

Stanisław KUCYPERA

Jan NADZIAKIEWICZ

Instytut Techniki Ciepłej Politechniki Śląskiej

POMIARY WSPÓŁCZYNNIKA PRZEWODZENIA CIEPŁA I CIEPŁA WŁAŚCIWEGO METODĄ STANU UPORZĄDKOWANEGO

Streszczenie. W pracy podano klasyfikację i krótką charakterystykę wybranych metod pomiarowych współczynnika przewodzenia ciepła. Przedstawiono dokładniej matematyczne podstawy teorii stanu uporządkowanego oraz opisano komputerowe stanowisko pomiarowe do badania współczynnika przewodzenia ciepła ciał stałych tą metodą. Przedstawiono niektóre wyniki pomiarów.

MEASUREMENTS OF THERMAL CONDUCTIVITY AND SPECIFIC HEAT USING THEORY OF THE THERMAL REGULAR REGIME

Summary. In this paper the classification and the short characteristic of measuring methods of the thermal conductivity has been given. The mathematical basis of the theory of the thermal regular regime has been presented more precisely and the computerized measuring stand for research of thermal conductivity by this method has been described. Some chosen results of measurements have been presented.

ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРНОГО ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА

Резюме. В работе указана классификация и короткая характеристика избранных измерительных методов коэффициента теплопроводности. Представлены точнее математические основы теории регулярного теплового режима а также списан компьютерный стенд для испытания коэффициента теплопроводности с использованем этого метода. Представлены некоторые результаты измерений.

1. WSTĘP

Współczynnik przewodzenia ciepła λ jest współczynnikiem proporcjonalności między gradientem temperatury i strumieniem ciepła w równaniu Fouriera, które dla ośrodków izotropowych ma następującą postać:

$$\dot{q} = -\lambda \nabla T \quad (1)$$

Współczynnik przewodzenia ciepła λ ma wymiar W/mK. Jego znajomość jest konieczna do matematycznego modelowania wszelkiego rodzaju procesów wymiany ciepła, obliczania strat ciepła oraz projektowania izolacji cieplnych.

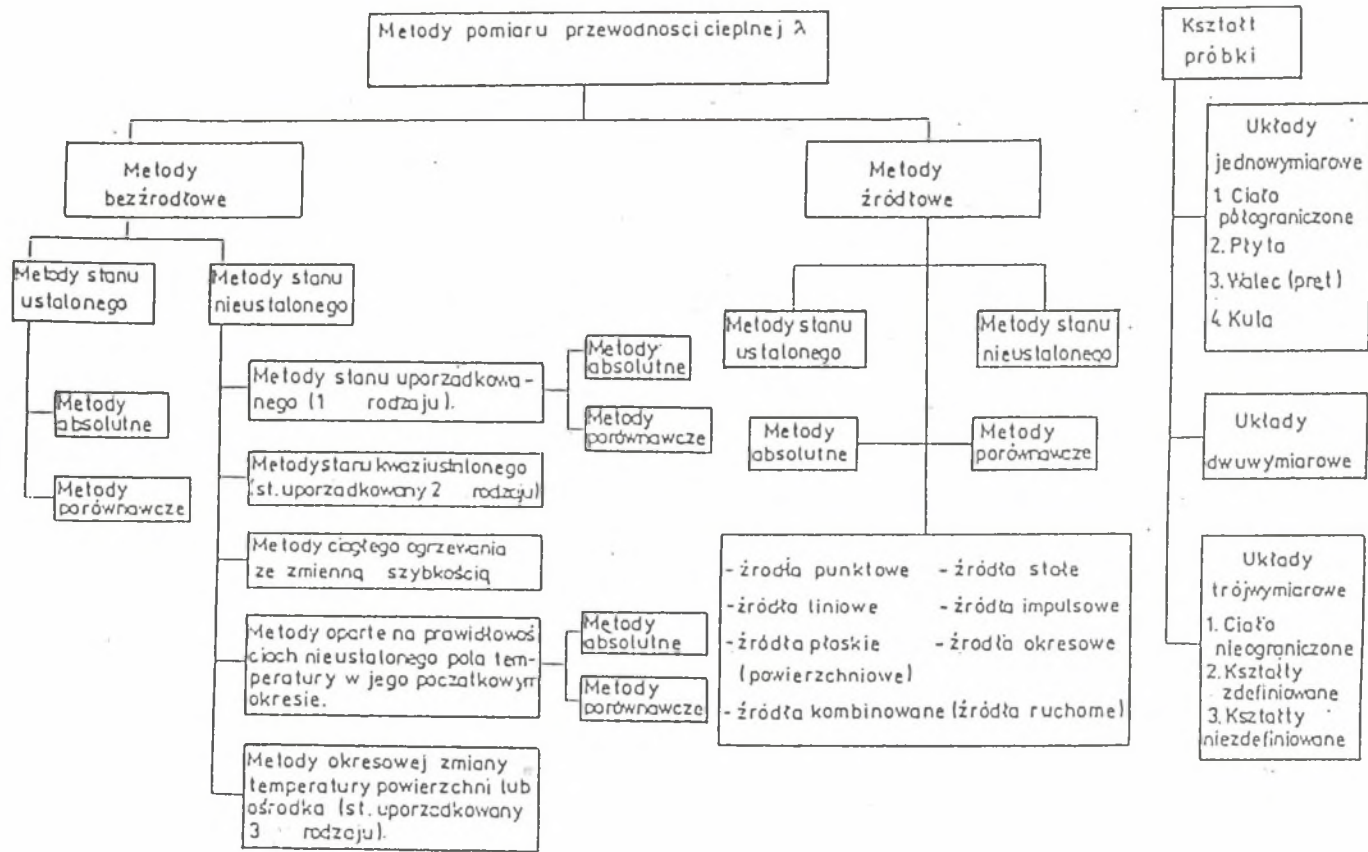
Wartość współczynnika przewodzenia ciepła nie może być na ogół wyznaczana metodami teoretycznymi, więc musi być ona wyznaczana drogą pomiarów. Współczynnik przewodzenia ciepła zależy od wielu parametrów takich jak rodzaj ciała, jego wilgotność, porowatość, wewnętrzna struktura krystaliczna, skład (dla roztworów lub mieszanin) oraz parametry np. ciśnienie, temperatura a także kierunek przepływu ciepła itp. Dlatego tylko badania eksperymentalne mogą dać najbardziej wiarygodne wartości tego współczynnika.

2. PRZEGLĄD STOSOWANYCH METOD POMIAROWYCH

Pomiar współczynnika przewodzenia ciepła polega na rozwiązaniu odwrotnego zagadnienia brzegowego przewodzenia ciepła w badanej próbce i wyliczeniu wartości λ na podstawie zmierzonych wartości temperatur, strumienia ciepła i wymiarów geometrycznych próbki.

Klasyfikacji metod pomiarowych współczynnika przewodzenia ciepła można dokonać na wiele różnych sposobów w zależności od przyjętych kryteriów podziału. Na rysunku 1 pokazano przykładową ich klasyfikację wg poz. [5]. Ogólnie metody pomiarowe można podzielić na stacjonarne i niestacjonarne zależnie od warunków przepływu ciepła w badanej próbce. Obiema metodami można wyznaczać współczynnik przewodzenia ciepła w określonej temperaturze, a także badać jego zależność w funkcji temperatury. W literaturze dostępnych jest wiele informacji dotyczących metod pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła np. pozycje [1, 2, 3, 4].

Wybór metody pomiaru zależy od rodzaju badanego materiału i jest także uwarunkowany posiadanym oprzyrządowaniem (metody niestacjonarne wymagają bogatszego oprzyrządowania), wielkością posiadanych próbek oraz wymaganą dokładnością pomiaru.



Rys. 1. Podział metod pomiarowych

Fig. 1. Classification of measuring methods

2.1. Stacjonarne metody pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła

Metody stacjonarne polegają na wytworzeniu w próbce ustalonego, najczęściej jednowymiarowego pola temperatury tzn. spełnienie warunku $\partial T / \partial \tau = 0$. Prowadzi to (przy założeniu że współczynnik przewodzenia ciepła nie zależy od temperatury) do następującej zależności określającej jego wartość:

$$\lambda = \frac{\dot{Q}}{A} \frac{\delta}{T_2 - T_1}, \quad (2)$$

gdzie:

\dot{Q} , W – strumień ciepła przepływający przez próbkę,
 T_1, T_2 , K – wartości temperatur w dwóch punktach próbki odległych o δ ,
 A , m² – pole przekroju próbki.

Metody te charakteryzują się stosunkowo dużą dokładnością, jednak ich podstawową wadą jest bardzo długi czas pomiaru (nawet do kilkunastu godzin) oraz trudności w utrzymaniu założonych, ustalonych warunków brzegowych na poszczególnych powierzchniach próbki. Kształt próbki i sposób jej izolacji wiąże się ściśle z wartościami mierzonego współczynnika przewodzenia ciepła.

Do pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła złych przewodników najczęściej stosuje się metody płytowe, gdzie stosowane są grzejniki płaskie. Natomiast przewodność cieplna materiałów izolacyjnych sypkich lub kształtek może być wyznaczana w aparatach rurowych lub kulowych, gdzie wykorzystuje się promieniowy przepływ ciepła od grzejnika umieszczonego w osi próbki badanej lub środkiem kuli do zewnętrznej powierzchni aparatu.

Do pomiaru przewodności cieplnej dobrych przewodników najczęściej wykorzystywana jest metoda osiowego przepływu ciepła w stanie ustalonym przez próbkę wykonaną w kształcie pręta walcowego. Ze względu na wysoką wartość współczynnika przewodzenia ciepła straty ciepła odgrywają tutaj znacznie mniejszą rolę.

Do pomiaru przewodności cieplnej ciał sypkich i cieczy lepkich stosuje się często sondy cieplne.

2.2. Niestacjonarne metody pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła

Niestacjonarne metody pomiaru współczynnika przewodzenia ciepła opierają się na analizie nieustalonego pola temperatury w badanej próbce. Podstawową ich zaletą jest krótki czas pomiaru, jednak dokładność uzyskanych wyników może często budzić wiele zastrzeżeń. Metody te wymagają jednak na ogół bogatszego oprzyrządowania niż metody stacjonarne.

Nieustalone pole temperatury jest funkcją zarówno wartości współczynnika przewodzenia ciepła, jak i ciepła właściwego (pojemności cieplnej właściwej) materiału próbki. Obie te wielkości ujęte są we współczynniku wyrównywania temperatury a [m^2/s] określonym zależnością:

$$a = \frac{\lambda}{c_p \rho}, \quad (3)$$

gdzie:

ρ – gęstość materiału, kg/m^3 ,

c_p – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, kJ/kgK .

Wartość a wyznaczana jest z analizy zmian temperatury w próbce. Dla określenia wartości współczynnika przewodzenia ciepła λ wymagana jest więc znajomość lub wykonanie pomiaru ciepła właściwego c_p oraz gęstości materiału próbki ρ .

Wśród licznych niestacjonarnych metod pomiaru współczynnika wyrównywania temperatury, a tym samym współczynnika przewodzenia ciepła popularność zdobyły sobie trzy metody:

- metoda stanu uporządkowanego,
- metoda błysku,
- metoda fal cieplnych.

Główna idea metody błysku polega na naświetlaniu próbki cylindrycznej o małych wymiarach krótkotrwałym impulsem pochodzącym najczęściej z lasera jako źródła błysku [6] i wyznaczeniu współczynnika wyrównywania temperatury a na podstawie zmiany temperatury końca próbki (tylnej powierzchni). Metoda błysku jest bardzo szybką metodą określającą współczynnik wyrównywania temperatury (pomiar trwa ok. 2 min), wymaga jednak oprzyrządowania wysokiej klasy. Dokładny opis metody można znaleźć w poz. [7].

Wyznaczanie współczynnika wyrównywania temperatury metodą fal cieplnych polega na wymuszeniu w próbce periodycznego, pseudoustalonego pola temperatury. Wymiary próbki dobiera się tak, aby przewodzenie ciepła w próbce traktować jako zagadnienie jednowymiarowe. Współczynnik wyrównywania temperatury wyznacza się z analizy zmian temperatury w różnych punktach pomiarowych próbki. Dokładniejsze informacje na temat tej metody można znaleźć m. in. w poz. [8].

3. CHARAKTERYSTYKA METODY STANU UPORZĄDKOWANEGO.

3.1. Opis modelu matematycznego

Metoda stanu uporządkowanego podobnie jak inne metody niestacjonarne pozwala wyznaczyć współczynnik wyrównywania temperatury a . Pewne

modyfikacje tej metody pozwalają wyznaczyć również współczynnik przewodzenia ciepła λ i ciepło właściwe c_p .

Równanie przewodnictwa cieplnego w stanie nieustalonym dla geometrii płaskiej ma postać:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (4)$$

Warunki brzegowe dla płyty grzanej symetrycznie z obydwóch stron stałym strumieniem ciepła:

– w osi płyty:

$$x = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (5a)$$

– na powierzchni płyty:

$$x = \delta; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q \quad (5b)$$

– w chwili początkowej:

$$\tau = 0; \quad T(x, \tau) = 0 \quad (5c)$$

Rozwiązanie równania (4) ma postać szeregu nieskończonego:

$$T(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n U_n(x) e^{-m_n \tau} \quad (6)$$

gdzie: A_n są stałymi, a $U_n(x)$ są funkcjami współrzędnych geometrycznych; m_n są stałymi określającymi zmianę temperatury w czasie. Ponieważ kolejne wartości m_n rosną, z równania (6) wynika, że w miarę wzrostu czasu τ wpływ dalszych wyrazów staje się coraz mniejszy. Po upływie pewnego okresu czasu wartość temperatury w danym punkcie może być, z pewnym przybliżeniem, opisana pierwszym wyrazem szeregu:

$$T = A_1 U_1 e^{-m_1 \tau}, \quad (7)$$

a więc zależność temperatury od czasu ma charakter funkcji wykładniczej. Okres, w którym zależność temperatury od czasu ma charakter wykładniczy,

nosi nazwę stanu uporządkowanego. Dla geometrii płaskiej równanie (6) w zmiennych bezwymiarowych ma postać:

$$Y(\zeta, Fo) = Fo - \frac{1}{6}(1 - 3\zeta^2) - \frac{2}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i^2} \cos(i\pi\zeta) e^{-i^2\pi^2 Fo}, \quad (8)$$

gdzie oznaczono:

$$Y = \frac{\theta\lambda}{q\delta}, \quad (9)$$

$\theta = T - T_p$, K – nadwyżka temperatury T nad temperaturą początkową T_p ,

q , W/m² – gęstość strumienia ciepła na powierzchni ciała,

$\zeta = x/\delta$ – bezwymiarowa współrzędna,

$Fo = a\tau/\delta^2$ – liczba Fouriera.

Wykres zależności $Y = f(Fo)$ dla dwóch charakterystycznych wartości współrzędnych: $\zeta = 0$ – oś płyty, $\zeta = 1$ – grzana powierzchnia płyty, przedstawiono na rys. 2. Dla wartości $Fo > 0,5$ można pominąć szereg po prawej stronie równania (8) i zależność $Y = f(Fo)$ dla osi i powierzchni płyty przyjmuje postać:

$$\text{dla } Fo > 0,5 \text{ i } \zeta = 0 \quad Y_0 = Fo - \frac{1}{6} \quad (10a)$$

$$\text{dla } Fo > 0,5 \text{ i } \zeta = 1 \quad Y_1 = Fo + \frac{1}{3} \quad (10b)$$

Rozkład temperatury wewnątrz płyty jest określony równaniem:

$$\text{dla } Fo > 0,5 \quad Y(\zeta) = Fo - \frac{1}{6}(1 - 3\zeta^2) \quad (11)$$

Równania (10a,b i 11) pozwalają wyznaczyć wartości współczynnika przewodzenia ciepła λ oraz ciepła właściwego c_p próbki. Odejmując równanie (10b) od (10a) otrzymujemy:

$$\Delta Y = Y_0 - Y_1 = -\frac{1}{2} \quad (12)$$

i wracając do oznaczeń wielkości Y z równania (9) wartość λ wynosi:

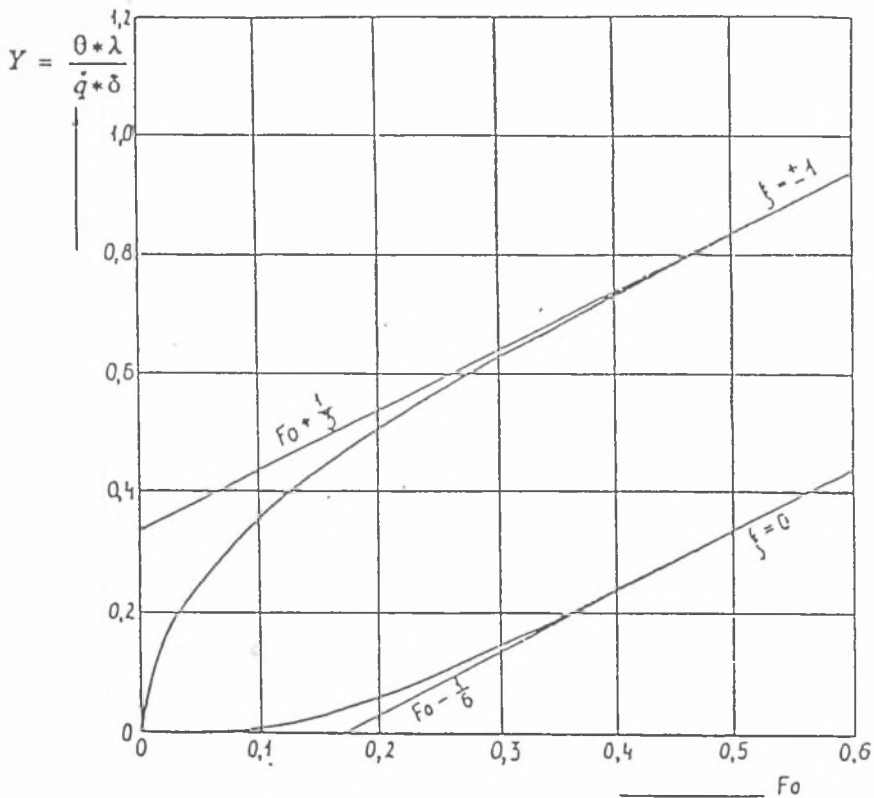
$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{\dot{q} \delta}{\theta_1 - \theta_0} \quad (13)$$

Wartość ciepła właściwego wyznacza się z wartości temperatury w pewnej chwili czasowej τ (odpowiadającej liczbie Fo) z równania (10b):

$$Fo = Y_1 - \frac{1}{3} \quad (14)$$

i podstawiając wartości Fo , Y_1 oraz a otrzymuje się:

$$c_p = \frac{3 \lambda \tau \dot{q}}{\rho \delta (3\theta_1 \lambda - \dot{q} \delta)} \quad (15)$$



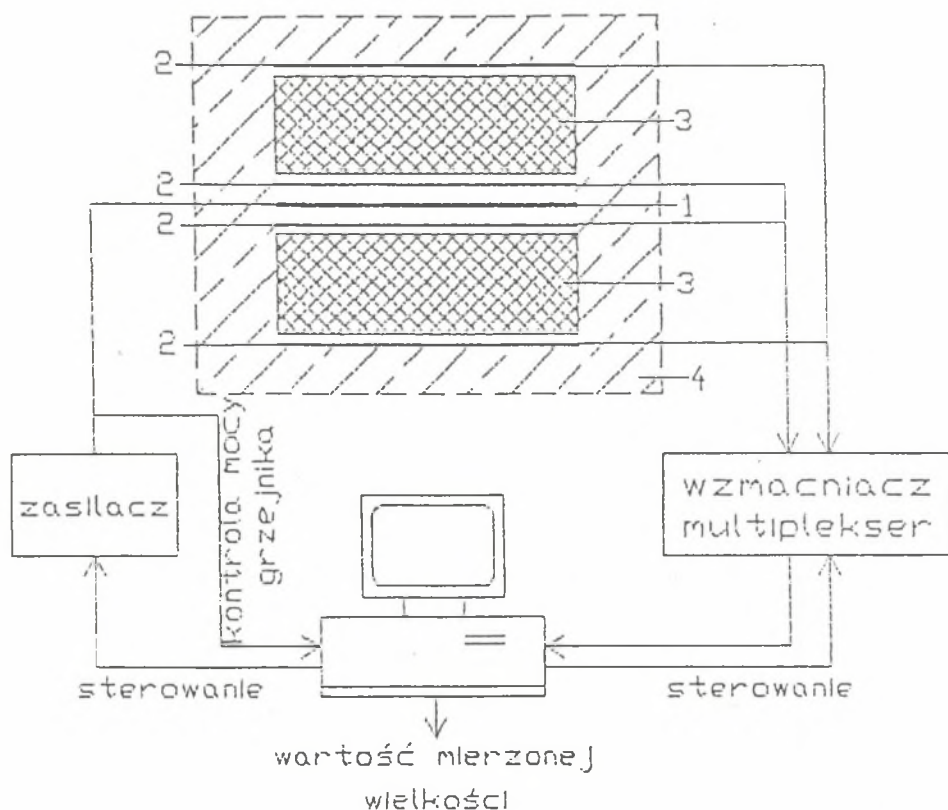
Rys. 2. Zależność $Y = Y(Fo)$ dla płaskiej nieskończonej płyty

Fig. 2. Y as a function of Fourier number Fo for a flat infinite plate

3.2. Opis stanowiska pomiarowego

Schemat stanowiska pomiarowego przedstawiono na rys. 3. Symetryczny układ składa się z cienkiego grzejnika elektrycznego wykonanego w postaci folii (część a), dwóch próbek oraz czterech płytek miedzianych z termoparami. Całość zaizolowana jest styropianem. Do zewnętrznych powierzchni grzejnika i próbek przylegają cienkie płytki miedziane z przymocowanymi termoparami Ni-NiCr – ich wskazania reprezentują temperaturę tych powierzchni.

Próbki wykonano w kształcie cylindrów o grubości δ i średnicy d . Do zasilania grzejnika użyto zasilacza stabilizowanego sterowanego mikrokom-



Rys. 3. Schemat układu pomiarowego: 1 – grzejnik, 2 – płytki z termoparami, 3 – próbki, 4 – izolacja cieplna

Fig. 3. Scheme of the measuring system: 1 – heater, 2 – plates with the thermo-couples, 3 – samples, 4 – thermal insulation

puterem. Napięcie U i prąd przepływający przez grzejnik mierzone i rejestrowane są poprzez kartę pomiarową w mikrokomputerze.

Ze względu na małą grubość grzejnika przyjęto, że strumień ciepła dopływający do próbek jest równy mocy grzejnika:

$$\dot{Q} = P = \frac{U^2}{R}, \text{ W} \quad (16)$$

gdzie R jest opornością elektryczną grzejnika. Gęstość strumienia ciepła dopływającego do każdej z próbek wynosi:

$$\dot{q}_p = \frac{2P}{\pi d^2}, \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (17)$$

Temperatura obu powierzchni próbek mierzona jest termoparami Ni-NiCr podłączonymi poprzez wzmacniacz (ze względu na niską wartość sygnałów z termopar) z multiplexerem zapewniającym możliwość łączenia tych sygnałów z kartą pomiarową mikrokomputera. Opracowany program komputerowy umożliwia między innymi:

1. Sterowanie z klawiatury wartościami mocy grzejnika, odłączeniem grzejnika w przypadku korzystania z zewnętrznego źródła ciepła;
2. Obserwowanie na monitorze wartości prądu i napięcia zasilającego grzejnik;
3. Zmianę liczby podłączonych termopar (max. 16);
4. Obserwowanie zmiany temperatury termopar w czasie;
5. Zadawanie wartości maksymalnej mierzonych temperatur (w przypadku gdy układ nie dochodzi do stanu ustalonego);
6. Zapisywanie wyników do zbioru w celu ewentualnej dalszej ich obróbki;
7. Zadawanie czasu trwania eksperymentu.

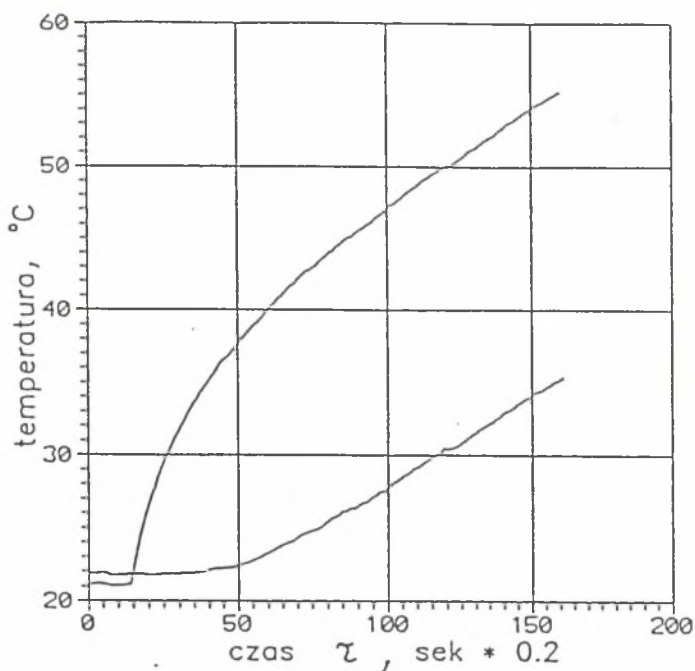
3.3. Przykładowe wyniki pomiarów

Wykonano serię pomiarów współczynnika przewodzenia ciepła λ i ciepła właściwego c_p dla różnych materiałów izolacyjnych, takich jak szkło organiczne (pleksi), skała piaskowcowa i pustak żuźlowy. Poniżej podano przykładowe wyniki pomiarów dla następujących próbek:

- szkło organiczne: średnica $d = 71,9$ mm, grubość $\delta = 12,45$ mm,
- sucha skała piaskowcowa: średnica $d = 72,45$ mm, grubość $\delta = 20,0$ mm,
- pustak żuźlowy: średnica $d = 74,0$ mm, grubość $\delta = 17,4$ mm; w tym przypadku pomiary wykonano dla próbek suchych i wilgotnych o różnej procentowej zawartości wody w próbce.

Pomiary dla szkła organicznego wykonano przy mocy grzejnika $P_1 = 4,8$, W ($\dot{q}_{p1} = 591,1$, W/m²), a w przypadku pomiarów skały piaskowcowej moc grzejnika wynosiła $P_2 = 5,0$, W ($\dot{q}_{p2} = 606,0$, W/m²).

Na rysunku 4 zamieszczono przykładowe, otrzymane z mikrokomputera przebiegi zmian temperatury w funkcji czasu. Ze względu na konieczność zadawania czasów przełączania i odstępów między pomiarami osie czasów wygodniej było opisać, zadając odpowiednie współczynniki.



Rys. 4. Przebieg temperatury powierzchni próbek wykonanych z pleksi w funkcji czasu

Fig. 4. Surface temperature of organic glass as a function of time

Na podstawie powyższych danych oraz danych zarejestrowanych w komputerze z r.(14) i (15) otrzymano następujące wyniki:

- dla szkła organicznego $\lambda = 0,184$ W/(mK), $c_p = 1549,2$ J/(kgK) (w literaturze podano $\lambda = (0,174 - 0,20)$ W/(mK) i $c_p = (1420 - 2090)$, J/(kgK).
- dla skały piaskowcowej $\lambda = 1,001$ W/(mK) i $c_p = 555,56$ J/(kgK).

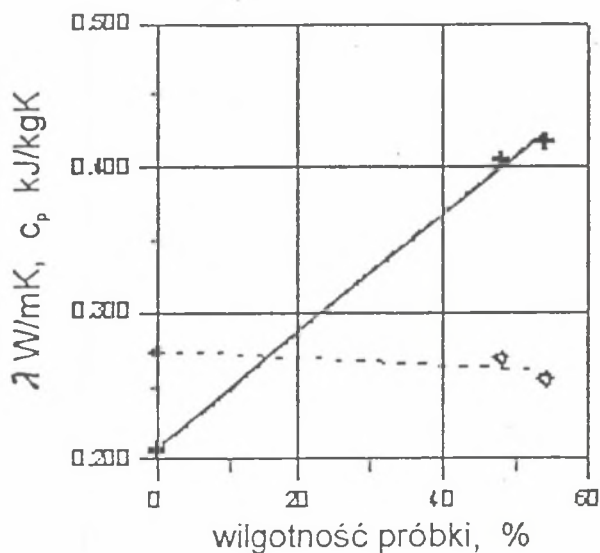
Wyniki pomiarów dla suchego i wilgotnego pustaka żuźlowego zamieszczono w tabelicy 1 i na rys. 5.

Tablica 1

Wyniki pomiarów λ i c_p dla pustaka żuźlowego

Lp.	Moc grzejnika W	Gęstość strumienia W/m^2	Masa próbki g	Stopień zawilgocenia %	λ W/mK	C_p J/kgK
1	4,700	1138,0	81,16	54	0,418	254,6
2	4,567	1171,2	77,89	48	0,406	268,8
3	2,625	654,1	52,63	0	0,207	274,1

Dla każdego stopnia zawilgocenia próbki wykonano kilka pomiarów: wartości liczbowe wielkości mierzonych w poszczególnych pomiarach na ogół nie różniły się znacznie między sobą. W tabeli podano wartości średnie zmierzonych wielkości.

Rys. 5. Zależność λ i c_p od wilgotności próbkiFig. 5. Values of λ and c_p in relation of probe humidity

Ze względu na nietypowość mierzonych materiałów brak było danych literaturowych o ich właściwościach. Dlatego otrzymane wyniki udało się porównać tylko dla szkła organicznego. Jak widać otrzymane wyniki pomiarów mieszczą się w podanych granicach. Stąd należy wnioskować, że zastosowana metoda i zbudowane komputerowe stanowisko pomiarowe wykorzystujące tę metodę dają poprawne wyniki.

4. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Teoria stanu uporządkowanego została stworzona w połowie lat pięćdziesiątych i do dziś stosowana jest w analizie procesów wymiany ciepła z dobrym powodzeniem. Podstawową zaletą teorii stanu uporządkowanego jest możliwość wykorzystywania jej do równoczesnego pomiaru kilku właściwości cieplnych: a , c_p i λ dla ciał o różnej geometrii, dla których nie ma rozwiązań analitycznych. Zaletą jest również duża szybkość i dokładność otrzymywanych wyników. Choć w ostatnich latach ze względu na rozwój komputeryzacji znaczenie teorii stanu uporządkowanego w obliczeniach cieplnych stało się mniejsze, to jednak wydaje się, że z uwagi na jej prostotę będzie ona ciągle stosowana do wyznaczania właściwości cieplnych ciał w stanach nieustalonych.

LITERATURA

- [1] Eckert E. R. G., Golldstein R. J.: Measurements in heat transfer. Mc Graw-Hill 1976.
- [2] Osipowa W. A.: Eksperymentalnoje issledowanieje processow tieploobmiena. Izd. Energia, Moskwa 1979.
- [3] Szymczyk J.: Pomiar współczynnika przewodzenia ciepła różnych materiałów. Referaty sympozjum „Wymiany Ciepła i Masy”. Warszawa – Jabłonna 1974.
- [4] Kulesza J.: Pomiary przewodności cieplnej materiałów izolacyjnych. Pomiary cieplne i energetyczne, praca zbiorowa pod red. M. Mieszkowskiego. WNT Warszawa 1981.
- [5] Gogół W.: Pomiary przewodności cieplnej. Referaty V. Letniej Szkoły Termodynamiki. WAT – Warszawa 1991.
- [6] Parker W. J., Jenkins R. J., Butler C. P., Abbot G. L.: Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity. Journal Appl. Phys. vol. 32 1961.
- [7] Righini F., Cezairyliyan A.: Pulse method of thermal diffusivity measurement (a review), High. temp. – high. Press., vol. 5, 1973. pp. 481–501.
- [8] Modelowanie matematyczne procesu krzepnięcia i studzenia metali w procesie ciągłego odlewania. Część II: Pomiary współczynnika przewodzenia ciepła i ciepła właściwego metali i stopów. Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej NB-225/RMR-3/76, ITC, Gliwice (1978 – 1982).

Recenzent: Dr hab. inż. Ryszard BIAŁECKI

Wpłynęło do Redakcji: 23. 03. 1995 r.

Abstract

The thermal conductivity is the coefficient of proportionality between the gradient of the temperature and heat flux in the Fourier's equation (eq. 1 or 2). Its precise determination is necessary for mathematical modelling of the all problems of heat transfer. The thermal conductivity coefficient is generally a function of several parameters, for example: pressure, temperature, humidity, porosity, chemical constitution etc. And only experimental researches can lead to the most probable values. This is why the experimental determining of the thermal conductivity coefficient was the subject of the work. At first the classification [Fig. 1] and short characteristics of some methods for determination of thermal conductivity coefficient was given. Mathematical description of one of the method based on transient conduction in one dimensional system was detail presented: this was the method based on thermal regular regime.

Equations for transient temperature field in an infinite plate were given, with the simplifications valid for long time intervals – regular regime. Heating of the plate with constant source power was considered [Fig. 2].

For experimental purposes, the classical case of a plate heated from both sides with the same, constant heat flux, was replaced by two symmetrical plates heated by the heater placed between them and insulated from outside.

Important factor in experiments was heat capacity of a heater. In the case of its large heat capacity, a part of the heating power is accumulated in the heater itself, and heat flux to the specimen is not constant, and its value is not exactly known.

Another problem is measurement of temperatures of surfaces of the specimens. To avoid necessity of installing thermo-couples in the specimens, thin copper plates with thermo-couples were used.

Measurement stand, with a heater of low thermal capacity and computer controlled power was described. Temperatures of surfaces of material specimen were collected in PC computer and specially prepared program determines result values of thermal conductivity and specific heat of specimen material.

Some results of experiments were given to illustrate the method and experimental system.