Seria: MECHANIKA z. 107

Nr kol. 1154

Grzegorz Zboiński, Wiesław Ostachowicz Instytut Maszyn Przepływowych w Gdańsku Polska Akademia Nauk

WPŁYW MODELOWANIA WIĘZÓW BRZEGOWYCH NA ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ W ZAMOCOWANIU ŁOPATKI TURBINOWEJ

Streszczenie. Omówiono ścisły sposób modelowania geometrycznych i przemieszczeniowych więzów kołowo-symetrycznych dla wycinka tarczy wirnikowej odpowiadającego pojedyńczemu zamocowaniu łopatki turbinowej. Przedstawiono najczęściej stosowane uproszczenia więzów geometrycznych i przemieszczeniowych warunków brzegowych. Zaprezentowano podstawy algorytmu obliczeń metodą elementów skończonych. Wykonano i porównano obliczenia rzeczywistego zamocowaria dla ścisłego i trzech uproszczonych modeli więzów.

Резюма. Обсуждено точный способ моделирования геометрических и перемещенных кругово-симметрических связей для сектора турбинного диска, соответствующего одиночному замку. Представлены найболее часто применяемые упрощения геометрических связей и краевых условий для перемешения. Описаны основы вычислительного алгоритма метода конечных злементов. Произведено и сравнено вычисления действительного замка лопатки турбины для точного и трех упрощеных коделей связей.

Summary. The exact method for modelling geometrical and displacement cyclo-symmetric constraints of the turbine disk sector of the single turbine blade fastening has been presented in the paper. The most frequently applied simplifications of the geometrical constraints and displacement boundary conditions have been elucidated. The basis of the finite element algorithm have been described, too. Calculations of a real fastening for the exact and three simplified models of the constraints have been carried out.

1. WSTEP

W przypadku numerycznej analizy metodą elementów skończonych stanu naprężeń w zamocowaniach łopatek maszyn wirnikowych dokonywane są na ogół uproszczenia w modelowaniu więzów brzegowych (chodzi tutaj o więzy geometryczne i przemieszczeniowe). Uproszczenia te stosowane są zarówno w

przypadku płaskich, np. [1] jak i przestrzennych modeli obliczeniowych. np. [2, 3]. Polegają one na zastępowaniu rzeczywistych więzów narzuconych na brzeg wycinka tarczy wirnikowej i umożliwiających uwzględnienie oddziaływania odciętej części tej tarczy na analizowane zamocowanie pojedyńczej łopatki poprzez więzy zaniedbujące kolowo-symetryczny charakter geometrii i/lub przemieszczeniowych warunków brzegowych. Nagminne stosowanie tego typu modelowania więzów wynika z faktu. iż w wiekszości przypadków do numerycznej analizy zamocowań stosuje sie komercy, ine programy MES, które na ogół nie posiada ja możliwości modelowania więzów kołowo-symetrycznych. Wiezy takie wymagaja bowiem wprowadzenia dowolnych kierunków uogólnionych (normalnego, stycznego i binormalnego) w ogólnym przypadku różnych od ustalonych kierunków globalnych stosowanych w przypadku standardowych programów MES. Inna przyczyną (w przypadku gdy program umożliwia modelowanie takich więzów) jest tutaj także silna pokusa zmniejszenia rozmiarów zadania badź to poprzez około dwukrotne zredukowanie szerokości pasma globalnej macierzy sztywności zamocowania (możliwą w przypadku zastąpienia przemieszczeniowych więzów kołowo-symetrycznych warunkami sztywnego podparcia tarczy). badź poprzez dodatkową redukcję stopni swobody zadania możliwą w przypadku założenia pełnej symetrii zamocowania wzdłuź jego osi pionowej. W tym ostatnim przypadku mamy do czynienia nie tylko z uproszczonym modelowaniem więzów brzegowych, ale również i obciążenia zamocowania.

W każdym z przedstawionych tutaj uproszczonych sposobów modelowania więzów brzegowych powstaje kwestia dopuszczalności i ewentualnych skutków takiego postępowania. Odpowiedź na tak postawione pytanie jest celem niniejszej pracy. Wykorzystamy przy tym oparty na własnym algorytmie [4] program ZAMO [5] do przestrzennej analizy zamocowań, który umożliwia modelowanie tak więzów kołowo-symetrycznych jak i więzów oraz obciążeń o uproszczonym charakterze.

2. PODSTAWY ALGORYTMU OBLICZEŃ

Przedstawimy dokładny i przybliżony sposób modelowania więzów brzegowych zamocowania łopatki turbinowej. W przypadku sposobu dokładnego mamy do czynienia z kołowo-symetrycznymi więzami geometrycznymi i przemieszczeniowymi. W przypadku przybliżonego sposobu modelowania więzów uproszczenie polegać może na uproszczonym modelowaniu geometrii wycinka tarczy i/lub uproszczonym modelowaniu przemieszczeniowych warunków brzegowych. Ograniczymy się przy tym tutaj do najczęściej stosowanych uproszczeń.

2.1. Więzy kołowo-symetryczne

Więzy geometryczne określone są równaniami płaszczyzn stycznych w dowolnym punkcie lewej L lub prawej P strony wycinka tarczy przypadającego na jedno zamocowanie łopatki maszyny wirnikowej. Równania te można zapisać w sposób następujący

$$x_{Lp} = const, \quad x_{pp} = const,$$
 (1)

gdzie n oznacza kierunek normalny do płaszczyzny stycznej.

Więzy narzucone na przemieszczenia to przemieszczeniowe warunki brzegowe dotyczące topologicznie symetrycznych punktów lewej i prawej strony wycinka tarczy wirnikowej odpowiadającego zamocowaniu pojedyńczej łopatki. Warunki te można zapisać następująco

gdzie t, n, b oznaczają odpowiednio kierunki styczny, normalny i binormalny do lewej lub prawej powierzchni wycinka tarczy.

2.2. Więzy uproszczone

Najczęściej stosowanym uproszczeniem wiezów geometrycznych jest zaniedbanie krzywizny tarczy wirnikowej i przyjęcie do rozważań listwy z naciętymi rowkami zamiast tarczy kołowej. Lewa i prawa płaszczyzna styczna do wycinka tarczy wirnikowej stają się wówczas równoległe lub przecinają się wzdłuż prostej równoległej do pionowej osi zamocowania. Natomiast kierunki styczny, normalny i binormalny pokrywają się z przyjmowanymi w sposób standardowy kierunkami globalnymi oznaczanymi 1, 2 i 3. Równania płaszczyzn stycznych przybierają zatem postać

$$x_{12} = const, x_{22} = const.$$
 (3)

Z kolei najpowszechniej przyjmowanym uproszczeniem odnośnie do więzów przemieszczeniowych jest założenie o sztywnym podparciu lewego i prawego brzegu wycinka tarczy wirnikowej, co odpowiada narzuceniu zerowych wartości przemieszczeń tych brzegów

Warunek ten jest najczęściej kojarzony z uproszczeniem więzów geometrycznych opisanym zależnościami (3). W takim przypadku można zapisać

$$q_{1} = q_{p_1} = 0,$$
 (5)

gdzie oczywiście i= 1,2,3 to kierunki globalne. W przypadku innych jeszcze postaci uproszczonych więzów przemieszczeniowych warunki (4) lub (5) dotyczyć mogą tylko części spośród trzech możliwych kierunków uogólnionych lub globalnych. Występuje to w przypadku założenia pełnej symetrii zamocowania (więzów i obciążenia), co umożliwia analizę symetrycznej jego połowy. Takie symetryczne modele obliczeniowe niosą ze sobą dodatkowe zniekształcenie wyników analizy stanu naprężenia wynikające z symetrii modelu obciążenia zamocowania przyjmowanej wbrew niesymetrycznemu kształtowi łopatek obciążających zamocowanie. Brak symetrii łopatek dotyczy praktycznie wszystkich typów maszyn wirnikowych.

3. PRZYKŁAD OBLICZEŃ PORÓWNAWCZYCH RZECZYWISTEGO ZAMOCOWANIA

Rozważymy przestrzenny model dyskretny MES niesymetrycznego łukowego zamocowania jodełkowego o 4 zębach z części średnioprężnej turbiny o mocy 200 MW. Model posiada ok. 12 tys. stopni swobody, co wynika z zastosowania ok. 1500 izoparametrycznych przestrzennych elementów 8-wezłowych. Model wiruje z prędkością 3000 obr/min. Niesymetryczne obciążenie modelu pochodzi od lopatki, na którą działają zmienne ciśnienia normalne od tzw. Rozpatrzymy sil parowych. warianty 4 modelu. Wariant 1 7 kołowo-symetrycznymi więzami geometrycznymi **i** przemieszczeniowymi traktować można jako ścisły wariant odniesienia. Wariant 2 różni się od 1 zastapieniem kolowo-symetrycznych więzów geometrycznych wiezami uproszczonymi opisanymi w punkcie 2.2. Wariant 3 odróżnia od 1 zastąpienie przemieszczeniowych więzów kołowo-symetrycznych więzami uproszczonymi z punktu 2.2. Wariant 4 zaś łączy w sobie uproszczenia, które zawierają

Tablica 1

Maksymalne wytężenie materiąłu na kolejnych zębach [10[°]N/m[°]] Wariant Zeby stopki: Zeby rowka: 1 3 Δ 1 2 2 7 0, 1892 0, 1577 0, 1716 0, 1797 0, 1151 0, 1167 0, 1298 0, 2201 1 2 0, 1942 0, 1589 0, 1701 0, 1761 0, 1182 0, 1209 0, 1270 0, 2010 3 0, 1896 0, 1583 0, 1724 0, 1799 0, 1148 0, 1163 0, 1291 0, 2183 4 0, 1948 0, 1592 0, 1705 0, 1765 0, 1180 0, 1201 0, 1265 0, 1997

Wytężenie materiału zębów dla czterech wariantów obliczeniowych

warianty 2 i 3. Obliczenia przeprowadzono na maszynie VAX 11/780 programem ZAMO. Wyniki obliczeń przedstawiono w dwóch tablicach. Tablica 1 zawiera wartości wytężenia materiału w środkach elementów maksymalnie obciążonych (u podstawy kolejnych zębów stopki i rowka). Natomiast tablica 2 zawiera błąd względny obliczony jako różnica wartości wytężenia materiału dla wariantów przybliżonych i wariantu ścisłego odniesiona do wartości dla tego ostatniego.

Tablica 2

Błąd względny wytężenia materiału zębów dla trzech wariantów

Wariant	Bła	ad wzgle	ędny wy	tężenia	na kol	ejnych	zębach	(%)
i odnie	Zęby stopki:				Zęby rowka:			
-sienie	1	2	3	4	1	2	3	4
2 do 1	2,64	0,76	-0,87	-2,00	2,69	3, 59	-2,16	-8,68
3 do 1	0,27	0,38	0,47	0,11	-0,26	-0,34	-0,54	-0,82
4 do 1	2,96	0,95	-0,64	-1,78	2,52	2,91	-2,54	-9,27

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Uzyskane rezultaty wskazują, że uproszczone modelowanie więzów brzegowych opisujących brzegi wycinka tarczy wirnikowej przypadającego na pojedyńcze zamocowanie może prowadzić do błędu rzędu 10%. Błąd ten nie jest zatem trywialny a jego akceptacja wydaje się możliwa wyłącznie w przypadku bardzo zgrubnych obliczeń technicznych. Istotniejszy wpływ na powstawanie tego błędu posiada uproszczenie więzów geometrycznych. Rozważane uproszczenia więzów przemieszczeniowych posiadają wpływ mniej istotny. Ostatnia uwaga dotyczy jednak wyłącznie naprężeń w zębach zamocowania. W innych obszarach błąd ten jest znacznie wiekszy, ale dotyczy niższych niż w zębach wartości naprężeń.

LITERATURA

- [2] Ikeda T., Hisa S., Matsuura T.: The development of titanium 40-in. last-stage blade for 3600 rpm large steam turbine. W: Latest advances in steam turbine design, blading, repairs, condition assessment, and condenser interaction; PWR-7. ASME, New York 1989.
- [3] Teper B., Moore C.T.: The redesign of a fir tree blade root for the penultimate stage of a 500 MW turbine.W: Latest advances in steam turbine design, blading, repairs, condition assessment, and condenser interaction; PWR-7. ASME, New York 1989.
- [4] Ostachowicz W., Zboiński G., Szwedowicz J.: Metoda i algorytm wyznaczania naprężeń kinetostatycznych w zamocowaniach łopatek wirnikowych turbin konstrukcji ZM ZAMECH w Elblagu w zakresie sprężystym. Politechnika Gdańska, Gdańsk 1987.
- [5] Zboiński G., Ostachowicz W.: Program komputerowy obliczania odkształceń i naprężeń kinetostatycznych w zamocowaniach łopatek wirnikowych turbin parowych konstrukcji ZM ZAMECH w Elblągu w zakresie sprężystym. Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk 1989.

INFLUENCE OF BOUNDARY CONSTRAINT MODELLING ON STRESS DISTRIBUTION

In case of FE numerical analysis of stresses in the turbomachinery blade fastenings various simplifications of the either geometrical or displacement constraint models are applied very often. Those simplifying assumptions are used either for 2D or 3D calculations [1, 2, 3]. They lie in replacement of the exact constraints imposed on the edges of the disk sector and taking the influence of the cut off part of the disk into

450

account by the constraints neglecting cyclo-symmetry of the geometry or displacement boundary conditions. The common use of such a simplified modelling results in application to the stress calculations of the commercial computer programs, most of which do not include the cyclo-symmetric constraint option. Another reason for such a simplified modelling is a temptation to reduce the size of the problem either by decreasing the bandwith of the global stiffness matrix of the problem or the number of DOFs, which are both possible when the simplified constraints are applied. The main objective of the paper is the proof that such a modelling leads to non-trivial errors of the stress analysis. This is done with the computer code based on the own algorithm [4, 5].

Four cases of the constraint models for the real blade fastening of a steam turbine have been analysed. The first model of the cyclo-symmetric constraints described with relations (1) and (2) is the exact one, while the next three models are based on simplifying assumptions (3), (4) and both of them, respectively. The effective stress results for all the cases are presented in table 1 and the differences between the exact and simplified calculations in table 2.