

Dariusz Styś, Maciej Minch
Instytut Budownictwa
Politechnika Wrocławska

OGRANICZENIA LINIOWO-SPRĘŻYTEJ MECHANIKI PĘKANIA W METALU I BETONIE

Streszczenie. W pracy omówiono podstawowe ograniczenie stosowania zależności liniowo-sprężytej mechaniki pęknięcia w metalu i betonie (LSMP). Przedstawiono problemy określania zasięgu strefy fizycznej nieliniowości przy wierzchołku szczeliny (uplastycznienie, mikrozarzysowanie) oraz podano metody wyznaczania strefy zdominowanej osobliwością (SZO). Porównanie zasięgu tych stref wyznacza zakres stosowania zależności LSMP w obu materiałach.

Резюме. В работе представлены проблемы определения зоны физической нелинейности в области вершины трещины в металле и бетоне. Объяснены методы вычисления зоны доминированной особенностью. Сравнение размеров этих зон является критерием применения линейно-упругой механики разрушения в бетоне и металле.

Summary. To apply the classical concept of linear-elastic fracture mechanics in metal and concrete, the relation between fracture process zone (FPZ) and singularity dominated zone (SDZ) has to be established. The procedure for evaluation of FPZ and SDZ are outlined.

1. WPROWADZENIE

Opis procesu zniszczenia materiałów konstrukcyjnych, takich jak stal czy beton, poprzez zależności mechaniki pęknięcia, wymaga rozróżnienia i ilościowego oszacowania trzech form redystrybucji energii odkształcenia związanych z propagowaniem się rysy. Są to:

- energia powierzchniowa nowo tworzonych powierzchni szczeliny,
- energia cieplna oraz akustyczna (w betonie),
- energia kinetyczna fragmentów ciała, będąca rezultatem zmiany położenia szczeliny,

Linowo-sprężysta mechanika pękania (LSMP) wykazała swoją przydatność w odniesieniu do jednorodnych, kruchych materiałów, za które można uważać stal i kompozyty szklane. Występująca w każdym materiale strefa fizycznej nieliniowości przy wierzchołku szczeliny (np.: strefa uplastycznienia w stali bądź mikrozarysowania w betonie) ma bardzo zróżnicowane rozmiary. Zakładając, że jest ona niewielka w porównaniu z długością szczeliny lub innym wymiarem charakteryzującym element, transfer energii odkształcenia ogranicza się praktycznie do energii powierzchniowej brzegów szczeliny. Długość szczeliny może być wówczas traktowana jako jedyna zmienna kinematyczna procesu pękania, która kontroluje przemiany energetyczne. Jest to założenie o podstawowym znaczeniu dla LSMP.

Najczęściej stosowanymi parametrami, pozwalającymi charakteryzować odporność materiału na pęknięcie, są G_I (współczynnik uwolnienia energii odkształcenia) oraz odpowiadający mu K_{Ic} (współczynnik intensywności naprężenia-WIN), których wartości krytyczne (K_{Ic}) traktuje się jako stałe materiałowe. Podobne parametry definiuje się dla każdej z dwóch pozostałych form propagacji szczeliny.

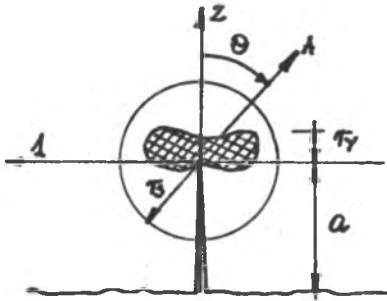
Zgadnieniom wzajemnej relacji pomiędzy wielkością elementów betonowych a wymiarami strefy mikrozarysowania (SM) poświęcono szereg prac, w których stosowano analizę wymiarową oraz metody numeryczne [1]. Sformułowano w nich zależności ekstrapolacyjne, opisujące wpływ wielkości elementów na wartości K_{Ic} i G_I . Biorąc pod uwagę zjawiska zachodzące w obydwu materiałach, w sąsiedztwie wierzchołka szczeliny, uzasadnione jest przyjęcie podobnej procedury weryfikacji założenia o "małych wymiarach strefy fizycznej nieliniowości".

2. GRANICZNY WYMIAR STREFY UPLASTYCZNIENIA W METALACH

Procedura określania maksymalnych wymiarów strefy uplastycznienia przy wierzchołku szczeliny sprowadza się do oszacowania bezwymiarowej relacji:

$$r_Y(a)^{-1} \leq r_S(a)^{-1} \quad (1)$$

gdzie: a - jest długością szczeliny, r_Y - zasięgiem strefy plastycznej (SP) w płaszczyźnie szczeliny a r_S - zasięgiem strefy zdominowanej osobliwością (SZO). Sytuację ilustruje rys.1.



Rys.1. Lokalizacja strefy plastycznej oraz zdominowanej osobliwością
 Fig.1. Localization of the plastic and singularity dominated zone

Strefę uplastycznienia opisuje się często prostym związkiem analitycznym, który w płaskim stanie odkształcenia ma postać [2,3]:

$$r_{pY}(a)^{-1} = K_{Ic}^2 (6\pi\sigma_Y^2)^{-1} \leq 0.02 \quad (2)$$

gdzie: σ - jest granicą plastyczności stali.

Oszacowanie SZO wymaga zdefiniowania związku, który opisywałby pole naprężeń w sąsiedztwie wierzchołka szczeliny w sposób zwany dalej "dokładnym", a następnie porównania z nim klasycznego równania jednoparametrowego, zawierającego jeden człon funkcji naprężeń z osobliwością rzędu -0.5. Tensor naprężeń określający w sposób "dokładny" obszar wierzchołka szczeliny można ogólnie zapisać jako [2]:

$$\sigma_{ij} = \left[K (2\pi a)^{0.5} \right] \left[r(a)^{-1} \right]^{-0.5} F_{ij}^{(1)}(\theta) \pm C_2 F_{ij}^{(2)}(\theta) + \sum_{n=3}^{\infty} C_n \left[r(a)^{-1} \right]^{0.5n-1} F_{ij}^{(n)}(\theta) \quad (3)$$

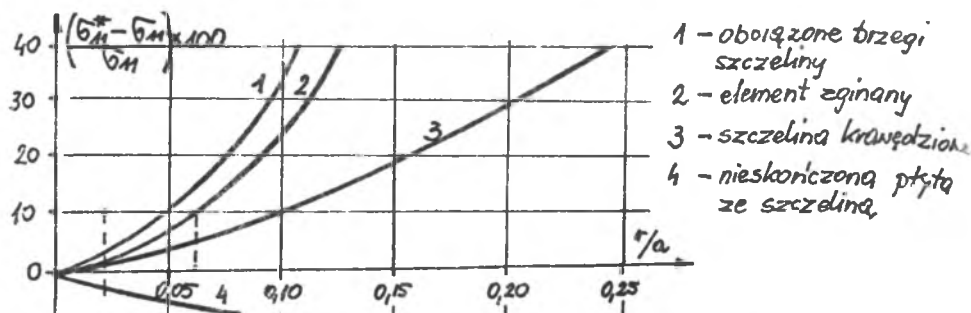
gdzie: $F_{ij}^{(n)}$, $i, j = 1, 2$ oraz $n = 1, 2, 3 \dots$ - operatory trygonometryczne zmiennej biegunowej θ , natomiast K, C_2, C_n - współczynniki zależne od sposobu obciążenia i wymiarów elementu. Porównując równanie (3) z powszechnie stosowaną jednoparametrową wersją:

$$\sigma_{ij}^* = \left[K_I (2\pi)^{0.5} \right] \left[r(a)^{-1} \right]^{-0.5} F_{ij}^{(1)}(\theta) \quad \text{dla} \quad 0 < r(a)^{-1} \ll 1 \quad (4)$$

można wyznaczyć procentowy błąd względny "q" rozwiązania przybliżonego:

$$q = \left[(\sigma_{ij}^* - \sigma_{ij}) (\sigma_{ij}^*)^{-1} \right] \times 100 \quad (5)$$

Porównanie można przeprowadzić dla dowolnej składowej tensora naprężeń, przy czym najbardziej reprezentatywna jest składowa σ_{11} (rys.1.). Rysunek 2 ilustruje zmienność funkcji błędu względnego "q" naprężenia σ_{11} w zależności od odległości od wierzchołka szczeliny, dla różnych elementów.



Rys.2. Względna dokładność wyrażenia jednoparametrowego σ_{11} w funkcji odległości od wierzchołka szczeliny (próbki stalowe)

Fig.2. Relative accuracy of a one-term equation for σ_{11} as a function of the distance from the crack tip (metal specimens)

Wielkość błędu jest zróżnicowana dla poszczególnych składowych tensora naprężeń. Pomijając różnice w wymiarach i kształcie SP, związane z występowaniem płaskiego stanu odkształcenia lub naprężenia w elemencie, można przyjąć, że przy założeniu 10% błędu rozwiązania osobliwego (rys.2) obszar SP zawiera się w każdym przypadku w granicach SZO.

3. STREFA MIKROZARYSOWANIA W BETONIE

W przeciwieństwie do próbek stalowych, w obszarach koncentracji naprężeń w betonie formuje się strefa mikrozarysowania o znacznych rozmiarach. Zastosowanie licznych, często bardzo wyrafinowanych technik pomiarowych, pozwoliło wyznaczyć rozmiary SM dla różnych elementów betonowych [4]. Zaobserwowano silną zależność pomiędzy wielkością elementu a rozmiarami SM. Wymiary SM wzrastają asymptotycznie, wraz z wielkością próbki, do wartości rzędu 0.1 m. Istotny wpływ na położenie asymptoty ma maksymalny wymiar ziarn kruszywa w mieszance betonowej.

4. POLE NAPRĘŻEŃ PRZY WIERZCHOŁKU SZCZELINY W BETONIE

Ponieważ aparat matematyczny LSMP wykorzystuje zależności teorii sprężystości, trudno jest opisywać cechy betonu pozostając w jej dziedzinie. Beton - ciało o strukturze heterogenicznej, może być rozpatrywany jako ośrodek dwufazowy, w którym sztywne ziarna kruszywa są otoczone kruchą matrycą cementową. Cechy takiego materiału odzwierciedla model ciała sprężysto-kruchego, w którym degradacji współczynników sprężystości odpowiada narastające mikrozarzysowanie [5].

Posługując się zmodyfikowanymi funkcjami naprężeń [5,6], można zapisać w sposób "dokładny" składową σ_{11} tensora naprężeń:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = & K_I (2\pi r)^{-0.5} \left[\cos(0.5\theta) (1 + \beta_1 r(a)^{-1}) + \right. \\ & \left. 0.5 \sin\theta (\sin(1.5\theta) - \beta_1 r(a)^{-1} \sin(0.5\theta)) \right] + \\ & 0.5 K_{II} \sin\theta (2\pi r)^{-0.5} \left[\cos(1.5\theta) - \beta_2 r(a)^{-1} \cos(0.5\theta) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

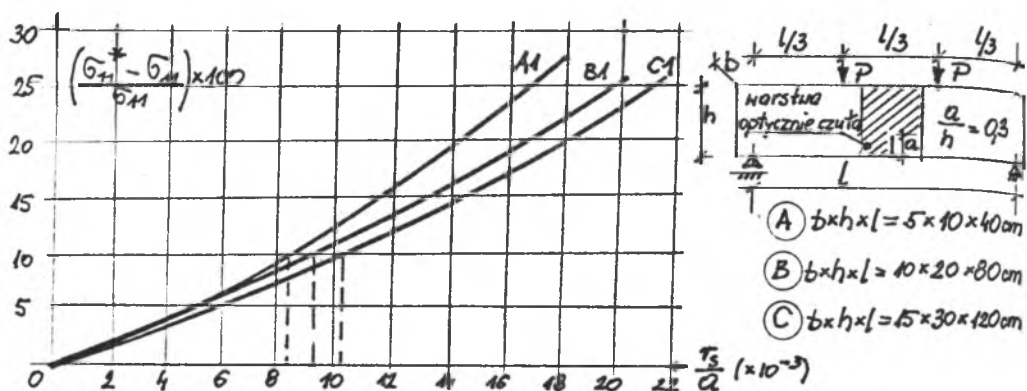
gdzie: K_I, K_{II} - są WIN związanymi z I i II formą propagacji szczeliny a β_1, β_2 to parametry zależne od wielkości i struktury elementu. Forma przyjętych funkcji naprężeń pozwala stosować je do analizy obrazów izochrom uzyskanych podczas badań belek betonowych. Współczynniki sprężystości betonu, występujące w równaniach elastooptycznych, odzwierciedlają postępujący proces tworzenia się mikrorys w strukturze wewnętrznej betonu. Zastosowane procedury numeryczne wykorzystują metodę Newtona-Raphsona [5,7]. Rezultatem numerycznej analizy danych elastooptycznych są wartości parametrów: $K_I, K_{II}, \beta_1, \beta_2$, charakteryzujące pole naprężeń przy wierzchołku szczeliny w betonie. Porównanie "dokładnego" rozwiązania (6) z zależnością jednoparametrową (4) stanowi kryterium ograniczające zasięg SZO. Na rys.3. przedstawiono błąd względny wyrażenia na naprężenie σ_{11} dla trzech rodzajów belek, w funkcji względnej odległości od wierzchołka szczeliny.

5. WNIOSKI

Porównanie zasięgu SM (SP) oraz SZO, pozwala sprawdzić bezpośrednio w rozpatrywanej próbce możliwość wystąpienia "kruchego pęknięcia", co jest niewątpliwą zaletą stosowanego kryterium. W elementach metalowych

stosowanie zaleceń normowych [4] gwarantuje spełnienie założenia o "małych wymiarach SP". Należy zaznaczyć, że nie są to wymogi wygórowane i spełnienie ich w warunkach laboratoryjnych nie jest trudne.

W przypadku betonu formułowanie ilościowych szacunków odnoszących się do minimalnych wymiarów próbki musi być poprzedzone dwoma założeniami, znajdującymi potwierdzenie w wynikach badań doświadczalnych. Pierwsze z nich zakłada istnienie charakterystycznego wymiaru elementu, powyżej którego wymiary SM są stałe, drugie zakłada stałą wartość względnego zasięgu SZO ($r_S/a = \text{const}$).



Rys.3. Błąd względnego rozwiązania jednoparametrowego dla σ_{11} w trzech rodzajach belek betonowych

Fig.3. Relative error of one-parametric solution for σ_{11} in concrete beams of three types

Graniczne wartości zasięgu SM osiągają 0.1 m, natomiast wartości r_S/a oscylują w przedziale 0.085-0.103. Przy założeniu pokrywania się SM i SZO (1) minimalny wymiar charakterystyczny "a" wynosi 0.97-1.17 m. Dla najczęściej stosowanych względnych długości szczelin z przedziału $a/h = 0.3-0.5$ wysokość belek sięgałaby 2-3 m, co praktycznie uniemożliwia przeprowadzanie badań w warunkach laboratoryjnych.

LITERATURA

- [1] Bazant Z.P.: Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. J. of the Engng Mech. Div., ASCE, Vol.110, No.4, 1984, 518-535.
- [2] Eftis J., Liebowitz H.: On fracture toughness evaluation for semi-brittle fracture. Engng Fract. Mech., Vol.7, 1975, 101-135.

- [3] British Standard Institution. Methods of test for strain fracture toughness (K_{Ic}) of metallic materials. BSI 5447, London 1977.
- [4] Jankowski L.J., Styś D.J.: Formation of the fracture process zone in concrete. *Engng Fract. Mech.*, Vol.36, No.2, 1990, 245-253.
- [5] Styś D.J.: Numerical analysis of the stress field parameters in the fracture process zone in concrete. II Int. Symp. on Brittle Matrix Composites, Elsevier Science Publishers, London, 1988, 471-479.
- [6] Rossmann H.P.: Analysis of mixed-mode isochromatic crack-tip fringe patterns. *Acta Mechanica*, Vol.34, 1979, 1-38.
- [7] Sanford R.J., Dally J.W.: A general method for determining mixed-mode stress intensity factor from isochromatic fringe patterns. *Engng Fract. Mech.*, Vol.11, 1979, 621-633.

LIMITATION OF LINEAR - ELASTIC FRACTURE MECHANICS IN METAL AND CONCRETE

Dealing with linear-elastic fracture mechanics, it is important to match certain geometrical requirements concerning specimen's dimensions. They form the relation between parameters characterizing the element's proportions and the extent of physical nonlinearity zone (FNZ) at the crack tip area (Fig.1). It seems, that the most objective criterion for an application of LEFM in arbitrary material is to investigate the relation between two areas: FNZ and singularity dominated zone (SDZ). SDZ confines area in which the stress tensor may be described by one-parametric singular equation (K_I) with the desired accuracy (Eq.5). The divergence between the "exact" and approximate equation may be expressed as a relative error "q" (Eq.5). The "exact" expression for stress σ_{11} in metals is given in Eq.3 and for concrete in Eq.6. Figures 2 and 3 present the dependence of the error "q" on the relative distance from the crack tip - for metal (Fig.2) and for concrete (Fig.3). The stress field parameters for concrete were derived numerically on the basis of isochromatic fringe patterns. LEFM relations were found to be quite satisfactory for metals and inadequate for concrete beams with characteristic dimensions $h = 0.3$ m and $a/h = 0.3$.