

Mirosław Rodzewicz, Andrzej Olędzki

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej  
Politechnika Warszawska

## MODELOWANIE STARTU HOLOWANEGO LOTNI

**Streszczenie.** Praca dotyczy modelowania i symulacji komputerowej startów lotni holowanej samochodem. Przedstawiono w niej (zweryfikowane doświadczalnie) modele matematyczne poszczególnych podukładów systemu i zamieszczono wybrane wyniki symulacji.

**Резюме.** Работа посвящена моделированию и компьютерной симуляции стартов дельтаплана, буксированного автомашиной. Представлены математические модели (удостоверенные экспериментально) и результаты некоторых симуляций.

**Summary.** Paper concerns modelling and computer simulation of a start of a hanglider towed by a car. Presented are mathematical models (verified experimentally) of particular subsystems and selected results of simulation.

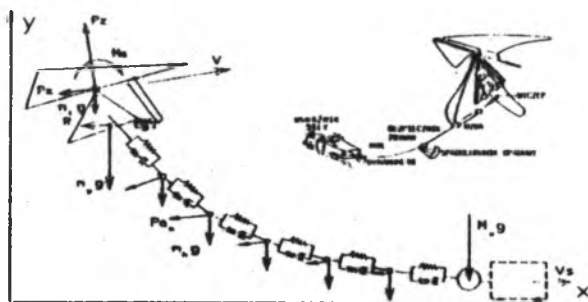
### 1. WSTĘP

Badania dotyczą systemu holowniczego z wyciągarką ruchomą. System ten, z racji swej prostoty, jest bardzo popularny zarówno na Zachodzie, jak i w kraju. Urządzeniem holowniczym jest samochód zaopatrzony w dynamometr hydrauliczny, ze wskaźnikiem siły umiejscowionym w polu widzenia kierowcy-operatora wyciągarki. Analiza została ograniczona (z konieczności) do zagadnienia płaskiego i obejmuje tematykę modelowania elementów układu holowniczego, modelowania funkcji operatora wyciągarki oraz symulacji komputerowych procesu holowania lotni.

### 2. MODELE FIZYCZNE ELEMENTÓW SYSTEMU HOLOWNICZEGO

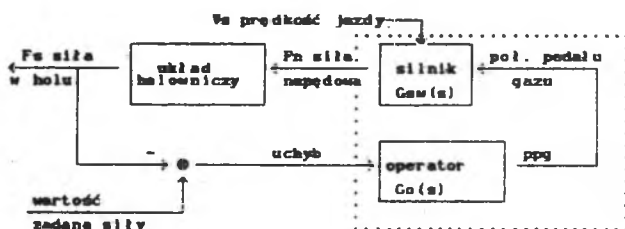
Szkic oraz model fizyczny omawianego systemu holowniczego zamieszczono na rys.1. Układ Pilot-Lotnia został tu przedstawiony jako dwie bryły

sztywne, połączone przegubowo w węźle podwieszenia. Ramiona pilota zostały zamodelowane jako układ sprężysto-tłumiący znajdujący się między sterownicą, a korpusem pilota.



Rys.1. Szkic oraz model fizyczny systemu holowniczego z wyciągarką ruchomą  
Fig.1. Scheme and physical model of a towing system with mobile winch

Schemat odpowiadający przyjętemu modelowi sterowania siłą w holu zamieszczono na rys.2.



Rys.2. Schemat blokowy układu holowniczego lotni z uwzględnieniem funkcji operatora wyciągarki  
Fig.2. Block-scheme of hanglider's towing system with the explanation of the role of a winch's operator

Blok układu holowniczego znajdujący się na tym schemacie obejmuje obiekty takie jak: układ Pilot-Lotnia, hol oraz masę samochodu zredukowaną do dolnego punktu zaczepienia holu. Silnik samochodu zamodelowany został jako element o przepustowości  $G_w(s)$ , dla którego sygnałem wejściowym jest położenie pedału gazu  $ppg$  oraz prędkość jazdy  $V_s$ , natomiast

sygnałem wyjściowym jest siła napędowa  $F_w$ . Podobnie operator został zamodelowany jako element o przepustowości  $G_0(s)$ , dla którego sygnałem wejściowym jest różnica między wartością zadaną i wartością bieżącą siły w linie  $F_s$ , a sygnałem wyjściowym położenie pedału gazu  $ppg$ .

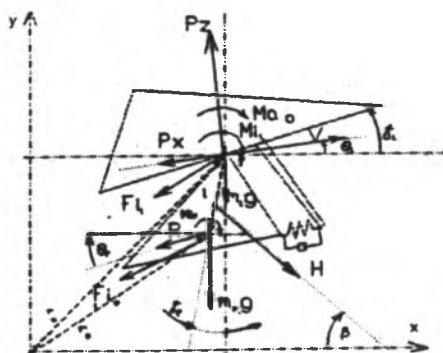
### 3. MODELE MATEMATYCZNE ELEMENTÓW SYSTEMU HOLOWNICZEGO

#### 3.1. Układ Pilot-Lotnia

Model matematyczny układu Pilot-Lotnia został utworzony z wykorzystaniem metody d'Alemberta, w której równania ruchu wyprowadza się traktując układ: w pierwszym kroku jako jedną bryłę, w drugim natomiast, jako układ rozprzęgnięty, z wyeksponowanymi siłami wzajemnego oddziaływania. Wybór tej metody został podyktowany jej spójnością, z innymi metodami, (zwłaszcza grafów wiązań) stosowanych w dalszych częściach pracy. Założono, że środek masy lotni pokrywa się z punktem podwieszenia pilota. Oznaczenia:

- $P_z$ ,  $P_x$  - siły aerodynamiczne: nośna oraz oporu lotni,
- $R$  - siła oporu aerodynamicznego pilota,
- $H$  - siła oddziaływania holu,
- $M_{ao}$  - moment aerodynamiczny względem punktu podwieszenia,
- $F_{li}$ ,  $F_{lp}$  - siły bezwładności (wynikające z przyspieszenia środka masy lotni, pilota),
- $M_{li}$ ,  $M_{lp}$  - momenty sił bezwł. (wynikające z przyspieszenia kątownego lotni, pilota),
- $m_l$ ,  $m_p$  - masy lotni, pilota,
- $J_l$ ,  $J_p$  - moment bezwładności lotni, pilota - względem środka masy,
- $g$  - przyspieszenie ziemskie,
- $\theta_l$ ,  $\theta_p$  - kąty pochylenia wektora prędkości środka masy lotni, pilota,
- $\gamma_l$  - kąt pochylenia osi podłużnej lotni (związanej z kilem),
- $\gamma_p$  - kąt pochylenia osi przechodzącej przez punkt podwieszenia oraz środek masy pilota,
- $\beta$  - kąt pochylenia wektora siły w holu,
- $V$  - prędkość środka masy lotni,
- $C_z$ ,  $C_x$ ,  $C_m$  - bezwymiarowe współczynniki siły nośnej, oporu, momentu aerodynamicznego. lotni,
- $\rho$  - gęstość powietrza,
- $S$ ,  $S_p$  - powierzchnie odniesienia współczynników aerodynamicznych lotni, pilota,

- $r_0(x_0, y_0)$  - promień-wektor i współrzędne punktu podwieszenia,  
 $r_p(x_p, y_p)$  - promień-wektor i współrzędne środka masy pilota,  
 $l$  - odległość między punktem podwieszenia, a środkiem masy pilota,  
 $l_a$  - długość średnicy cięciwy aerodynamicznej,  
 $\Delta$  - kąt spoczynkowego ustawienia lotni względem pilota,  
 $c, R$  - podatność i rezystancja ramion pilota.



Rys. 3. Siły i momenty działające na układ Pilot-Lotnia  
 Fig. 3. Forces and torques in the subsystem Pilot-Hanglider

Równania stanu mają następującą postać

$$\begin{aligned}
 \ddot{\gamma}_p = & -[(\dot{\gamma}_p - \dot{\gamma}_1)/c - \Delta/c + R(\dot{\gamma}_p - \dot{\gamma}_1)] m/I_s + \\
 & -k_p l m \cos(\theta_p - \gamma_p) (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2)/I_s - m_p g l m \sin \gamma_p / I_s + \\
 & + H l m \cos(\gamma_p + \beta) / I_s - m_p l \sin \gamma_p [0.5 \rho S (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) \cdot \\
 & \cdot (c_z \cos \theta_1 - c_x \sin \theta_1) - g m - H \sin \beta - k_p (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) \sin \theta_p] / I_s + \\
 & + m_p l \cos \gamma_p [0.5 \rho S (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) (c_z \sin \theta_1 + c_x \cos \theta_1) + \\
 & - H \cos \beta + k_p (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) \cos \theta_p] / I_s ;
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_0 = & -0.5 \rho S (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) (c_z \sin \theta_1 + c_x \cos \theta_1) / m + H \cos \beta / m + \\
 & -k_p (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) \cos \theta_p / m + l m \sin \gamma_p (\dot{\gamma}_p)^2 / m - l m \cos \gamma_p \ddot{\gamma}_p / m ;
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{y}_0 = & 0.5 \rho S (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) (c_x \cos \theta_1 - c_z \sin \theta_1) / m - H \sin \beta / m - g + \\
 & -k_p (\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2) \sin \theta_p / m - l m \cos \gamma_p (\dot{\gamma}_p)^2 / m - l m \sin \gamma_p \ddot{\gamma}_p / m ;
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\gamma_1 = 0.5\rho S(\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) l_a c_m / J_1 + [(\gamma_p - \gamma_1) / c - \Delta / c + R(\dot{\gamma}_p - \dot{\gamma}_1)] / J_1; \quad (4)$$

$$\text{gdzie: } m = m_1 + m_p; \quad (5)$$

$$k_p = 0.5\rho S p c x_p; \quad (6)$$

$$I_s = J_p m + m_1 m_p l^2; \quad (7)$$

$$\text{Wektorem zmiennych stanu jest tu } X = [\dot{y}_0, \dot{x}_0, y_0, x_0, \dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_p, \gamma_1, \gamma_p]^T; \quad (8)$$

Siły i momenty aerodynamiczne (lub ich bezwymiarowe współczynniki) występujące w równaniach są wielkościami zmiennymi, zależnymi od kąta opływu i prędkości opływu. W modelu matematycznym współczynniki te zostały aproksymowane na podstawie danych eksperymentalnych jako funkcje dwuargumentowe.

Przyjęto tutaj, że prędkość opływu w warunkach bezruchu mas powietrza równa jest prędkości środka masy każdego z obiektów. Kąt opływu lotni, (tj.: kąt natarcia  $\alpha_1$ ) jest kątem wektora prędkości środka masy lotni i osi podłużnej związanej z kilem. Kąt opływu pilota  $\alpha_p$  określony został w stosunku do osi przechodzącej przez punkt podwieszenia oraz środek masy pilota.

$$\alpha_1 = \arctan \{ \sin[\gamma_1 - \arctan(\dot{y}_0 / \dot{x}_0)] / \cos[\gamma_1 - \arctan(\dot{y}_0 / \dot{x}_0)] \}; \quad (9)$$

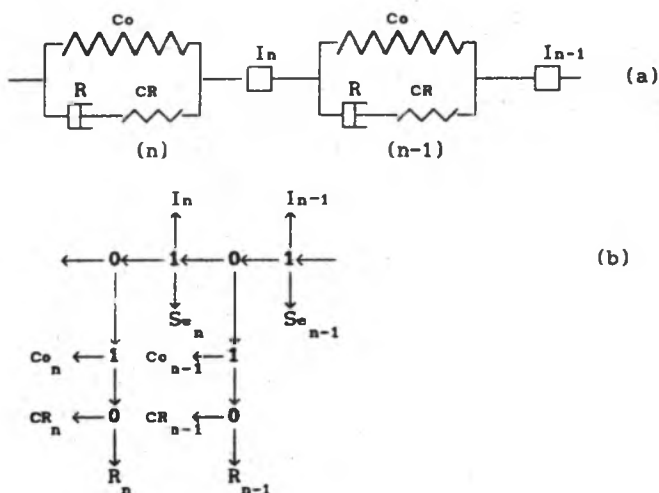
$$\alpha_p = \gamma_p - \arctan \{ \dot{y}_0 + l \sin(\gamma_p) \dot{\gamma}_p / [\dot{x}_0 + l \cos(\gamma_p) \dot{\gamma}_p] \}; \quad (10)$$

W przypadku zaistnienia podmuchu wyrażenia na prędkość opływu i kąt opływu ulegają modyfikacji wynikającej z zsumowania wektora prędkości podmuchu oraz wektora prędkości środka masy każdego z obiektów).

### 3.2. Hol

Model matematyczny holu wynika z przyjętego modelu fizycznego (masy i siły aerodynamiczne zdyskretyzowane w  $k$  punktach, właściwości reologiczne opisane modelem I rzędu tzw. "standard").

Równania ruchu takiego układu wyprowadzono metodą grafów wiązań



Rys. 4. a: Fragment układu holu złożony z n-1 i n-tego odcinka oraz  
b: odpowiadający temu układowi graf wiązań

Fig. 4. a: Fragment of the Tow's subsystem consisting of its n-1 and n part  
b: corresponding Bond-graph

Z tego grafu uzyskuje się równania stanu w n-tym odcinku

$$\dot{q}_{on} = p_{on} / I_n - p_{on+1} / I_{n+1}; \quad (11)$$

$$\dot{q}_{Rn} = p_{on} / I_n - p_{on+1} / I_{n+1} - q_{Rn} / (R_n \cdot C_{Rn}); \quad (12)$$

$$\dot{p}_n = (q_{on-1} - q_{on}) / C_{on} + (q_{Rn-1} - q_{Rn}) / C_{Rn} + \sum F; \quad (13)$$

Oznaczenia:

$C_o, C_{Rn}$  - pojemności, m/N;  $R$  - rezystancja, N/m/s;  $I_n, I_{n-1}$  - inercje, kg;  $S_e$  - źródło wyężeniowe, N;  $p_n$  - pęd n-tej masy holu, kgm/s;  $q_{on}, q_{Rn}$  - wydłużenia elementów sprężystych, m;  $\sum F$  - sumę siły masowej i aerodynamicznej oddziałujących na n-tą masę holu, N;

Równania (11), (12), (13) dotyczą układu jednowymiarowego. W odniesieniu do układu wielowymiarowego jest to postać symboliczna. Po rozpisaniu względem osi układu współrzędnych przybierają one postać

$$\dot{q}_{on} = (\dot{x}_n - \dot{x}_{n+1}) \cos \beta_n - (\dot{y}_n - \dot{y}_{n+1}); \quad (14)$$

$$\dot{q}_{Rn} = (\dot{x}_n - \dot{x}_{n+1}) \cos \beta_n - (\dot{y}_n - \dot{y}_{n+1}) - q_{Rn} / c_{Rn}; \quad (15)$$

$$\ddot{x}_n = -(q_{on}/c_{on} + q_{Rn}/c_{Rn}) \cos \beta_n / m_n + (q_{on-1}/c_{on-1} + q_{Rn-1}/c_{Rn-1}) \sin \beta_n / m_n - R_{xn} / m_n; \quad (16)$$

$$\ddot{y}_n = (q_{on}/c_{on} + q_{Rn}/c_{Rn}) \sin \beta_n / m_n + -(q_{on-1}/c_{on-1} + q_{Rn-1}/c_{Rn-1}) \cos \beta_n / m_n - g - R_{yn} / m_n; \quad (17)$$

gdzie  $m_n = I_n$  oznacza n-tą masę;  $R_{xn}$ ,  $R_{yn}$  oznacza składowe zdyskretyzowanej siły aerodynamicznej, przyłożonej do n-tej masy,

$\beta_n$  oznacza kąt n-tego odcinka holu względem osi poziomej.

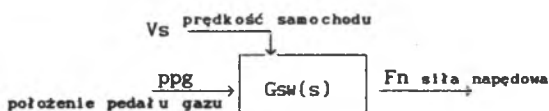
W równaniu pierwszego odcinka holu w miejsce wyrażeń  $q/c$  z indeksem n-1 wchodzi siła oddziaływania wyciągarki. W równaniu ostatniego odcinka w miejsce wyrażeń  $\dot{x}_{n+1}$ ;  $\dot{y}_{n+1}$ ; wchodzi składowe prędkości punktu zaczepienia holu do układu Pilot-Lotnia.

Wstępne badania symulacyjne przeprowadzone dla modeli holu o długości  $l=400$  m i różnej ilości mas dyskretnych dowiodły, że do celów służących poznaniu zachowań dynamicznych układu Pilot-Lotnia wystarczy zdyskretyzowanie mas holu w 5 punktach.

Równania (11) - (17) wyprowadzono dla liniowego modelu reologicznego holu. Na podstawie badań doświadczalnych model ten udoskonalono uwzględniając nieliniowość rzeczywistego obiektu. Szczegóły dokonanej modyfikacji pominięto w tej pracy z braku miejsca.

### 3.3. Jednostka napędowa

Model matematyczny jednostki napędowej samochodu-wyciągarki wyraża schemat z rys.5.



Rys.5. Schemat modelu jednostki napędowej samochodu-wyciągarki

Fig.5. Model of the driving unit of the towing car

Schemat ten jest postacią ogólną przedstawionego poniżej modelu matematycznego.

$$F_n = (aK - b)V^3 + (cK - d)V^2 + (eK - f)V + g; \quad (18)$$

$$K(s)/ppg(s) = 1/(T_s + 1); \quad (19)$$

Wielkość  $K$  odwzorowuje inercyjne zachowanie silnika; (opóźnia efekt ruchu pedałem gazu). Wyrażenie (18) jest wielomianem aproksymacyjnym charakterystyki zespołu napędowego samochodu-wyciągarki o współczynnikach  $a, b, c, d, e, f, g$ .

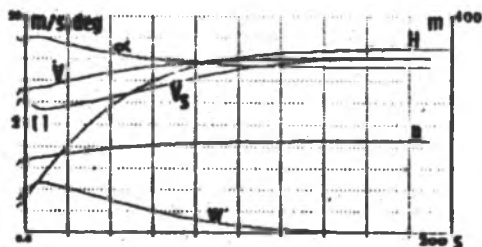
### 3.4. Operator samochodu-wyciągarki

Operator wyciągarki spełnia funkcje regulatora siły w linii holowniczej (patrz rys.3). Na podstawie pomiarów dokonanych w układzie rzeczywistym określono następującą postać przepustowości operatora

$$G_o(s) = \frac{ppg(s)}{F(s)} = K_p \frac{(T_L s + 1) e^{-TS}}{(T_I s + 1)(T_k s + 1)}; \quad (20)$$

## 4. WYNIKI SYMULACJI

Przedstawione powyżej modele matematyczne elementów systemu holowniczego zostały użyte do symulacji komputerowej procesu holowania lotni. Wykorzystano do tego celu program CSSP [5]. Przykładowe rezultaty tych

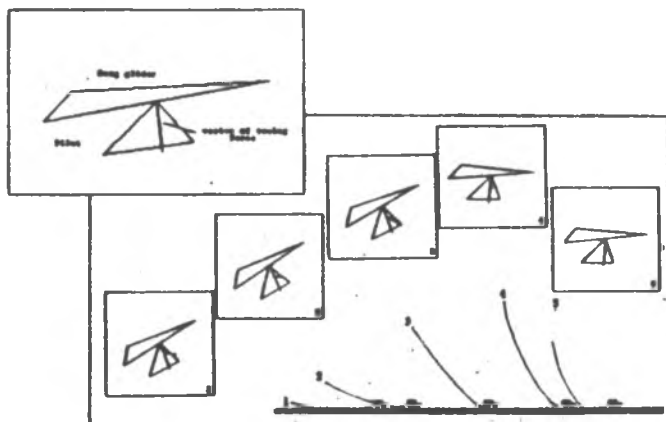


Rys.6. Wybrane rezultaty symulacji holowania lotni (stała siła holow., spokojne powietrze): tor lotu: (H), prędkości: (V-pr.całk., w-pr.pion.lotni,  $V_s$ -pr.samochodu), kąt natarcia: ( $\alpha$ ), współczynnik obciążeń: (n)

Fig.6. Selected results of simulation (const. towing force, quiet air): total speed of hangglider: (V), vertical speed: (w), speed of car: ( $V_s$ ), path of flight: (H), angle of attack: ( $\alpha$ ), load factor: (n)

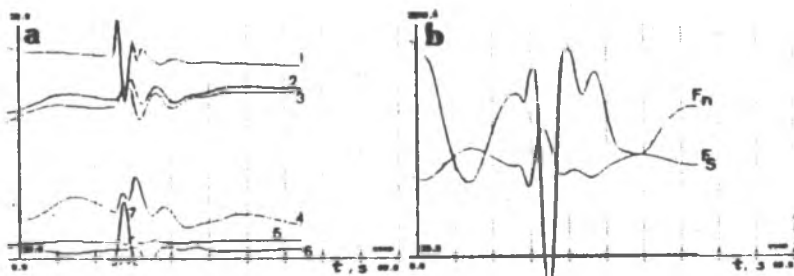


badan zostały przedstawione na rysunkach 6 - 9. Rysunki 6 i 7 dotyczą idealnego przypadku holowania lotni w spokojnym powietrzu, stałą siłą,



Rys. 7. Konfiguracja zespołu holowniczego względem ziemi oraz układu Pilot-Lotnia w poszczególnych fazach holowania stałą siłą w spokojnym powietrzu

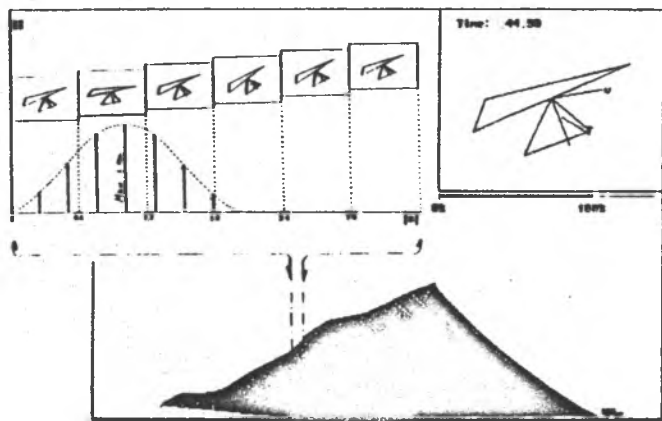
Fig. 7. Configurations in relation to the Earth of the towing system and the subsystem Pilot-Hanglider during different phases of towing



Rys. 8a. Przebiegi parametrów lotu podczas podmuchu z dołu w trakcie holowania lotni: 1) kąt natarcia, 2) prędkość całkowita lotni, 3), 4) pionowa i pozioma składowa prędkości, 5) współczynnik obciążeń, 6) poł. pedału gazu, 7) prędkość podmuchu ; Rys. 8b.  $F_n$ ) siła napędowa,  $F_s$ ) siła w holu

Fig. 8a. Changes of flight's parameters caused by a vertical gust (from the bottom) during towing of the hangglider: 1) angle of attack, 2) total speed of hangglider, 3), 4) vertical and horizontal speed of hangglider, 5) load factor, 6) position of engine's accelerator, 7) speed of the gust ; Fig. 8b.  $F_n$ ) driving force,  $F_s$ ) towing force

bez aktywności pilota oraz operatora. Rysunki 8 - 9 dotyczą sytuacji, w której podczas holowania lotni wystąpi pojedynczy podmuch z dołu, o amplitudzie 5 m/s i czasie trwania 2 sek.



Rys. 9. Tor oraz konfiguracja układu PILOT-LOTNIA w poszczególnych fazach podmuchu pionowego w trakcie holowania lotni

Fig. 9. Trajectory and configurations of the subsystem Pilot-Hanglider caused by a vertical gust during towing of a hanglider

## 5. WNIOSKI

Wyniki badań symulacyjnych porównywane z wynikami uzyskanymi w warunkach rzeczywistych (nie opisany w tej pracy z braku miejsca) wykazują dobrą zgodność. Można więc uznać, że zaproponowany tutaj model może być skutecznie użyty do dalszych badań związanych np. z ważnym zagadnieniem zwiększenia bezpieczeństwa startów holowanych, czy też użyty w ewentualnym symulatorze takich startów.

## LITERATURA

- [1] Cannon R.H.: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973.
- [2] James E., Parker I.: Bioastronautics Data Book NASA - SP-3006, Washington 1973.

- [3] Zarys dynamiki i automatyki układów. Praca zb. pod red. A. Olędzkiego. WPW, Warszawa 1988.
- [4] Problemy wyężenia i znużenia polimerów. Praca zb. pod red. J. Zawadzkiego. PWN, Warszawa 1978.
- Oprogramowanie:
- [5] Siwicki I.: Program symulacyjny CSSP.  
Oprogramowanie Komputerów S-ka z O.O 03-254 W-wa, Turnowska 12/123.
- [6] Rzymkowski C.: Program animacji graficznej LOTNIA.  
ITLiMS Politechnika W-wska, 1990.
- [7] Rzymkowski C., Rodzewicz M.: Symulator zespołu holowniczego lotni.  
ITLiMS Politechnika W-wska, 1990.

## MODELLING OF A TOWED START OF A HANG-GLIDER

Start of a hang-glider towed by a car become popular recently. Some problems concerning its dynamics and safety can be explained by a proper computer simulation. For this purpose mathematical models were built first of subsystems: Pilot - Hang-glider: (1)-(10); tow (nylon rope): (11)-(17); car's engine: (18), (19); and car's (human) operator: (20). All the models were verified in experimental way. The whole system was put next into the form of a computer program for PC IBM compatible simulation program CSSP [5]. Several simulations were performed then for different conditions like: start in a quiet atmosphere (Fig. 6 and 7) and with the assumed vertical gusts (Fig. 8 and 9). Comparison of those results with the results of a field tests indicates a good agreement between them. Thus the proposed model may be used in a further research concerning, e.g., safety of the towed start and/or in the eventual simulator of such kind of start.