ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄKIEJ 1992

Seria: MECHANIKA z. 107 Nr kol. 1154

Bogdan Wosiewicz, Zbigniew Sroka
Katedra Mechaniki Budowli i Budownictwa Rolniczego
Akademia Rolnicza w Poznaniu

TRZY MODELE FILTRACJI USTALONEJ PRZEZ ZAPORĘ ZIEMNĄ

Streszczenie. Przedstawiono i porównano trzy modele filtracji przez zaporę ziemną (przepływ tylko w strefie pełnego nasycenia, ze strefą ograniczonego wzniosu kapilarnego oraz z uwzględnieniem strefy niepełnego nasycenia). W każdym przypadku rozwiązań poszukiwano metodą elementów skończonych.

Резюме. Представлены и сравнены друг с другом три модели фильтрации через земляную плотину (течение только в зоне сатурации, с зоной ограниченного капилярного подема и с четом зоны неполного насыщения водой). Все решения получены методом конечных элементов.

Summary. Three different numerical models of the problem of steady seepage through earth dam are discussed ; classical saturated model with free surface, flow with confined capillary zone and saturated-unsaturated model. Finite Element Method is consequently applied for each case.

1. WSTĘP

W klasycznych rozwiązaniach filtracji przez zapory [1] pomija się przepływy w strefie kapilarnej, a także nienasyconej. Strefy te wpływją jednak istotnie na położenie krzywej depresji, gradienty hydrauliczne i prędkości. Obserwuje się zjawisko nazywane efektem kapilarno-lewarowym decydujące o wielkości całkowitego przepływu przez zaporę.

Celem pracy jest porównanie trzech modeli zjawiska. W pierwszym (klasycznym) wyznacza się położenie powierzchni swobodnej i uwzględnia tylko przepływ w strefie nasyconej. W drugim zakłada się istnienie strefy ograniczonego wzniosu kapilarnego [2] (powyżej krzywej depresji) o przewodności identycznej z występującą w strefie nasyconej. W trzecim, najbardziej

zbliżonym do sytuacji rzeczywistej, uwzględnia się zmienność przewodności hydraulicznej w strefie niepełnego nasycenia.

Analizę przeprowadzono dla trapezowej grobli (rys. 1a) spoczywającej na podłożu nieprzepuszczalnym. Grobla wykonana jest z piasku gliniastego, dla którego znane są [3] związki pomiędzy wilgotnością θ a przewodnością hydrauliczną $K(\theta)$ oraz pomiędzy wysokością ssania ψ a wilgotnością gruntu $\theta(\psi)$ (krzywa retencyjna). Współczynnik filtracji w strefie nasyconej jest równy $k = 0{,}017$ m/min. Założono jednorodność i izotropię właściwości filtracyjnych. We wszystkich modelach (płaskie w płaszczyźnie pionowej) rozwiązania poszukuje się numerycznie, metodą elementów skończonych. Stosowano konsekwentnie najprostszy element trójkątny.

2. OPIS MODELI

2.1. Filtracja z powierzchnią swobodną (model I)

Klasyczny problem [1,7] sprowadza się do znalezienia powierzchni swobodnej, ograniczającej obszar filtracji od góry, oraz funkcji $h(x,z)$ opisującej rozkład wysokości piezometrycznej ($h = \psi + z$), która spełnia równanie Laplace'a (jednorodność, izotropia i ważność prawa Darcy'ego)

$$\mathrm{div\ grad}\ h = 0 \tag{1}$$

Wzdłuż górnej i dolnej wody oraz powierzchni wysączania zadaje się wysokości piezometryczne (odpowiednio równe $h=H_G$, $h=H_D$ i $h=z$). Na granicach nieprzepuszczalnych przyjmuje się $q=\partial h/\partial n=0$. Wzdłuż powierzchni swobodnej (skrajna linia prądu) muszą być spełnione dwa warunki

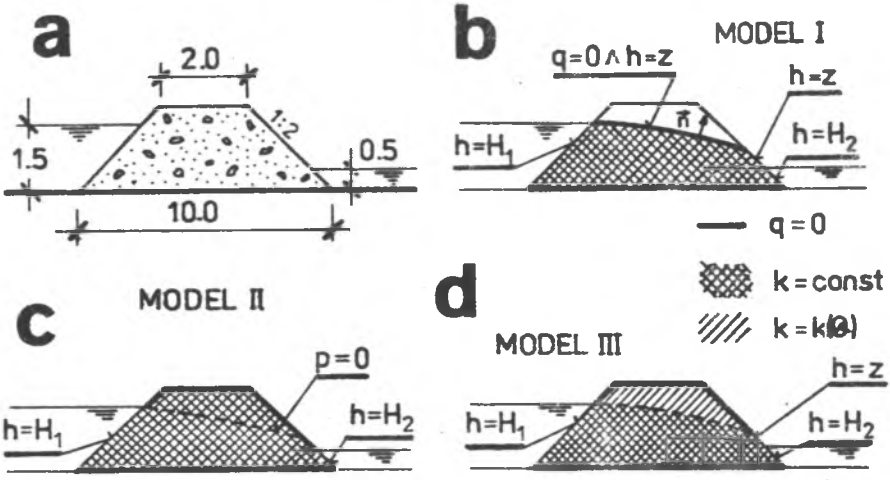
$$h = z \quad \text{oraz} \quad q = \partial h/\partial n = 0 \tag{2}$$

Z uwagi na nieznane położenie brzegu problem jest w istocie nieliniowy, pomimo liniowości równania (1). Dwa warunki brzegowe (2) umożliwiają iteracyjne poszukiwanie powierzchni swobodnej i rozkładu $h(x,z)$.

2.2. Ograniczona streefa kapilarna (model II)

Jeżeli w całym obszarze filtracji wysokość ssania $(-\psi)$ jest mniejsza niż wartość odpowiadająca tzw. punktowi wejścia powietrza, wówczas nie popełniając większego błędu można przyjąć [2,5], że zarówno poniżej, jak i powyżej krzywej depresji przewodność hydrauliczna jest stała i równa współczynnikowi filtracji, a równaniem problemu jest ponownie równanie (1).

Przy takim ujęciu należy uwzględnić obszar wzniosu kapilarnego leżący powyżej krzywej depresji, która nie ogranicza tu przepływu (rys.1c) a jest krzywą zerowych ciśnień (p=0 => h=z). Powierzchnię terenu (a także strefę wysączania, której długość nie jest znana) traktuje się zwykle jako nieprzepuszczalną. Po rozwiązaniu niezbędne jest sprawdzenie poprawności założenia o ograniczonym wzniosie kapilarnym (na powierzchni terenu [2]).



Rys. 1. Obszary filtracji i warunki brzegowe dla analizowznych modeli
Fig. 1. Flow regions and boundary conditions for disscused models

2.3. Przepływ z uwzględnieniem strefy nienasyconej

W trzecim modelu przyjęto, że w strefie kapilarnej i nienasyconej przepuszczalność ośrodka K jest funkcją uwilgotnienia θ, które zależy od ciśnienia ψ, a tym samym także od wysokości piezometrycznej h. Problem sprowadza się zatem do rozwiązania nieliniowego równania różniczkowego

$$\mathrm{div}\ [\ K(\psi)\ \mathrm{grad}\ h] = 0 \tag{3}$$

w którym zależność K(ψ) jest znaną funkcją, najczęściej definiowaną poprzez związki θ(ψ) oraz K(θ). W analizowanym problemie funkcje te zadane są w postaci wykresów [3].

Obszar filtracji obejmuje znów całą zaporę (rys.1d). Warunki brzegowe przyjmuje się tak jak w modelu poprzednim, z wyjątkiem odcinka skarpy znajdującego się pomiędzy wodą dolną a krzywą depresji, gdzie należy uwzględnić wypływ na skarpę (strefa wysączania, h = z).

3. KOMPUTEROWA REALIZACJA MODELI

Najprostszym w komputerowej implementacji okazuje się model II z uwagi na liniowe równanie różniczkowe i znany obszar filtracji. Można wprost zastosować [5,7] istniejące programy rozwiązywania równania Laplace'a.

Dla analizowanej zapory obliczenia wykonano programem FILMES [7], przyjmując automatycznie wygenerowaną, gęstą siatkę podziału na elementy (147 węzłów oraz 231 elementów). W miejscach kontaktu z wodą górną i dolną zadano wysokości piezometryczne, a pozostałe części brzegu potraktowano jako całkowicie nieprzepuszczalne ($q = \partial h/\partial n = 0$).

Najtrudniejszym w realizacji okazuje się model z powierzchnią swobodną, nieliniowy z uwagi na nieznane położenie tejże powierzchni. Programy mają charakter heurystyczny i wykorzystują różne techniki adaptacji siatki. Obserwuje się często rozbieganie procesu iteracyjnego [7], czasami zbieżność do złego rozwiązania [4], a istniejące programy pozwalają na analizę zapór tylko określonego typu [7].

Obliczenia wykonano wyspecjalizowanym programem FILZAP [7]. Krzywa depresji poszukiwana jest iteracyjnie zgodnie z algorytmem Taylora-Browna. Wygenerowana siatka zawierała 231 węzłów i 400 elementów.

Model III, prowadzący do nieliniowego równania różniczkowego (strefa nienasycona), ale za to w znanym obszarze, zajmuje z tego punktu widzenia miejsce pośrednie. Obliczenia są na ogół stabilne, a liczba iteracji niezbyt duża. Ponieważ jest to bogatszy model zjawiska, stąd uzyskiwane rezultaty są bliższe rzeczywistości. Model wymaga jednak rozeznania funkcji $\theta(\psi)$ i $K(\theta)$. W pewnych sytuacjach możliwe jest przyjęcie hipotetycznych (fikcyjnych) zależności. Przyjęcie (w skrajnym przypadku) $K=k=const$ prowadzi, oczywiście, do modelu z ograniczoną strefą kapilarną.

Rozwiązanie nieliniowego problemu filtracji przez analizowaną groblę z uwzględnieniem strefy nienasyconej znaleziono programem FINEMA [6]. Rozwiązanie poszukiwane jest metodą iteracji bezpośrednich [4] z jednoczesnym wyznaczaniem strefy wysączania. Krzywe $K(\theta)$ i $\theta(\psi)$ wprowadzane są w postaci dyskretnej (maksimum 20 punktów). Zastosowano tę samą siatkę podziału na elementy, co w modelu poprzednim.

4. REZULTATY OBLICZEŃ I ICH DYSKUSJA

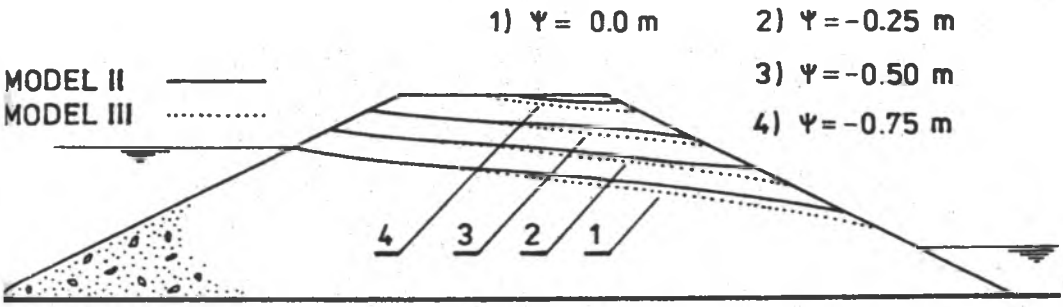
Dla modelu II uzyskano wydatek równy $Q = 0.189$ m^3/godz. Wyznaczono położenie krzywej depresji i rozkład ciśnień (ssania) w obszarze (rys.2).

Linia dla $\psi = 0$ odpowiada krzywej depresji i ogranicza obszar pełnego nasycenia (o uwilgotnieniu $\theta = 0.33$, tj. 33% objętościowo). Pozostałe linie są również warstwicami stałego uwilgotnienia, wynoszącego odpowiednio [3] 31%, 28% oraz 22% wody w jednostce objętości gruntu.

Dla modelu z uwzględnieniem strefy nienasyconej wyprowadzono identyczne wielkości. Wydatek wynosił 0,190 m^3/godz i był praktycznie taki sam jak poprzednio. Różnice w rozkładzie linii jednakowego ssania (a zatem i uwilgotnienia) (rys.2), jakkolwiek widoczne, nie są jednak zbyt istotne.

Zadowalające rozwiązanie dla modelu z powierzchnią swobodną uzyskano dopiero po 30. iteracjach. Wydatek równy 0,156 m^3/godz był znacznie niższy (ok.18%) od rozwiązań poprzednich. Krzywa depresji (skrajna linia prądu) była nieco bliższa rozwiązaniu z pełnym uwzględnieniem strefy nienasyconej.

W sumie obliczenia z uwzględnieniem ograniczonej strefy kapilarnej pozwoliły uzyskać tanim kosztem (bez prowadzenia iteracji) wartościowe rozwiązanie, którego wyniki (wydatek, rozkład ciśnień i uwilgotnienia) są bliskie wynikom uzyskiwanym z pełnym uwzględnieniem strefy nienasyconej.



Rys. 2. Izolinie wysokości ciśnienia

Fig. 2. Isolines of pressure head

Model z ograniczoną strefą kapilarną można traktować jako pierwsze przybliżenie dla modelu uwzględniającego strefę nienasyconą. Założenie o całkowitym wypełnieniu wodą strefy powyżej powierzchni zerowych ciśnień jest potrzebne jedynie do przyjęcia efektywnej przewodności hydraulicznej równej współczynnikowi filtracji [2]. Jedynie wówczas, gdy wielkość strefy nienasyconej będzie duża, założenie takie może być zbyt grube. Model z ograniczoną strefą kapilarną pozwala na uzyskanie przybliżonego rozkładu wysokości piezometrycznych (i ciśnień) w całej zaporze Można zatem wyznaczyć położenie powierzchni zerowych ciśnień, a na podstawie związku

$\theta(\psi)$ dla strefy nienasyconej także rozkład uwilgotnienia powyżej tej powierzchni. Dla wielu praktycznych problemów tak otrzymane rozwiązanie będzie wystarczająco dokładne.

5. WNIOSKI

Osiągnięty rozwój metod numerycznych i powszechna dostępność profesjonalnego sprzętu komputerowego pozwalają dzisiaj na analizę stacjonarnych modeli filtracji przez zaporę o praktycznie dowolnym stopniu komplikacji. Wybór modelu zależeć powinien wyłącznie od przeznaczenia obliczeń i stopnia znajomości obiektu. Preferować jednak należy model uwzględniający przepływ z uwzględnieniem strefy nienasyconej. Otrzymujemy rezultaty bliskie sytuacji rzeczywistej, a komputerowa realizacja obliczeń, pomimo nieliniowości równania (3), jest łatwiejsza niż w klasycznych zadaniach z powierzchnią swobodną. Przyjmując jako przybliżenie startowe przewodność hydrauliczną równą współczynnikowi filtracji (co odpowiada pełnemu nasyceniu ośrodka) rozwiązanie otrzymane po pierwszej iteracji jest takie, jak dla modelu z ograniczoną strefą kapilarną.

Model ze strefą kapilarną pozwala niekiedy uzyskać tanim kosztem (bez prowadzenia iteracji) wartościowe rozwiązanie, w którym wydatek, rozkłady ciśnień i uwilgotnienia są bliskie uzyskiwanym przy pełnym uwzględnieniu strefy nienasyconej. Nie można go jednak wykorzystywać we wszystkich przypadkach. Obszarowi zastosowań tego modelu i jego ograniczeń poświęcona będzie odrębna praca.

LITERATURA

[1] Polubarinowa-Koczina P.Ja.: Teorija dwiżenija gruntowych wod. Nauka, Moskwa 1977.

[2] Rembeza L.: Obliczanie drenaży z uwzględnieniem filtracji w strefie ograniczonego wzniosu kapilarnego. Rocz. AR Poznań, Rozpr.Nauk. z.154, 1986.

[3] Reisenauer A.E.: Methods for solving problems of multidimensional, partially saturated steady flow in soils. J.Geoph.Research, 68 (1963), 5725-5733.

[4] Wosiewicz B.: Analiza zagadnień filtracji ustalonej z nieliniowymi równaniami konstytutywnymi. Rocz. AR Poznań, Rozpr.Nauk. z.162, 1986.

[5] Wosiewicz B.,Sroka Z.: Numeryczne modelowanie filtracji z ograniczoną strefą wzniesienia kapilarnego. Mat. XXVIII Sympozjonu "Modelowanie w mechanice", Gliwice - Wisła, 1989, s.397-402.

[6] Wosiewicz B., Sroka Z.: Program analizy dwuwymiarowej filtracji ustalonej (w płaszczyźnie pionowej) z uwzględnieniem strefy nienasyconej. KMBiBR Poznań 1990 (maszynopis).

[7] Wosiewicz B., Sroka Z.: Komputerowe obliczenia filtracji. WNT, Warszawa 1982.

THREE MODELS OF SEEPAGE THROUGH EARTH DAM

Three different numerical models of the problem of steady seepage through earth dam are discussed ; classical saturated model with free surface, flow with confined capillary zone and saturated-unsaturated model. Finite Element Method is consequently applied for each case. Because of the linearity of model with confined capillary zone, it is the simplest for analysis and it is enough accurate for special class of problems. Other models are nonlinear but algorithm for locate of the free surface position is more sophisticated in practice. In addition saturated-unsaturated model is more adequate to the real flow in porous medium. Because of these reason the model should be preferred.