ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995
Seria: ENERGETYKA z. 124 Nr kol. 1278

Tadeusz KRUCZEK

ANALITYCZNO-RÓŻNICOWA METODA WYZNACZANIA ROZKŁADÓW TEMPERATURY PRZY PRZEPŁYWIE GAZU PRZEZ ZŁOŻE MATERIAŁU ZIARNISTEGO

Streszczenie. W artykule przedstawiono analityczno-różnicową metodę wyznaczania rozkładów temperatury w fazie stałej i gazowej przy podgrzewaniu (lub chłodzeniu) złoża materiału ziarnistego za pomocą przepływającego gazu. Metoda polega na połączeniu ilorazu różnicowego przedniego z analitycznym wyznaczaniem temperatury czynników w obszarze elementu różnicowego. Wykonano przykładowe obliczenia.

AN ANALYTICAL-DIFFERENCE METHOD OF DETERMINATION OF THE TEMPERATURE FIELD AT THE FLOW OF GAS THROUGH THE GRANULAR MATERIAL BED

Summary. The paper presents an anlytical-difference method of the temperature field determination in solid and gaseous phase at heating (or cooling) of granular material by means of the gas flowing through the bed. The method is based on a connection of the forward time difference scheme with analytical description of solid as well as gas temperature in the area of difference element. The exemplary calculations have been carried out.

АНАЛИТИЧЕСКИ–РАЗНОСТНОЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРИ ПЕРЕПЛЫБЕ ГАЗА ЧЕРЕЗ СЛОЙ ЗЕРНИСТОГО МАТЕРИАЛА

Резюме. В работе представлен метод определения температурного поля при подогреве или охлаждении зернистого материала с помощью переплывающего газа. В методе используется соединение схемы переднего отношения разностей с аналитическим описанием конвективного переноса тепла между газом и слоем. Были сделаны вычисления.

1. WSTĘP

Chłodzenie lub podgrzewanie materiału ziarnistego za pomocą gazu przepływającego przez złoże występuje często w różnych procesach przemysłowych. Przykładem realizacji takich procesów w przemyśle hutniczym są zjawiska zachodzące w trakcie spiekania rudy żelaza na taśmie spiekalniczej, podgrzewania mieszanki spiekalniczej przed zapłonem oraz chłodzenia spieku. W czasie spiekania rudy żelaza zachodzi jednoczesne chłodzenie górnej warstwy spieku znajdującej się ponad strefą spalania koksiku oraz podgrzewanie dolnej warstwy mieszanki spiekalniczej poniżej tej strefy za pomocą powstających spalin. W trakcie tych procesów ulegają zmianom własności fizyczne ciał biorących w nich udział oraz zmieniają się warunki wymiany ciepła. W tej sytuacji opis analityczny zachodzących zjawisk jest na ogół trudniejszy niż modelowanie numeryczne badanych procesów. Podstawowym zadaniem występującym w opisywanym zagadnieniu jest wyznaczenie rozkładów temperatury w złożu materiału stałego oraz przepływającego gazu.

Prosty opis mający zarazem wyraźną interpretację fizyczną dają metody różnicowe wykorzystujące bilanse energii dla rozpatrywanych elementów różnicowych. Przy przepływie gazu przez złoże materiału ziarnistego zachodzi przepływ ciepła w materiale ziarnistym na skutek przewodzenia, jak również promieniowania pomiędzy cząstkami warstwy. Ponadto następuje wymiana ciepła pomiędzy przepływającym gazem i fazą stałą na drodze konwekcyjnej. W zależności od tego, czy do wyznaczenia przewodzonych strumieni ciepła używa się temperatury fazy stałej z początku czy z końca kroku czasu lub wartości średniej, otrzymuje się schemat ilorazu różnicowego przedniego, wstecznego lub centralnego. Każdy z tych schematów cechuje się określonymi właściwościami; jedną z nich jest ograniczenie na krok czasu występujące przy ilorazie przednim i centralnym [2]. W równaniu do wyznaczania konwekcyjnego strumienia ciepła występują temperatury fazy stałej i gazu. W zależności od tego, która temperatura fazy stałej w elemencie różnicowym (z początku, z końca kroku czasu lub temperatura średnia) oraz która temperatura gazu (temperatura gazu dopływającego, odpływającego z elementu różnicowego lub temperatura średnia ważona) zostanie użyta do wyznaczenia konwekcyjnego strumienia ciepła, otrzymuje się różne schematy różnicowe. Każdy z nich charakteryzuje się określonymi właściwościami dotyczącymi sposobu wyliczania temperatury w kolejnych krokach czasu, stabilności oraz zbieżności rozwiązania. Problem stabilności oraz fizycznej poprawności otrzymanego rozwiązania wiąże się z ograniczeniami w podziale różnicowym ciała oraz długością kroku czasu [1, 2]. Użycie do wyznaczenia elementarnych strumieni ciepła przekazywanych na drodze konwekcji i przewodzenia temperatury fazy stałej i gazu z początku kroku czasu spowoduje, że poza momentem początkowym obliczone strumienie ciepła będą większe od rzeczywiście

istniejących. Jeżeli przedział czasu będzie zbyt długi, wywoła to nadmierne podgrzewanie lub ochładzanie się rozpatrywanego elementu różnicowego i elementów sąsiednich, a także gazu przepływającego przez element. Skutkiem tego w kolejnych krokach czasu mogą następować zmiany kierunku przepływu ciepła. Może to objawić się oscylacjami temperatury fazy stałej i gazu dla kolejnych kroków czasu.

W przypadku nagrzewania (lub chłodzenia) materiału ziarnistego za pomocą przepływającego gazu o wymienionym wyżej zjawisku w pierwszej kolejności decyduje strumień ciepła wymieniany między fazą stałą i gazem, który osiąga w tym przypadku stosunkowo duże wartości. Jest to spowodowane względnie wysokimi wartościami konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła przy przepływie gazu przez materiał ziarnisty oraz stosunkowo rozwiniętą powierzchnią wymiany ciepła. Przepływ ciepła pomiędzy warstwami materiału ziarnistego (na skutek przewodzenia i promieniowania) nie odgrywa tu większej roli, ponieważ jego intensywność jest znacznie mniejsza w porównaniu z wymianą konwekcyjną.

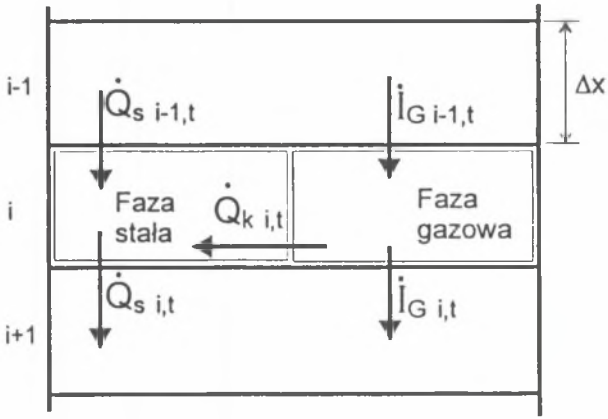
W niniejszej pracy proponuje się metodę różnicowo-analityczną wyznaczania rozkładów temperatury w fazie stałej i gazie przy jego przepływie przez złoże materiału ziarnistego. W metodzie tej wyeliminowano podstawową niedogodność, którą było istotne ograniczenie kroku czasu, zachowując jednocześnie jawną postać rozwiązywanego układu równań.

2. OPIS METODY

Na rysunku 1 przedstawiono fragment różnicowego podziału złoża. Podane zwroty strumieni ciepła dotyczą przypadku podgrzewania złoża za pomocą gazu.

Dla i-tego elementu różnicowego sporządza się bilanse energii dla fazy stałej i gazu, a także wykorzystuje się równania opisujące wymianę ciepła pomiędzy fazą stałą i gazem. Poniżej przedstawiono założenia szczegółowe, na których opiera się prezentowana metoda:

a) Przepływ gazu i ciepła w fazie stałej jest jednowymiarowy.
b) Temperatura materiału stałego jest wyrównana w całej objętości elementu różnicowego w danym kroku czasu.
c) Strumienie ciepła przepływające w materiale ziarnistym w przedziale czasu (przez przewodzenie i promieniowanie) wyznacza się na podstawie temperatury fazy stałej z początku kroku czasu.
d) Każdy z elementów różnicowych jest podgrzewany (lub chłodzony) konwekcyjnie przez czas za pomocą jednorazowo doprowadzonej do elementu porcji gazu o wyrównanej temperaturze, w ilości $f\dot{n}_{Gt}\,\Delta\tau$.



Rys. 1. Podział różnicowy złoża

Fig. 1. Difference division of the bed

e) Zmiany temperatury fazy stałej i gazu w obszarze elementu różnicowego dla rozpatrywanego przedziału czasu wyznacza się w sposób analityczny; temperatura końcowa fazy stałej jest temperaturą początkową w następnym kroku czasu, natomiast temperatura końcowa gazu jest temperaturą porcji gazu doprowadzonej do kolejnego elementu różnicowego.

Poniżej przedstawiono równania różniczkowe bilansu energii dla i-tego elementu różnicowego, opisujące zmiany temperatury fazy stałej i gazu w okresie t-tego kroku czasu.

Faza stała:

$$\Delta\dot{Q}_{i,t}\, d\tau + A_{i,t}(T_G - T_s)d\tau = W_{si,t}\, dT_s \tag{1}$$

oraz faza gazowa:

$$A_{i,t}(T_G - T_s)d\tau = -\dot{W})_{G\ i-1,t}\, \Delta\tau\, dT_G \tag{2}$$

gdzie:

$$A_{i,t} = f\zeta\Delta X_i\, \alpha_{k\ i-1,t}$$

$$W_{s\ i,t} = f\Delta X_i\, \rho_s\, c_{ps}$$

$$\dot{W}_{G\ i-1,t} = f\dot{n}_{Gt}\, (Mc_p)_{G\ i-1,t}$$

$$\Delta\dot{Q}_{i,t} = a\dot{Q}_{Ft} + b\dot{Q}_{i-1,t} - c\dot{Q}_{i,t}$$

Współczynniki a, b, c przyjmują wartości zero lub 1 w zależności od tego, dla której warstwy formułuje się równania. Dla pierwszej warstwy należy przyjąć a, c = 1, b = 0, natomiast dla ostatniej a, b = 1, c = 0. Dla elementów różnicowych wewnętrznych zachodzi a = 0, b, c = 1. W dalszym zapisie dla uproszczenia pomija się indeksy dotyczące numeru elementu różnicowego i kroku czasu. Zależności (1) i (2) stanowią układ równań różniczkowych, w któ-

rym zmiennymi są: temperatura fazy stałej, gazu oraz czas. Aby rozwiązać ten układ, za pomocą równania (2) eliminuje się w (1) różniczkę czasu otrzymując w rezultacie równanie różniczkowe zawierające zmienne T_s i T_G. Uzyskane równanie rozwiązuje się, a następnie ponownie za pomocą (2) eliminuje temperaturę T_s. W konsekwencji otrzymuje się kolejne równanie o postaci:

$$T_G = \frac{z - E \ln z}{F^2} + C_1 \tag{3}$$

gdzie:

$$z = -H \frac{dT_G}{d\tau} + E \tag{4}$$

natomiast:

$$E = \frac{\Delta \dot{Q} \dot{W}_G \Delta\tau}{W_s A}$$

$$F = \frac{\dot{W}_G \Delta\tau + W_s}{W_s}$$

$$H = F \dot{W}_G \frac{\Delta\tau}{A}$$

Z kolei wyrażenie (3) zróżniczkowano obustronnie względem czasu, a następnie za pomocą (4) wyeliminowano w uzyskanej zależności pochodną $dT_G/d\tau$ otrzymując łatwe do całkowania równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych:

$$d\tau = -\frac{H}{F^2} \frac{dz}{z} \tag{5}$$

Po obustronnym scałkowaniu tego równania w granicach $(0, \tau)$ i (z_1, z) oraz odpowiednim przekształceniu w celu wyrażenia zmiennej w funkcji czasu otrzymuje się:

$$z = z_1 \exp\left(-\frac{F^2 \tau}{H}\right) \tag{6}$$

Wielkość z_1 wynika z wyrażenia (4), gdzie wartość występującej w nim pochodnej dla początku kroku czasu wyznacza się wykorzystując równanie (2) i warunek początkowy, według którego dla $\tau = 0$ zachodzą relacje $T_G = T_{G\,i-1,t}$ oraz $T_s = T_{s\,i,t}$, po zastosowaniu których otrzymuje się:

$$z_1 = \frac{HA(T_{G\,i-1,t} - T_{s\,i,t})}{\dot{W}_G\,\Delta\tau} + E \tag{7}$$

Po podstawieniu zależności (6) do (3) i dokonaniu odpowiednich przekształceń otrzymano równanie opisujące zmiany temperatury rozważanej porcji gazu w okresie przyjętego kroku czasu podczas podgrzewania (lub chłodzenia) rozpatrywanego elementu różnicowego:

$$T_G = \frac{E}{H}\tau + \frac{z_1}{F_2}\exp\left(-\frac{F^2\tau}{H}\right) + C_2 \tag{8}$$

gdzie:

$$C_2 = T_{G\,i-1,t} + T_{G\,i-1,t} - \frac{T_{s\,i,t}}{F} - \frac{E}{F^2}$$

Zmiany temperatury fazy stałej w okresie przyjętego przedziału czasu wyznacza się na podstawie zależności (2) po wyeliminowaniu w niej pochodnej $dT_G/d\tau$ za pomocą (8):

$$T_s = T_G + \frac{\dot{W}_G\,\Delta\tau}{AH}\left[E - z_1\exp\left(-\frac{F^2\tau}{H}\right)\right] \tag{9}$$

Występująca w powyższym równaniu temperatura T_G wynika bezpośrednio z zależności (8). Następnie po podstawieniu w równaniach (9) i (10) czasu $\tau = \Delta\tau$ wyznacza się temperaturę porcji gazu odpływającego z analizowanego elementu (a dopływającego do następnego):

$$T_{G\,i,t} = T_G(\tau = \Delta\tau) \tag{10}$$

oraz temperaturę fazy stałej na początku następnego kroku czasu:

$$T_{s\,i,t+1} = T_s(\tau = \Delta\tau) \tag{11}$$

Zbiory wartości temperatury fazy stałej i gazu, obliczonych według (10) i (11) dla kolejnych elementów różnicowych oraz kroków czasu, stanowią rozwiązanie postawionego zadania.

3. WYNIKI PRZYKŁADOWYCH OBLICZEŃ

Wykorzystując przedstawioną metodę przeprowadzono przykładowe obliczenia numeryczne dla podgrzewania i chłodzenia materiału ziarnistego

o własnościach zbliżonych do mieszanki spiekalniczej i spieku wielkopiecowego. Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych: skład molowy fazy gazowej: $[CO_2] = 0,10$; $[O_2] = 0,04$; $[N_2] = 0,86$; gęstość strumienia gazu 0,018 kmol/(m^2s); grubość złoża materiału ziarnistego 0,4 m; zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła w złożu 0,5 W/(m K); pojemność cieplna właściwa materiału ziarnistego 0,9 kJ/(kg K); długość kroku czasu 10 s. Dla przypadku podgrzewania temperatura gazu dopływającego do złoża była stała i wynosiła 500 K, natomiast temperatura początkowa materiału ziarnistego była jednakowa w całym złożu i wynosiła 298 K, dla przypadku zaś chłodzenia temperatura gazu i fazy stałej wynosiła odpowiednio 298 K i 500 K. Otrzymane wyniki przedstawiono na rysunkach 2 i 3.

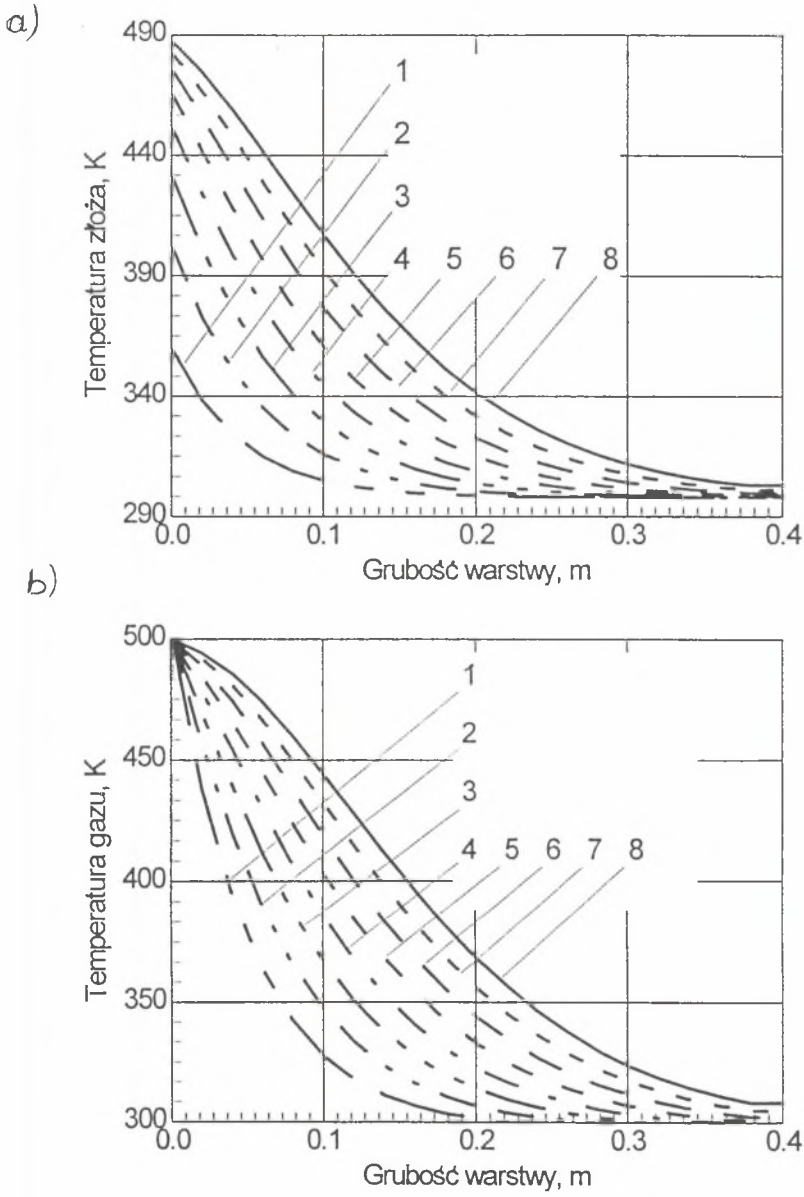
4. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiony sposób wyznaczania rozkładów temperatury przy przepływie gazu przez złoże materiału ziarnistego stanowi połączenie metody ilorazu różnicowego przedniego z opisem analitycznym wymiany ciepła w tym złożu. Ujęcie analityczne dotyczy opisu wymiany ciepła między materiałem stałym i gazem. Przeprowadzone obliczenia numeryczne, z których wybrane wyniki przedstawiono na rysunkach 2 i 3, potwierdzają przydatność opracowanego algorytmu. Jednocześnie metoda ta jest dogodna do obliczeń, ponieważ otrzymane równania dla poszczególnych elementów różniczkowych tworzą system jawny.

Prezentowana koncepcja może znaleźć zastosowanie także w przypadkach, gdy oprócz wymiany ciepła zachodzi wymiana masy między fazą stałą i gazową lub zachodzą reakcje chemiczne, których intensywność zależy istotnie od temperatury. Przykładem może być tu proces podgrzewania i jednoczesnego podsuszania mieszanki spiekalniczej przed zapłonem.

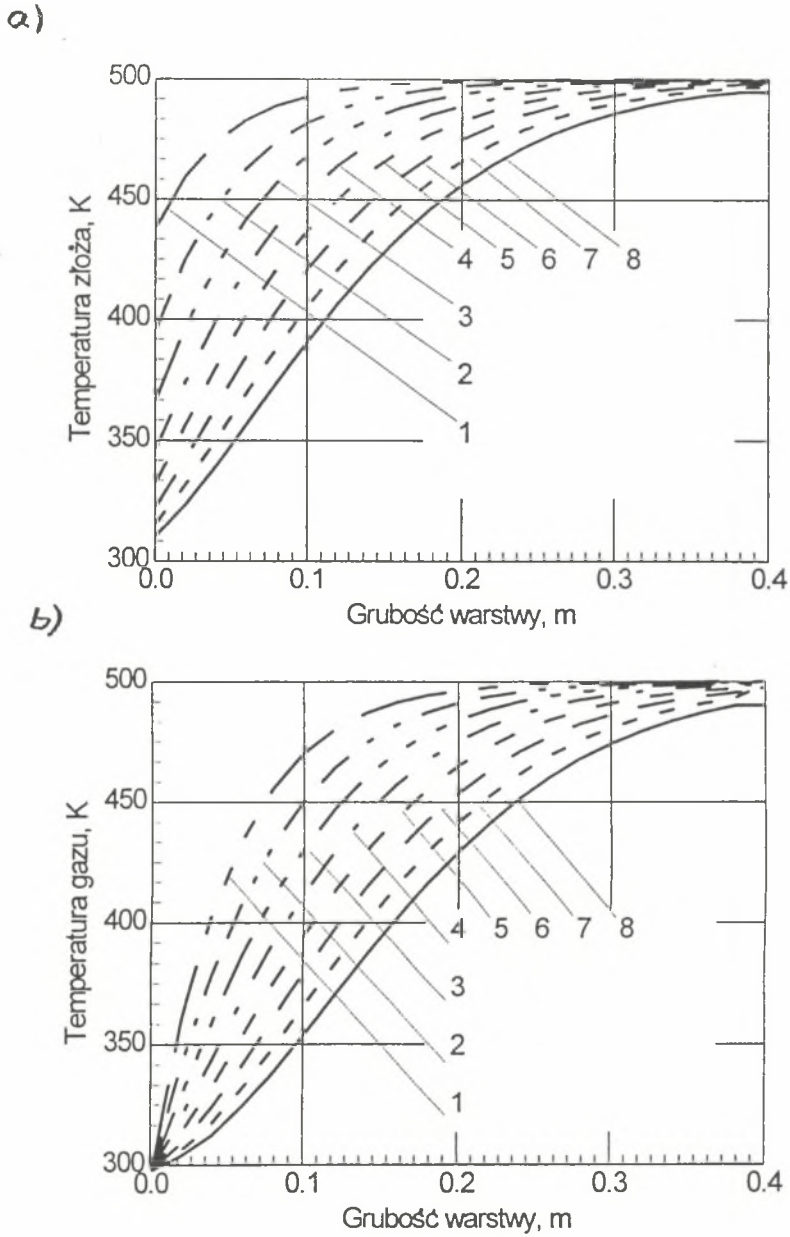
Opis analityczny zjawisk, które są związane z intensywnym przekazywaniem, wydzielaniem lub pochłanianiem ciepła w połączeniu z metodą różnicową, umożliwia poprawę dokładności rozwiązania oraz znaczne wydłużenie dopuszczalnego kroku czasu w porównaniu z przypadkiem opisu wszystkich zjawisk w sposób różnicowy. W złożach materiałów ziarnistych, często mineralnych, ze względu na małą intensywność przepływu ciepła w fazie stałej, efekt braku stabilności rozwiązania występuje dopiero przy stosunkowo długich krokach czasu. W prezentowanej metodzie określenie maksymalnego kroku czasu jest bardziej złożone niż w sytuacji, gdy transport ciepła w ciele odbywa się tylko na drodze przewodzenia [2]. W niniejszym artykule przedstawiono w formie opisowej jedynie częściowe wyniki wstępnych przemyśleń tego zagadnienia. Problem jest jednak interesujący i zasługuje niewątpliwie na dokładniejszą analizę.

Praca została zrealizowana w ramach grantu KBN 9 S603 053 06.



Rys. 2. Rozkłady temperatury w złożu i w gazie dla podanych czasów - przypadek nagrzewania; a - złoże, b - gaz; 1 - 40 s; 2 - 80 s; 3 - 120 s; 4 - 160 s; 5 - 200 s; 6 - 240 s; 7 - 280 s; 8 - 320 s

Fig. 2. Temperature distributions in the bed and gas for mentioned periods - case of heating; a - bed, b - gas



Rys. 3. Rozkłady temperatury w złożu i w gazie dla podanych czasów - przypadek chłodzenia; a - złoże, b - gaz; 1 - 40 s; 2 - 80 s; 3 - 120 s; 4 - 160 s; 5 - 200 s; 6 - 240 s; 7 - 280 s; 8 - 320 s

Fig. 3. Temperature distributions in the bed and gas for mentioned periods - case of cooling; a - bed, b - gas

OZNACZENIA

c_p, (Mc_p) – pojemność cieplna właściwa, J/(kg K), J/(kmol K),
C – stała całkowania,
f – powierzchnia elementu różnicowego w kierunku prostopadłym do przepływu gazu, m^2,
$\dot{I}$ – strumień entalpii, W,
$\dot{n}$ – gęstość strumienia gazu, kmol/(m^2 s),
$\dot{Q}$ – strumień ciepła przepływający między warstwami materiału ziarnistego na skutek przewodzenia i promieniowania, odniesiony do powierzchni f elementu różnicowego, W,
$\dot{Q}_F$ – strumienie ciepła doprowadzane do pierwszego lub ostatniego elementu różnicowego, wynikające z warunków brzegowych, W,
T – temperatura, K,
α – konwekcyjny współczynnik wymiany ciepła, W/(m^2K),
τ – czas, s,
$\Delta\tau$ – długość kroku czasu,
Δx – grubość elementu różnicowego, m,
ζ – powierzchnia jednostkowa materiału ziarnistego, m^2/m^3.

INDEKSY

G – dotyczy gazu,
i – dotyczy i-tego elementu,
k – dotyczy konwekcji,
s – dotyczy fazy stałej,
t – dotyczy t-tego kroku czasu.

Recenzent: Prof. dr inż. Jan Szargut

Wpłynęło do Redakcji: 23. 03. 1995 r.

LITERATURA

[1] Kruczek T.: Wyznaczanie rozkładów temperatury przy przepływie gazu przez złoże materiału ziarnistego. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Mechanika, z. 113, 1993, s. 205 ÷ 210.
[2] Szargut J. (red.): Modelowanie numeryczne pól temperatury. WNT, Warszawa 1992.
[3] Szargut J. i in.: Przemysłowa energia odpadowa. WNT, Warszawa 1993.

Abstract

The heating or cooling of granular material bed by means of gas often occurs in the metallurgical and chemical industry. The preheating of sinter mix on a sinter strand before ignition, sintering process or the cooling of the sinter after aglomeration can be taken as the examples of these phenomena [3]. The paper describes an algorithm for the calcultion of the gas as well as solid temperature while the gas flows through the granular material bed. This method applies the forward time difference scheme and analytical description of solid as well as gas temperature in the area of difference element. The bed of the granular material is divided into difference elements, Fig. 1. At the beginning of this process the temperature distribution in the granular material must be known. For each difference element the differential energy balances for solid- and gaseous-phase are formulated. The heat fluxes inside the solid-phase resulting from the thermal conductivity and heat radiation are determined according to the temperature of the solid material at the beginning of the time step. During the period of the current time step the convection heat flux exchanged between gas and solid is described analytically. As a result, the set of two differential equations is obtained. This equation set has been solved analytically. The temperature of the solid-phase for $\tau = \Delta\tau$ corresponds with the solid temperature at the end of the considered time step and simultaneously at the beginning of the next step. The gas temperature corresponds with the temperature of gas flowing to the next difference element. Presented method allows to eliminate some limitations concerning the size of the difference element and size of the time step. Furthermore, the analytical description of some phenomena improves the accuracy of the final solution.