

Zależności te służą do wyznaczania średnich wartości  $\lambda_i$  oraz  $c$  w elementach liniowych tj. takich, w których funkcje kształtu są liniowe lub do określania wartości  $\lambda_i$  oraz  $c$  w punktach Gaussa elementów nieliniowych. Dokładniejszy opis zastosowanej metodyki przeprowadzania obliczeń zawarty jest w [14, 17].

Jak już wspomniano, obliczenia cieplne procesu zamrażania górotworu realizowano w układzie dwuwymiarowym pomijając osiowy przepływ ciepła. W celu zmniejszenia liczby niezależnych parametrów mrożenia operowano wielkościami bezwymiarowymi zdefiniowanymi następująco:

$$t = \frac{T - T_m}{T_m - T_{ch}}, \quad (6)$$

$$Fo = \frac{a_n \tau}{R_o^2}, \quad (7)$$

$$k = \frac{h_m}{c_n(T_m - T_{ch})}, \quad (8)$$

$$r = \frac{r_0}{R_0}, \quad (9)$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha R_0}{\lambda_n}, \quad (10)$$

$$l = \frac{\lambda_z}{\lambda_n}, \quad (11)$$

$$p = \frac{c_z}{c_n}, \quad (12)$$

$$e = \frac{E}{R_0}. \quad (13)$$

W przypadku rozpatrywania procesu zamrażania górotworu dwoma kręgami rur wprowadzono dodatkowy parametr bezwymiarowy:

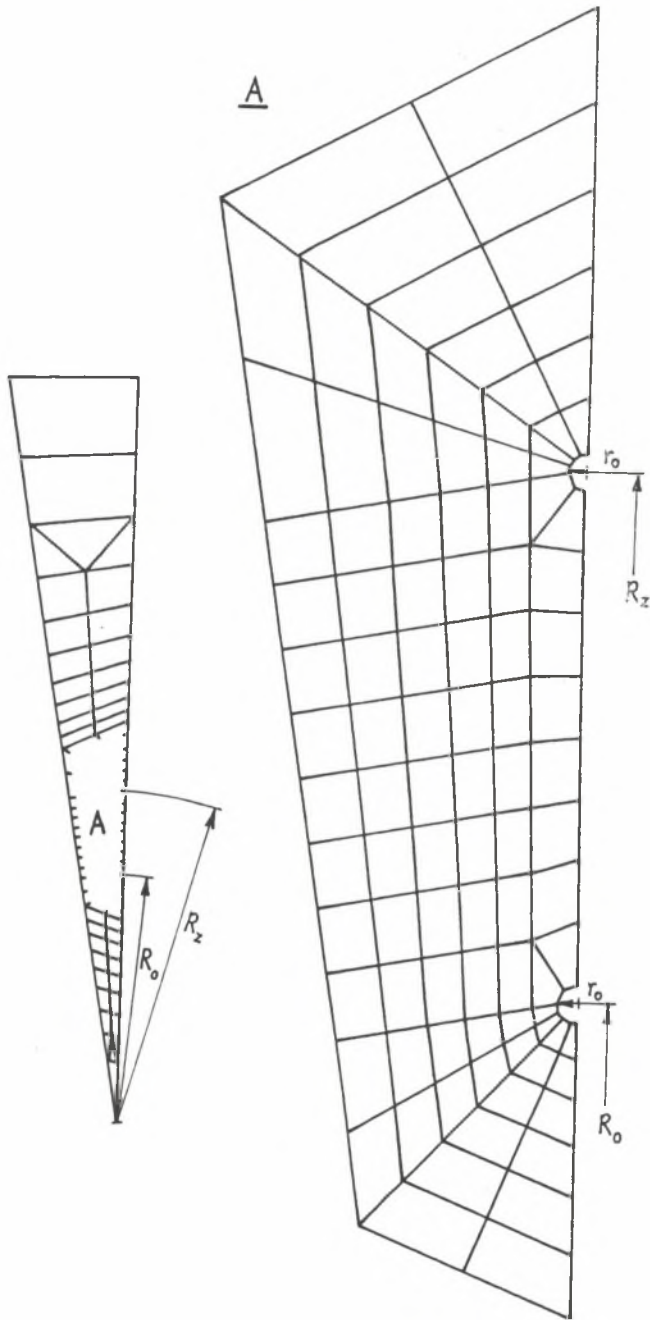
$$r_z = \frac{R_z}{R_0} \quad (14)$$

Do niezależnych parametrów należy ponadto liczba rur mrozeniowych  $n$ , a przy zamrażaniu dwoma kręgami rur także liczba rur w kręgu zewnętrznym  $n_z$ .

W przypadku uwzględniania pełnego oporu przenikania ciepła przez rurę mrozeniową, od górotworu do chłodziwa, zamiast (10) występuje inny parametr bezwymiarowy uwzględniający ten efekt [10]. W niniejszej pracy zakłada się, że istotną rolę może odgrywać tylko opór wnikania ciepła pomiędzy rurą mrozeniową i chłodziwem.

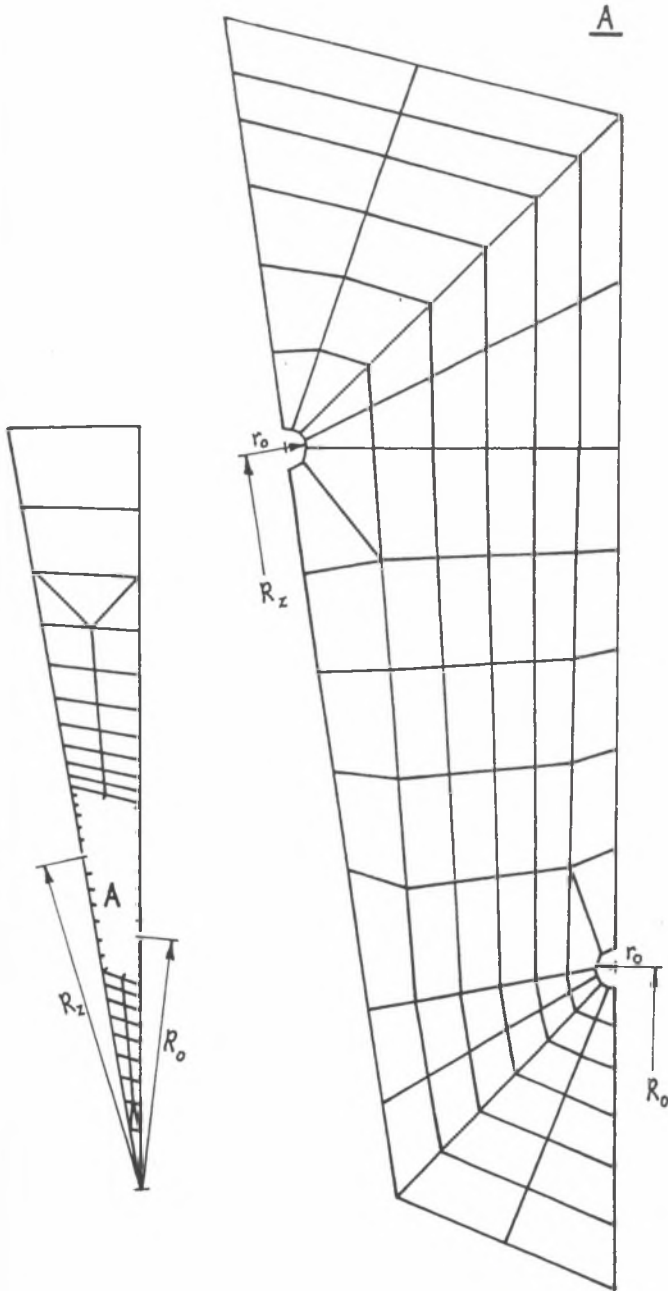
### 3. WYBRANE WYNIKI OBLICZEŃ, WNIOSKI, UWAGI KOŃCOWE

Przy użyciu opisanej powyżej w wielkim skrócie metody wykonano wielowariantowe obliczenia dotyczące procesu zamrażania górotworu przy zastosowaniu jednego oraz dwóch kręgów rur mrozeniowych. W przypadku zamrażania dwoma kręgami rur przyjęto początkowo, że w obu kręgach występuje taka sama liczba rur  $n_z = n$  rozmieszczonych w układzie promieniowym lub przestawnym (rys. 2). Następnie wykonano także obliczenia dla różnej liczby rur w obu kręgach rozpatrując również pewien wycinek górotworu [10] traktowany jako fragment powtarzalny. Fragment ten związany jest z najmniej



Rys. 2a. Przykładowy podział na elementy skończone powtarzalnego fragmentu górotworu przy zamrażaniu za pomocą podwójnego kręgu rur w układzie promieniowym

Fig. 2a. Exemplary subdivision of the characteristic fragment of underground rock into finite elements during freezing by a double circle of freezing holes in radial arrangement



Rys. 2b. Przykładowy podział na elementy skończone powtarzalnego fragmentu górotworu przy zamrażaniu za pomocą podwójnego kręgu rur w układzie przestawnym

Fig. 2b. Exemplary subdivision of the characteristic fragment of underground rock into finite elements during freezing by a double circle of freezing holes in shifted arrangement



korzystnym przypadkiem, tzn. dotyczy sytuacji, gdy otwory w obu kręgach znajdują się na tym samym promieniu. Podział rozpatrywanego obszaru na elementy skończone jest podobny jak na rys. 2, przy czym obszar ten zawiera  $1/(2n)$  przestrzeni wewnątrz kręgu wewnętrznego,  $1/(2n_z)$  przestrzeni na zewnątrz kręgu zewnętrznego oraz odpowiednią część pierścienia między kręgami. Zastosowana we wszystkich rozpatrywanych przypadkach technika obliczeniowa wykorzystuje czterowęzłowe izoparametryczne elementy serendypowskie.

Jako wariant podstawowy przyjęto, opierając się na [10], następujący zestaw charakterystycznych parametrów bezwymiarowych:

- liczba rur mroźniowych w pojedynczym lub w wewnętrznym kręgu  $n = 20$ ,
- bezwymiarowa objętościowa entalpia zamrażania  $k = 1,5$ ,
- stosunek przewodności cieplnej  $l = 1,25$ ,
- stosunek pojemności cieplnej  $p = 0,8$ ,
- bezwymiarowy promień zewnętrzny rur mroźniowych  $r = 0,0125$ ,
- bezwymiarowy współczynnik wnikania ciepła od górotworu  $\alpha^* = 3000$ ,
- bezwymiarowa temperatura początkowa górotworu  $t_p = 0,667$ .

W przypadku zamrażania dwoma kręgami rur w wariancie podstawowym uwzględnia się ponadto dwa dodatkowe parametry:

- bezwymiarowy promień kręgu zewnętrznego  $r_z = 1,33$ ,
- liczba rur mroźniowych w kręgu zewnętrznym  $n_z = 20$ .

Dla wariantu podstawowego zamrażania górotworu za pomocą pojedynczego kręgu rur wyznaczono przebiegi izoterm przedstawione na rys. 3 dla czterech wartości bezwymiarowego czasu  $Fo$ . Z rysunku tego wynika, że dość często [10] przyjmowane założenie o kołowym przebiegu izoterm ze środkiem w osi rury lub w osi kręgu rur może prowadzić do znaczącego błędu. Błąd ten jest szczególnie istotny w odniesieniu do chwili zamknięcia płaszcz mroźniowego oraz jego grubości wkrótce po tym momencie.

W pracy [10] rozpatrywano przypadki  $n \geq 30$ . Stwierdzono, że można wówczas dla pewnego zakresu zmienności liczby  $Fo$  wyznaczać grubość płaszcz mroźniowego jako sumę składowej  $e_w$  wewnętrznej i  $e_z$  zewnętrznej w stosunku do kręgu rur (rys. 4):

$$e = e_w + e_z \quad (15)$$

przy czym składowe te wynikają z zależności

$$e_i = A_i Fo + B_i \sqrt{Fo} + C_i \quad (16)$$

W zależnościach powyższych symbole  $A_i$ ,  $B_i$  oraz  $C_i$  oznaczają pomocnicze stałe, litera „i” zaś zastępuje indeksy „w” lub „z”. Obliczenia wykonane w ramach niniejszej pracy przy użyciu MES dla  $n < 30$  wykazały, że również

Tablica 1

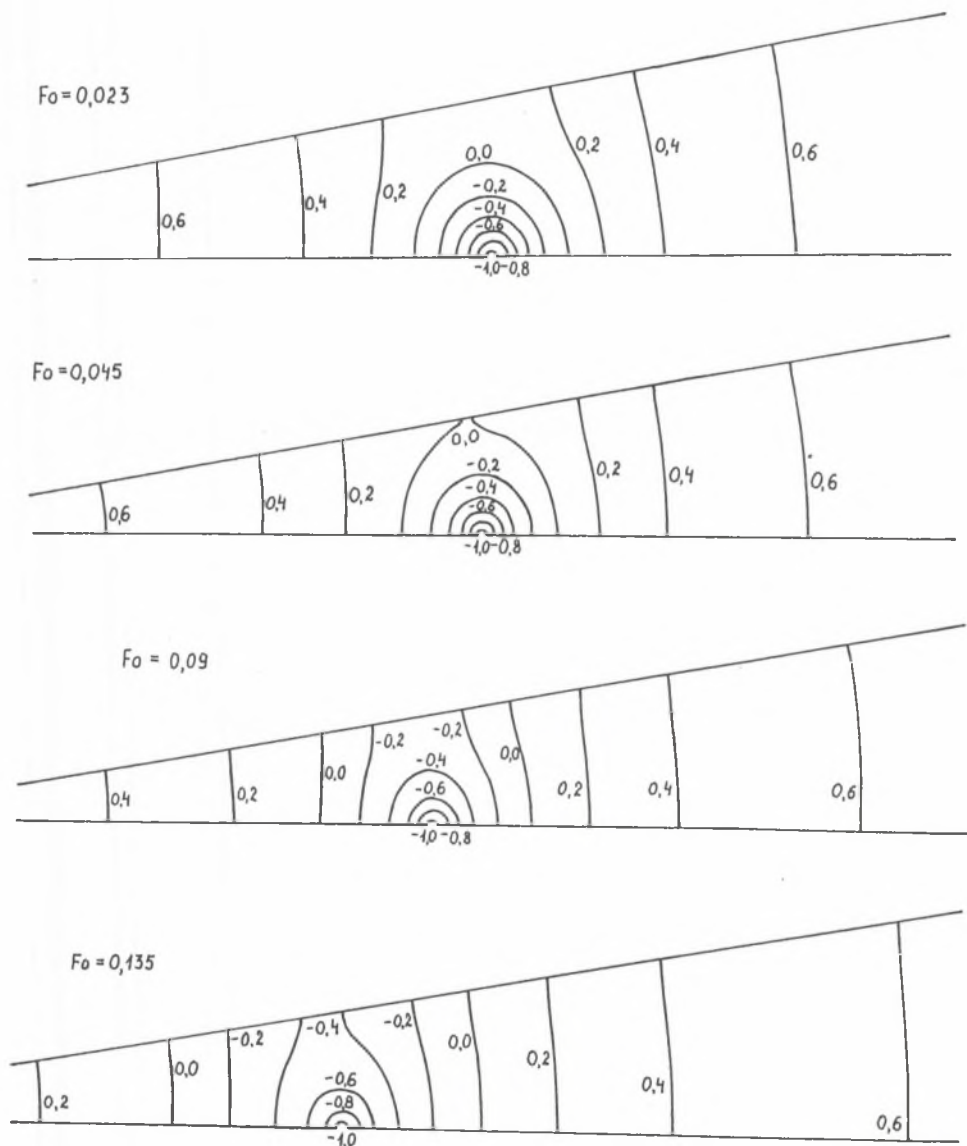
## Wyniki obliczeń pomocniczych stałych w korelacji (16)

Wariant	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$r_{xy}$	$Fo_{min}$	$Fo_{max}$	Błąd, %
15 rur, podstawowy, cz. wewn.	0,2126	1,0442	-0,2400	0,079	0,219	0,256	0,256
15 rur, podstawowy, cz. zewn.	-0,6489	1,4139	-0,2617	0,082	0,198	0,000	0,000
20 rur, podstawowy, cz. wewn.	0,1538	1,0497	-0,1547	0,040	0,154	0,259	0,259
20 rur, podstawowy, cz. zewn.	-1,3577	1,7285	-0,2272	0,042	0,151	0,004	0,004
25 rur, podstawowy, cz. wewn.	0,3514	0,9786	-0,1035	0,032	0,151	0,245	0,245
25 rur, podstawowy, cz. zewn.	-0,6665	1,2749	-0,1223	0,038	0,158	0,069	0,069
30 rur, podstawowy, cz. wewn.	0,3394	0,9917	-0,0775	0,021	0,170	0,227	0,227
30 rur, podstawowy, cz. zewn.	-0,6696	1,2267	-0,0900	0,024	0,127	0,101	0,101
15 rur, $k = 0,75$ , cz. wewn.	1,9268	0,1378	-0,0560	0,076	0,224	0,508	0,508
15 rur, $k = 0,75$ , cz. zewn.	-1,2070	1,9251	-0,3140	0,062	0,199	0,164	0,164
15 rur, $k = 3,0$ , cz. wewn.	-1,3007	2,2160	-0,5673	0,135	0,269	0,331	0,331
15 rur, $k = 3,0$ , cz. zewn.	-1,1378	1,9061	-0,4639	0,140	0,220	0,001	0,001
15 rur, $l = 1,0$ , cz. wewn.	-0,0983	1,1554	-0,2893	0,102	0,222	0,091	0,091
15 rur, $l = 1,0$ , cz. zewn.	1,8485	-0,4373	0,0221	0,118	0,188	0,000	0,000
15 rur, $l = 1,5$ , cz. wewn.	0,2847	1,1415	-0,2415	0,067	0,223	0,472	0,472
15 rur, $l = 1,5$ , cz. zewn.	-1,4634	2,0846	-0,3590	0,070	0,231	0,032	0,032
15 rur, $r = 0,0095$ , cz. wewn.	-0,6084	1,6341	-0,3635	0,089	0,190	0,047	0,047
15 rur, $r = 0,0095$ , cz. zewn.	-1,0844	1,7899	-0,3587	0,095	0,216	0,001	0,001
15 rur, $r = 0,0155$ , cz. wewn.	-0,3353	1,4739	-0,3052	0,074	0,206	0,321	0,321
15 rur, $r = 0,0155$ , cz. zewn.	-1,3053	1,9275	-0,3465	0,076	0,183	0,001	0,001
15 rur, $tp = 0,333$ , cz. wewn.	-0,2253	1,5547	-0,3078	0,065	0,214	0,566	0,566
15 rur, $tp = 0,333$ , cz. zewn.	-4,3132	4,0294	-0,6675	0,068	0,142	0,002	0,002
15 rur, $tp = 1,0$ , cz. wewn.	-0,9820	1,9646	-0,4638	0,105	0,213	0,091	0,091
15 rur, $tp = 1,0$ , cz. zewn.	-1,0712	1,7049	-0,3606	0,112	0,191	0,002	0,002

Tablica 1 cd.

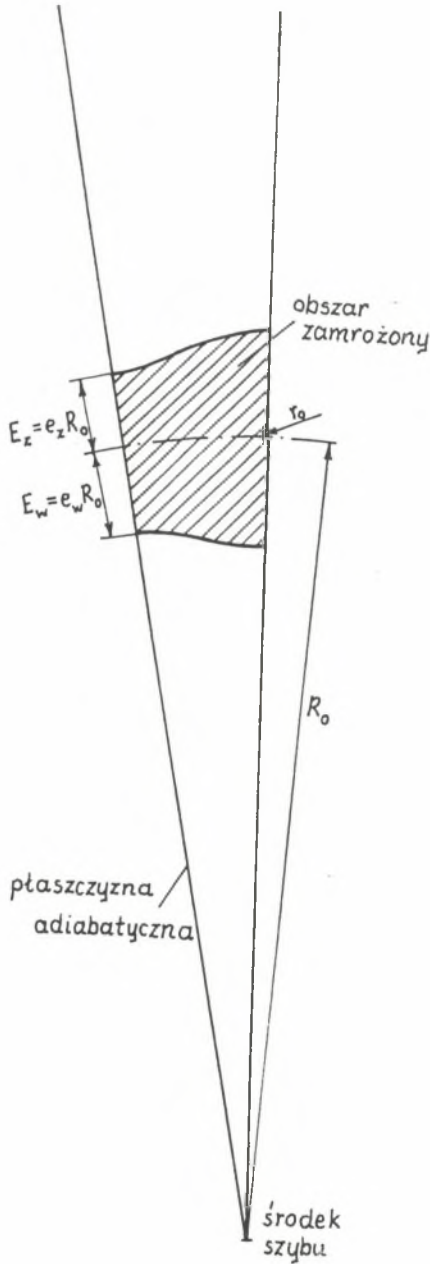
## Wyniki obliczeń pomocniczych stałych w korelacji (16)

Wariant	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$r_{xy}$	$Fo_{min}$	$Fo_{max}$	Błąd, %
25 rur, k = 0,75, cz. wewn.	1,1938	0,8044	-0,0637	0,997	0,023	0,170	0,331
25 rur, k = 0,75, cz. zewn.	-0,8501	1,4436	-0,1136	0,990	0,027	0,116	0,071
25 rur, k = 3,0, cz. wewn.	-0,0079	0,9746	-0,1383	0,995	0,052	0,232	0,091
25 rur, k = 3,0, cz. zewn.	-0,4634	1,0634	-0,1298	0,990	0,059	0,239	0,055
25 rur, l = 1,0, cz. wewn.	0,1031	0,9971	-0,1246	0,996	0,041	0,145	0,024
25 rur, l = 1,0, cz. zewn.	-0,7468	1,2419	-0,1381	0,995	0,049	0,130	0,000
25 rur, l = 1,5, cz. wewn.	0,6164	0,9603	-0,0891	0,996	0,026	0,162	0,150
25 rur, l = 1,5, cz. zewn.	-0,7916	1,4043	-0,1217	0,990	0,031	0,128	0,118
25 rur, r = 0,0095, cz. wewn.	0,4893	0,8880	-0,1048	0,997	0,036	0,161	0,096
25 rur, r = 0,0095, cz. zewn.	-0,5454	1,2073	-0,1257	0,991	0,043	0,170	0,085
25 rur, r = 0,0155, cz. wewn.	0,4125	0,9637	-0,0919	0,995	0,029	0,184	0,125
25 rur, r = 0,0155, cz. zewn.	-0,7144	1,2962	-0,1131	0,989	0,034	0,147	0,071
25 rur, tp = 0,333, cz. wewn.	0,0469	1,2712	-0,1192	0,993	0,025	0,160	0,157
25 rur, tp = 0,333, cz. zewn.	-0,5666	1,3360	-0,1075	0,992	0,028	0,114	0,003
25 rur, tp = 1,0, cz. wewn.	0,6173	0,7296	-0,0888	0,998	0,041	0,179	0,244
25 rur, tp = 1,0, cz. zewn.	-1,0193	1,3605	-0,1512	0,992	0,050	0,136	0,000



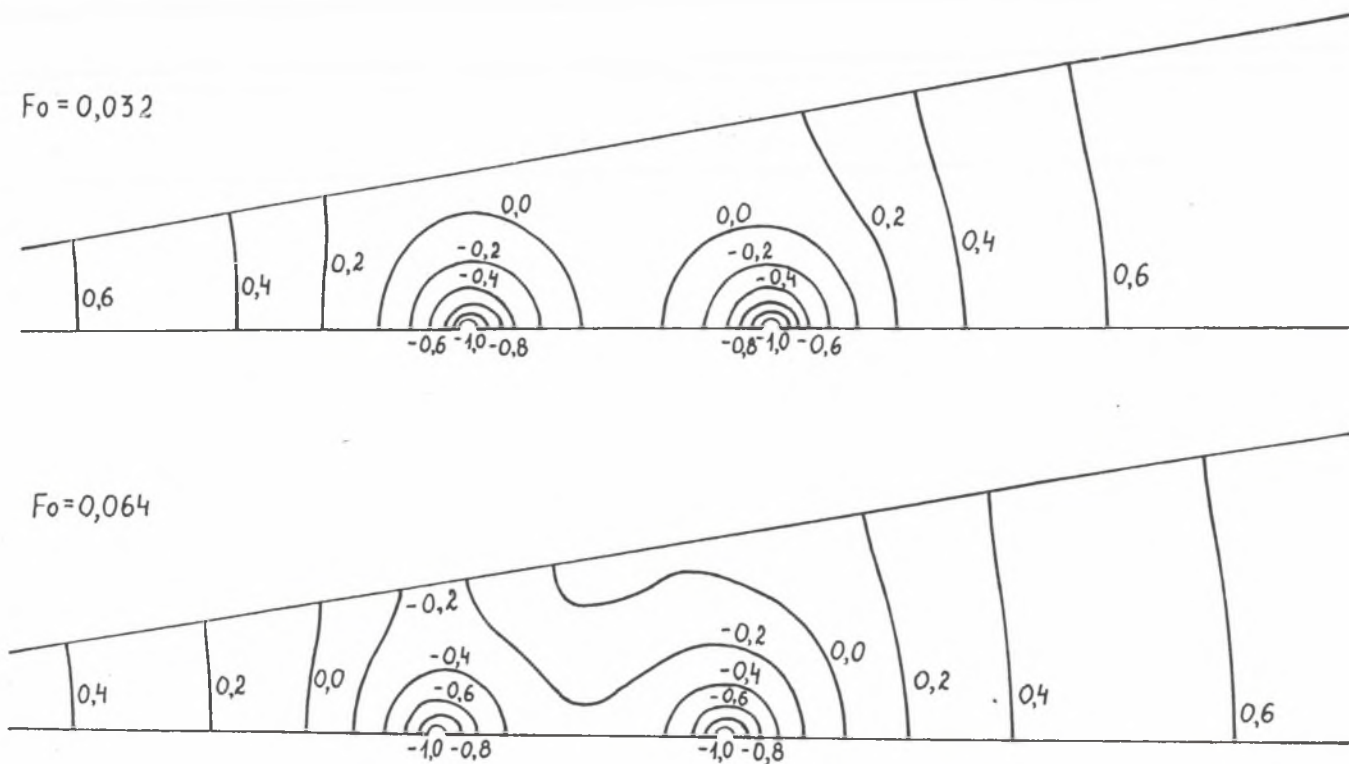
Rys. 3. Przykładowy przebieg izoterm przy zamrażaniu jednym kręgiem rur – wariant podstawowy

Fig. 3. Exemplary course of isothermal lines during freezing by a single circle of freezing holes – basic variant



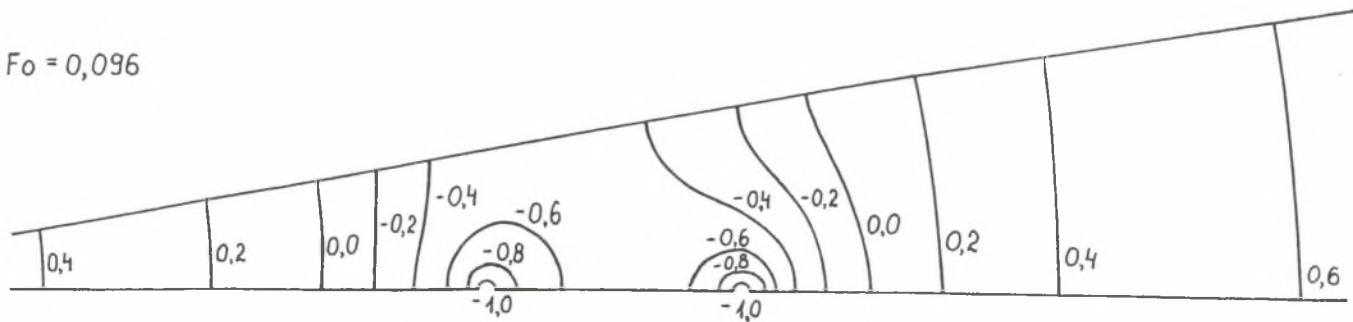
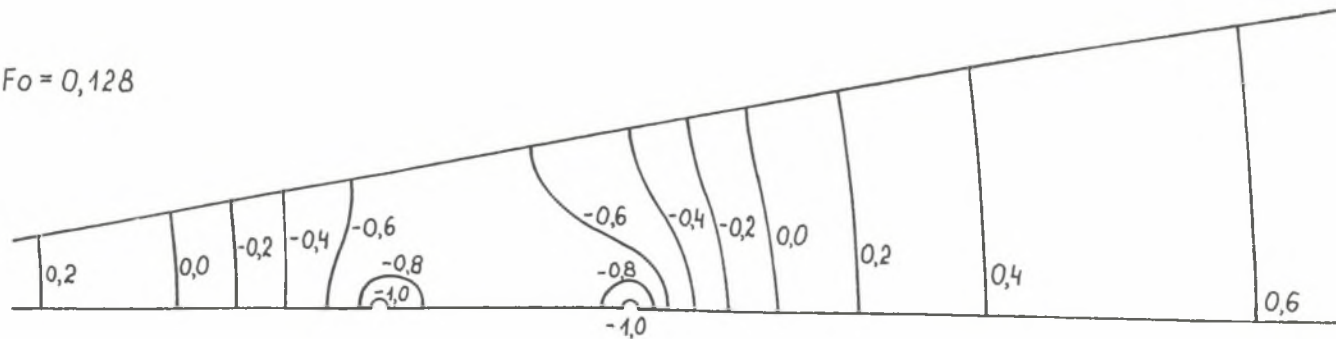
Rys. 4. Powtarzalny fragment górotworu zamrażanego pojedynczym kręgiem rur

Fig. 4. Characteristic fragment of underground rock during freezing by a single circle of freezing holes



Rys. 5. Przykładowy przebieg izoterm przy zamrażaniu dwoma kręgami rur w układzie promieniowym – wariant podstawowy

Fig. 5. Exemplary course of isothermal lines during freezing by a double circle of freezing holes in radial arrangement – basic variant

$Fo = 0,096$  $Fo = 0,128$ 

Rys. 5 cd. Przykładowy przebieg izoterm przy zamrażaniu dwoma kręgami rur w układzie promieniowym – wariant podstawowy

Fig. 5. Exemplary course of isothermal lines during freezing by a double circle of freezing holes in radial arrangement – basic variant

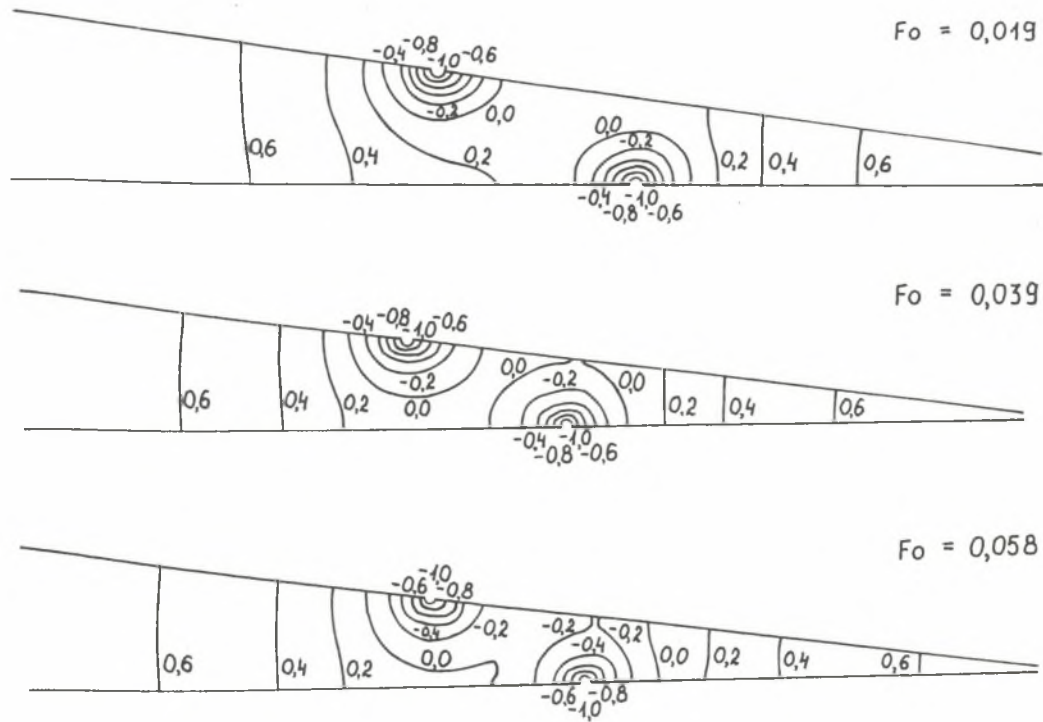
w tym przypadku relacje (15) i (16) są z dużą dokładnością spełnione. Wyniki tych obliczeń zawarte są w tabelicy 1, w której oprócz wartości pomocniczych stałych podano wartości granicznych liczb Fouriera  $Fo_{\min}$  i  $Fo_{\max}$ , w zakresie których obowiązuje (16), wartość współczynnika korelacji  $r_{xy}$  oraz maksymalnego błędu względnego aproksymacji (16) w węzłach grubości  $e_w$  i  $e_z$ . Uwzględniono 20 wariantów, przy czym parametry nie wymienione w tabl. 1 mają takie wartości jak w wariancie podstawowym.

Przebiegi izoterm dla przypadku zamrażania górotworu za pomocą podwójnego kręgu otworów, gdy charakterystyczne parametry przybierają wartości jak w wariancie podstawowym, przedstawiono na rys. 5 i 6. Rys 5. dotyczy układu promieniowego, rys. 6 zaś przestawnego układu rur. Jak wynika z rys. 5 i 6, dotyczących wybranych wartości bezwymiarowego czasu mrożenia  $Fo$ , kształt izoterm w sąsiedztwie rur mrożeniowych może być dość złożony.

W przypadku zamrażania górotworu za pomocą podwójnego kręgu rur istotny jest moment zakończenia procesu mrożenia wody w przestrzeni między kręgami. Jest rzeczą intuicyjnie oczywistą, iż przy stałej sumarycznej liczbie rur w obu kręgach  $n + n_z$  czas trwania procesu do tej chwili zależy od stosunku  $n/n_z$ . Aby zbadać wpływ tego ilorazu, wykonano obliczenia, których rezultaty przedstawiono na rys. 7. Punkty a dotyczą danych jak w wariancie podstawowym, jedynie łączna liczba rur mrożeniowych  $n + n_z = 40$  została w różny sposób rozdzielona na kręgi. W przypadku b przyjęto inną wartość bezwymiarowej temperatury początkowej  $t_p$ , w wersji c zaś uległa zmianie bezwymiarowa entalpia zamrażania wody. Jest całkowicie oczywiste, iż wzrost każdego z tych parametrów wydłuża czas mrożenia. Punkty d odnoszą się do warunków jak w przypadku a, sumaryczna liczba rur wynosi jednak  $n + n_z = 48$ , co powoduje wyraźne skrócenie czasu zamrażania przestrzeni między kręgami. Jak wynika z rys. 7, najkorzystniejszy, z punktu widzenia czasu zamrażania przestrzeni między kręgami, stosunek liczby rur w kręgu wewnętrznym i zewnętrznym jest mniejszy od 1 i wynosi ok. 0,9. Ponieważ przyjęto, że iloraz promieni obu tych kręgów ma wartość  $1/r_z = 0,75$ , zatem dla rozpatrywanych wariantów obliczeniowych proces zamrażania wody w obszarze międzykręgowym zachodzi najszybciej przy nieco większym zagęszczeniu rur w kręgu wewnętrznym niż w zewnętrznym.

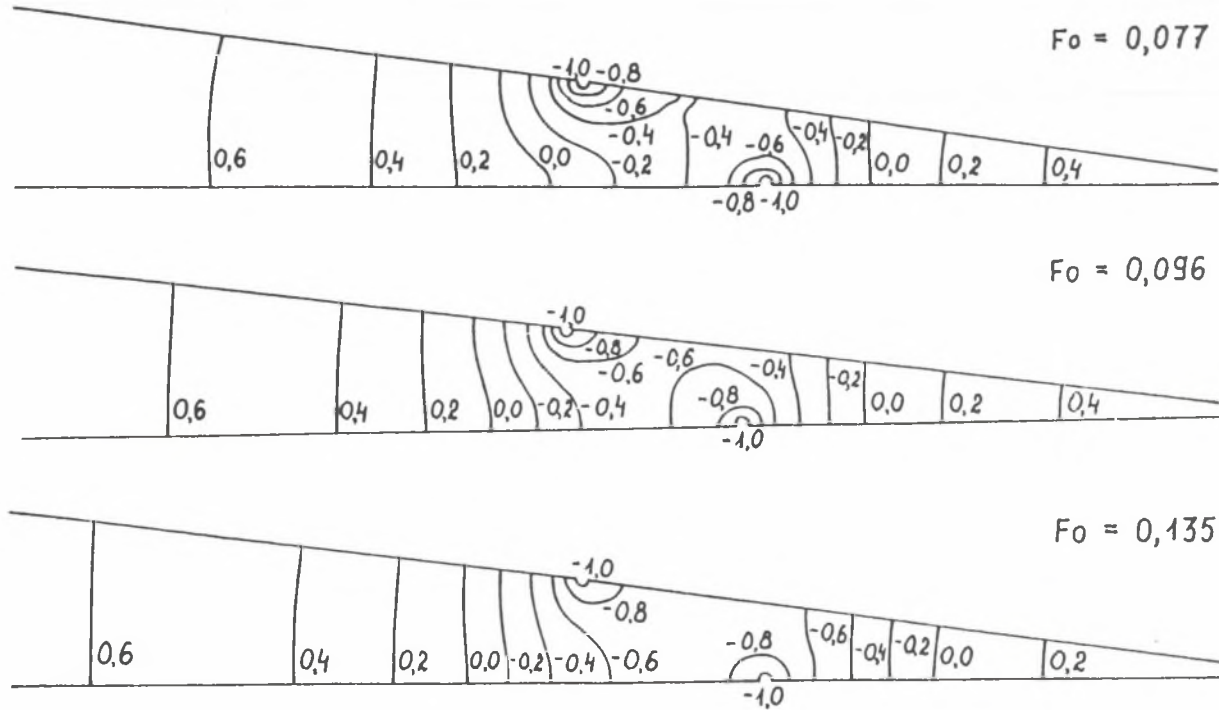
Jak wynika z zaprezentowanych rezultatów przykładowych obliczeń, zastosowanie metody elementów skończonych do analizy cieplnej procesu zamrażania górotworu umożliwia w stosunkowo prosty sposób otrzymanie rezultatów bardzo trudnych do uzyskania przy użyciu metod różnicowych. Rezultaty te mogą mieć charakter głównie poznawczy, jak w przypadku kształtu izoterm, ale również praktyczny. Dotyczy to np. wzorów służących do określania grubości płaszcza mrożeniowego przy zamrażaniu pojedynczym kręgiem rur lub problemu rozdziału rur na kręgi przy mrożeniu za pomocą dwóch kręgów.





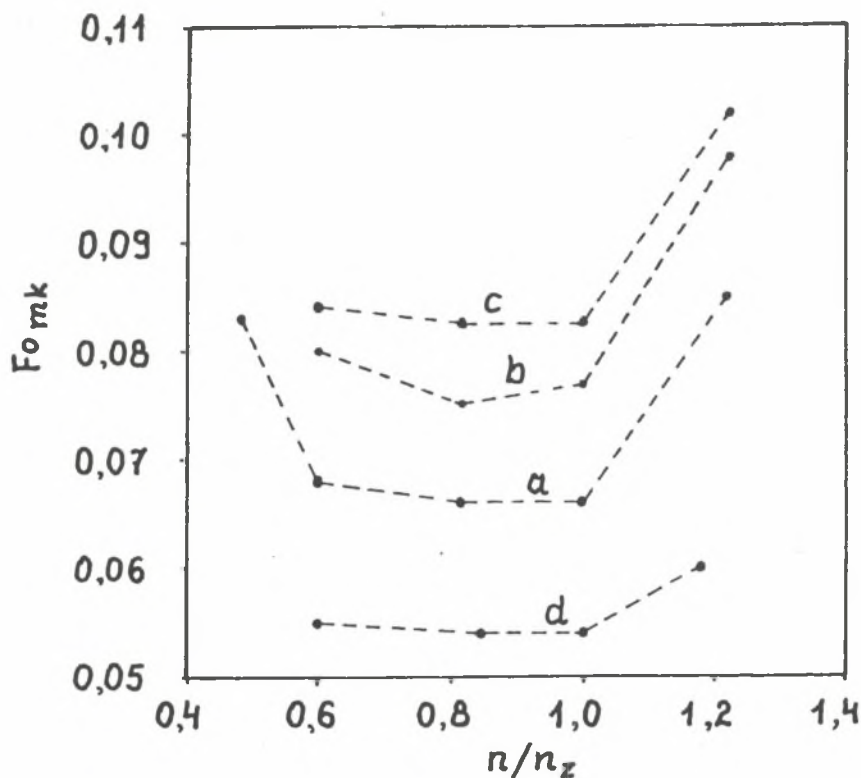
Rys. 6. Przykładowy przebieg izoterm przy zamrażaniu dwoma kręgami rur w układzie przestawnym – wariant podstawowy

Fig. 6. Exemplary course of isothermal lines during freezing by a double circle of freezing holes in shifted arrangement – basic variant



Rys. 6 cd. Przykładowy przebieg izoterm przy zamrażaniu dwoma kręgami rur w układzie przestawnym – wariant podstawowy

Fig. 6. Exemplary course of isothermal lines during freezing by a double circle of freezing holes in shifted arrangement – basic variant



Rys. 7. Zależność liczby Fouriera  $Fo_{mk}$  odpowiadającej chwili zamrożenia przestrzeni między kręgami od stosunku  $n/n_z$  liczb rur w kręgu wewnętrznym i zewnętrznym: a) wariant podstawowy przy  $n + n_z = 40$ , b)  $t_p = 1,0$ , c)  $k = 2,0$ , d)  $n + n_z = 48$

Fig. 7. Dependence between Fourier number  $Fo_{mk}$  for the end of freezing of the space between freezing pipe circles and the ratio  $n/n_z$  of numbers of pipes in the inner and outer circle: a) basic variant,  $n + n_z = 40$ , b)  $t_p = 1,0$ , c)  $k = 2,0$ , d)  $n + n_z = 48$

## OZNACZENIA

- a – współczynnik wyrównywania temperatury,
- c – objętościowa pojemność cieplna właściwa,
- E, e – rzeczywista i bezwymiarowa grubość płaszczka mrozeniowego,
- Fo – liczba Fouriera,
- h – objętościowa entalpia właściwa,

- $k$  – bezwymiarowa entalpia zamrażania,  
 $l$  – stosunek przewodności cieplnej górotworu zamrożonego i niezamrożonego,  
 $n, n_z$  – liczba rur mrozeniowych w pojedynczym lub wewnętrznym kręgu oraz liczba rur mrozeniowych w kręgu zewnętrznym,  
 $LW$  – liczba wymiarów zagadnienia,  
 $p$  – stosunek objętościowej pojemności cieplnej właściwej górotworu zamrożonego i niezamrożonego,  
 $r$  – bezwymiarowy promień zewnętrzny rur mrozeniowych,  
 $r_o$  – rzeczywisty promień zewnętrzny rur mrozeniowych,  
 $R_o$  – promień kręgu rur mrozeniowych (wewnętrzny przy mrożeniu dwoma kręgami),  
 $R_z, r_z$  – rzeczywisty i bezwymiarowy promień kręgu zewnętrznego,  
 $T, T_1$  – temperatura aktualna i wybrana temperatura odniesienia,  
 $T_m, T_{ch}$  – temperatura zmiany fazy i temperatura chłodziwa,  
 $T_p, t_p$  – rzeczywista i bezwymiarowa temperatura początkowa górotworu,  
 $t$  – temperatura bezwymiarowa,  
 $x$  – współrzędna przestrzenna,  
 $\alpha, \alpha^*$  – zastępczy i bezwymiarowy współczynnik wnikania (przenikania) ciepła od zewnętrznej powierzchni rur mrozeniowych,  
 $\lambda$  – współczynnik przewodzenia ciepła,  
 $\tau$  – czas,  
 $)_n, )_z$  – dotyczy stanu niezamrożonego i zamrożonego,  
 $)_m$  – dotyczy zmiany fazy.

## LITERATURA

- [1] Składzień J.: Zastosowanie metody różnicowej do analizy cieplnej procesu zamrażania górotworu, Referaty Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Warszawa – Jabłonna 1976.
- [2] Cierpka W., Składzień J.: Prognozowanie procesu zamrażania górotworu do dużych głębokości za pomocą metod numerycznych – różnicowych, Referaty Konferencji „Głębokie mrożenie górotworu przy głębieniu szybów”, Częstochowa 1976.
- [3] Składzień J.: Zastosowanie metody różnicowej do analizy cieplnej procesu zamrażania górotworu za pomocą podwójnego kręgu otworów, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 63, Gliwice 1978.
- [4] Składzień J.: Analiza procesu zamrażania górotworu podwójnym kręgiem otworów mrozeniowych, Referaty X Zjazdu Termodynamików, Wrocław 1978.
- [5] Składzień J.: Analiza cieplna procesu zamrażania górotworu przy pomocy metody różnicowej, Archiwum Termodynamiki i Spalania 1, 1978.

- [6] Składzień J.: Bezwymiarowa analiza cieplna procesu zamrażania górotworu, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 67, Gliwice 1978.
- [7] Składzień J.: Zamrażanie górotworu przy ograniczonej mocy agregatów mrozeniowych, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 71, Gliwice 1979.
- [8] Składzień J.: The application of the difference equations in thermal analysis of rock-freezing, referat wygłoszony na konferencji "Numerical Methods in Thermal Problems", Swansea 1979.
- [9] Składzień J.: Metodyka określania optymalnych parametrów mrożenia górotworu, Materiały Zjazdowe XI Zjazdu Termodynamików, Szczecin – Świnoujście 1981.
- [10] Składzień J.: Analiza cieplna i ekonomiczna mrożenia górotworu, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 78 (monografia), Gliwice 1981.
- [11] Składzień J.: Dobór mocy zespołu agregatów do głębokiego zamrażania górotworu, Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej „Komputery w Projektowaniu i Eksploatacji Urządzeń Chłodniczych i Klimatyzacyjnych”, XVIII Dni Chłodnictwa, Poznań 1984.
- [12] Składzień J.: Analiza cieplna mrożenia górotworu, Budownictwo Węglowe – Projekty – Problemy 5, 1984.
- [13] Składzień J.: Bezwymiarowa analiza cieplna mrożenia górotworu jednym kręgiem rur, Budownictwo Węglowe – Projekty – Problemy 2, 1987.
- [14] Fic A.: Błędy modelowania cieplnego efektu zmiany fazy przy stosowaniu metody uśrednień całkowych do rozwiązywania zagadnień Stefana, Zbiór Referatów XXVI Sympozjonu „Modelowanie w Mechanice”, Gliwice – Wisła 1987.
- [15] Fic A., Składzień J.: Obliczanie zamrażania górotworu przy wykorzystaniu metody uśrednień całkowych, Zbiór Referatów XXVIII Sympozjonu „Modelowanie w Mechanice”, Gliwice – Wisła 1989.
- [16] Fic A., Składzień J.: Analiza numeryczna zamrażania górotworu przy stosowaniu różnych układów rur mrozeniowych, Referaty VII Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Warszawa – Jadwisin 1989.
- [17] Fic A.: Wybrane aspekty stosowania metody uśrednień całkowych do rozwiązywania zagadnień Stefana, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 107, Gliwice 1989.
- [18] Fic A., Składzień J.: Wpływ układu rur na przebieg zamrażania górotworu podwójnym kręgiem, Materiały Konferencyjne XIV Zjazdu Termodynamików, Kraków 1990.
- [19] Fic A., Składzień J.: Koncepcja obliczeń zamrażania górotworu z uwzględnieniem ruchu wód podziemnych, Referaty VIII Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Białowieża 1992.

- [20] Malkiewicz T., Mikoś M.: Numeryczne rozwiązanie jednowymiarowego zagadnienia mrożenia gruntu we współrzędnych cylindrycznych, Materiały IX Zjazdu Termodynamików, Rzeszów – Polańczyk 1975.
- [21] Bucewicz A., Kalinowski E.: Analiza porównawcza zamrażania gruntów wilgotnych czynnikami chłodniczymi i kriogenicznymi, Materiały Konferencyjne X Zjazdu Termodynamików, Wrocław 1978.
- [22] Bucewicz A., Lange G.: Optymalizacja rozmieszczenia rur mroźniowych przy zamrażaniu szybów, Materiały Konferencyjne X Zjazdu Termodynamików, Wrocław 1978.
- [23] Kalinowski E., Kudela H., Lange G.: Metoda rozwiązania zagadnienia mrożenia górotworu za pomocą dwóch rzędów rur mroźniowych, Materiały Konferencyjne XI Zjazdu Termodynamików, Szczecin – Świnoujście 1981.
- [24] Lange G.: Analiza propagacji czoła mrożonego gruntu zawodnionego, przy stosowaniu solanki i cieczy kriogenicznych w podwójnym kręgu rur mroźniowych ustawionych przestawnie, praca doktorska, Politechnika Wrocławska, Instytut Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów, Wrocław 1982.

Recenzent: Dr inż. Antoni Guzik

Wpłynęło do Redakcji: 20. 07. 1994 r.

## Abstract

The underground rock freezing process analysis is a very complicated problem mainly because of unsteady 3-dimensional thermal field, inner negative heat sources having a form of freezing pipes, variable heat properties of underground rock, phase change effect and complicated shape of the frozen area situated in infinite space. Then the underground rock freezing process analysis is possible only after application some simplifying assumptions and using numerical methods of temperature field calculations. In the monograph [10] the finite difference equations (FDE) of elementary heat balance with the forward difference approximation were used and multivariant calculations for single and double circle of freezing holes were performed. The FDE method cannot be used unfortunately when the distance between the freezing tubes is relatively large. So there was elaborated the numerical code using the finite element method (FEM) and the application of the integral averaging method for taking into account the latent heat [1418]. The code mentioned above was used in the paper for the underground rock freezing process analysis in a

single layer and when the temperature of cooling agent inside the freezing pipes is constant. The dimensionless parameters and variables (6)(14) were used. Exemplary subdivision of the characteristic fragment of underground rock into finite elements during freezing by a single and double circle of freezing holes are presented in Fig. 1 and 2. In Fig. 3, 5 and 6 the exemplary course of isothermal lines during freezing by a single and double circle of freezing holes in radial and in shifted arrangement are shown. The same as in [10] the digital results obtained for one circle of freezing holes proved that the correlation (16) may be used. The auxiliary constants  $A_i$ ,  $B_i$  and  $C_i$  were calculated for 20 variants and they are given in Tabl. 1. For the freezing process with two circles of freezing pipes there were performed the additional exemplary calculations for different relations between numbers of holes in the inner and outer circle. The results in form of Fourier number  $F_0$  for the time when there is the end of freezing of the space between the freezing pipe circles are presented in Fig. 7. The results have mainly cognitive character but they may be also of practical importance.