ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994

Seria: MECHANIKA z. 116 Nr kol. 1231

Józef WOJNAROWSKI, Kryspin MIROTA
Katedra Mechaniki, Robotów i Maszyn Włókienniczych
Politechnika Łódzka, Filia w Bielsku-Białej

MODELOWANIE OPŁYWU SZTUCZNYCH ZASTAWEK AORTYCZNYCH

Streszczenie. W pracy sformułowano model numeryczny zjawisk przepływowych w sąsiedztwie sztucznej zastawki aortycznej, przy założeniu iż medium charakteryzuje się ustaloną lepkością molekularną. W odniesieniu do równań modelowych dokonano aproksymacji skończenie elementowej, wykorzystując elementy płaskie, izoparametryczne. Szczegółową analizę numeryczną przeprowadzono dla zastawki płytkowej.

MODELLING OF FLOW FIELD AROUND AORTIC ARTIFICIAL VALVES

Summary. In this work it has been formulated a flow effect model in a proximity of a aortic artificial valve assuming that fluid is characterized by steady molecular viscosity.With reference to model equations a finite element aproximation was fullfilled exploating two-dimensional isoparametric elements. A condition of weighted residuals in Galerkin formulation was applied as a optimization's solution criterion. A detailed numeric analysis was carried out for model disk.

MODELING DER UMSTRÖMUNG VON KÜNSTLICHEN AORTKLAPPEN

Zusammenfassung. In dieser Arbeit wurde das Modell von Durchströmungserscheinungen in Nachbarschaft der künstlichen Aortklappe formiert, bei Annahme, daß die Flüssigkeit sich durch eine stationäre Molekularviskosität charakterisiert. In Bezugnahme auf die Modellgleichungen wurde eine vollendete Elementapproximation durchgeführt, bei Anwendung von ebenen isoparametrischen Elementen. Als bestmöglichster Losungsmaß stab wurde Forderung von gewogenen Residuen in Fassung-Galerkin angewendet. Es wurde eine ausführliche numerische Analyse für das Herzklappe Plat.

1. WSTĘP

Sztuczne zastawki aortyczne wprowadzone zostały do kardiochirurgii już w latach pięćdziesiątych. Przez cały ten czas, aż do chwili obecnej, ulegały one modyfikacji i doskonaleniu. O ile początkowo największym problemem było pokonanie bariery immunologicznej, to aktualnie kładzie się coraz większy nacisk na poznanie natury i przyczyn zjawisk, obserwowanych po wykonaniu przeszczepu.

Stwarza to rosnące zapotrzebowanie na efektywny formalizm obliczeniowy, pozwalający na modelowanie i symulację procesów zachodzących w trakcie funkcjonowania sztucznej

zastawki. Jak wykazały liczne prace doświadczalne, niebagatelną rolę,często decydującą o wartości danego rozwiązania konstrukcyjnego, posiada sfera hemodynamiczna.

Niniejsza praca stanowi propozycję w zakresie modelowania zjawisk przepływowych w sąsiedztwie zastawki aortycznej. Aby sformułować model obliczeniowy, wykorzystano klasyczny układ równań ruchu obejmujący równanie bilansu masy oraz bilansu pędu, których aproksymację zrealizowano z wykorzystaniem metody ważonych residuów w ujęciu Galerkina.

W pracy przyjęto dwa zasadnicze założenia, które stały się podstawą do sformułowania modelu rozpatrywanej klasy procesów przepływowych:

- Układ krwionośny rozpatrywany jest jako zespół kanałów o ustalonych parametrach geometrycznych.
- Krew, w sensie własności reologicznych, stanowi płyn doskonale lepki - Newtonowski.

Założenia powyższe, ich zasadność, pozostają w ścisłym związku z przewidywanym zakresem potencjalnych zastosowań modelu. Jeżeli rozpatrywać tętnice duże, jak wykazały to liczne eksperymenty, założenia te można uznać za całkowicie słuszne i uzasadnione [1].

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU W ASPEKCIE METODY WAŻONYCH RESIDUÓW GALERKINA

Podstawowy układ równań ruchu płynu rzeczywistego obejmuje równanie bilansu masy

$$L(\rho) = (\rho)_{,t} + (\rho u_i)_{,i} = 0 , \tag{1}$$

równanie bilansu pędu Naviera-Stokesa

$$L(u_i) = (\rho u_i)_{,t} + (\rho u_i u_j - \sigma_{ij})_{,j} = 0 , \tag{2}$$

oraz równanie bilansu energii

$$L(e) = (e)_{,t} + (e u_j - \sigma_{ij} u_j + q_j)_{,j} = 0 . \tag{3}$$

Ponieważ zasadniczą formą wymiany energii, w kontekście rozważanego zagadnienia, jest wymiana na sposób pracy, zbyteczne jest uwzględnianie w układzie równań modelowych równania (3).

Biorąc ponadto pod uwagę, iż krew charakteryzuje się małą ściśliwością, a sam przepływ może być rozważany jako stacjonarny, wyjściowy układ równań ruchu posiada postać zachowawczą:

$$L(\rho) = (\rho u_i)_{,i} = 0 \quad , \tag{4}$$

$$L(u_i) = (\rho u_{ij} - \sigma_{ij})_{,j} = 0 \quad . \tag{5}$$

Stan naprężenia w dowolnym punkcie płynu można przedstawić jako sumę naprężeń normalnych i stycznych

$$\sigma_{ij} = p_{ij} + \tau_{ij} \quad . \tag{6}$$

Naprężenia normalne będące konsekwencją ciśnienia są określone zależnością

$$p_{ij} = p\delta_{ij} \quad . \tag{7}$$

Natomiast naprężenia styczne, przy założeniu liniowej zależności od tensora deformacji

$$\tau_{ij} = 2\eta d_{ij} \quad , \tag{8}$$

gdzie tensor deformacji

$$d_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad . \tag{9}$$

Rozkład pola ciśnień w kontekście rozważanego zagadnienia jest mało interesujący, stąd przyjmijmy aproksymacje dla wyrazu ciśnieniowego za [5,9] jako:

$$\eta \|u^h - u\| + \frac{1}{2\lambda}\|p^h\|^2 < \frac{1}{2\lambda}\|p\|^2 \quad , \tag{10}$$

przy czym λ jest parametrem liczbowym uzależnionym od błędów obcięcia oraz nasilenia zjawisk dyssypacyjnych.

Stosowanie iteracyjnych metod numerycznych, w połączeniu z ograniczonością precyzji realizacji operacji zmiennoprzecinkowych, sprzyja propagacji błędów o charakterze oscylacyjnym. Dotyczy to w dużej mierze równań różniczkowych cząstkowych o strukturze zbliżonej do równania Naviera-Stokesa. Stąd warto już na tym etapie wprowadzić do zależności modelowych czynnik ograniczający możliwości propagacji błędu destabilizującego schemat aproksymacyjny. Rolę tę spełniać może, jak sugeruje to w pracy [4] Baker, gradient składowej konwekcyjnej transportu pędu .

$$\beta_{kj} \left(L_c(u_i^h) \right) j \quad . \tag{11}$$

Załóżmy rozwiązanie dla pola prędkości w formie kombinacji liniowej funkcji bazowych Φ_k

$$u_i^h = C_k \Phi_k \quad , \tag{12}$$

Przyjmując jako kryterium optymalizacji rozwiązania warunek ważonych residuów w postaci Galerkina

$$\left(L(u_i^h) + \beta_{kj} L(u_i^h) j \, , \, \Phi \right) = 0 \quad , \tag{13}$$

ortogonalizujący residuum względem bazy Φ_k, mamy

$$\left((\rho u_i^h u_j^h + \lambda u_{j,i}^h \delta_{ij} - \eta u_{i,j}^h)_{,j} + \beta_{kj} \rho u_i^h (u_j^h)_{,j}, \phi \right) = 0 \quad . \tag{14}$$

Stąd ostatecznie, na mocy twierdzenia Gausa-Greena-Ostrogradskiego, uzyskujemy równanie

$$\left(-(\rho u_i^h u_j^h - \eta \, u_{i,j}^h) \, , \, \phi_{,j} \right) + \left(\beta_{ik} \rho u_j^h u_{i,j}^h \, , \, \phi_{,k} \right) + \left(\lambda \, u_{j,j}^h \, , \, \phi_{,i} \right) = 0 \quad , \tag{15}$$

stanowiące element wyjściowy dla dyskretyzacji i aproksymacji problemu obliczeniowego.

3. DYSKRETYZACJA I APROKSYMACJA SKOŃCZENIE ELEMENTOWA ZAGADNIENIA PRZEPŁYWOWEGO

Pola wielkości fizycznych charakteryzujących przepływ w sąsiedztwie zastawki aortycznej mogą ulegać lokalnie bardzo silnym zmianom. W konsekwencji brak jest możliwości określenia a priori postaci funkcji bazowych Φ_k globalnie. Można jednak obszar Ω objęty przepływem rozważać jako superpozycję skończonej ilości E elementów $\Omega^{(e)}$

$$\Omega = \Omega^{(1)} \cup \Omega^{(2)} \cup \Omega^{(3)} \cup \ldots \cup \Omega^{(E)} = \bigcup_{e=1}^{E} \Omega^{(e)} \quad , \tag{16}$$

wówczas to warunek optymalizacji rozwiązania zapisujemy

$$\sum_{e=1}^{E} S_{ul}^{(e)} \left(\left(-(\rho u_i^{(e)h} u_j^{(e)h} - \eta\, u_{i,j}^{(e)h}) \,,\, \phi_{,j} \right) + \left(\beta_{lk} \rho u_j^{(e)h} u_{i,j}^{(e)h} \,,\, \phi_{,k} \right) + \left(\lambda\, u_{j,j}^{(e)h} \,,\, \phi_{,i} \right) \right) = 0 \quad , \tag{17}$$

Aproksymując poszczególne składniki równania (17) otrzymujemy:

◇ dla wyrazu konwekcyjnego

$$\left(-\rho u_i^{(e)h} u_j^{(e)h} \,,\phi_{,j} \right) = -\rho \left(\{U1\}^{(e)T} \{\phi\} \{\phi\}_{,1} \{\phi\} + \{U2\}^{(e)T} \{\phi\}_{,2} \{\phi\} \,,\, \{U1\}^{(e)} \right) \quad , \tag{18}$$

◇ dla wyrazu dyfuzyjnego

$$\left(\eta u_{i,j}^{(e)h} \,,\, \phi_{,j} \right) = \eta \left(\{\phi\}_{,1} \{\phi\}_{,1}^{T} + \{\phi\}_{,2} \{\phi\}_{,2}^{T} \,,\, \{U1\}^{(e)} \right) \quad , \tag{19}$$

◇ dla wyrazu ciśnieniowego

$$\left(\lambda u_{i,j}^{(e)h} \,,\, \phi_{,j} \right) = \lambda \left(\{\phi\}_{,i} \{\phi\}_{,1}^{T} \,,\, \{U1\}^{(e)} \right) + \lambda \left(\{\phi\}_{,i} \{\phi\}_{,2}^{T} \,,\, \{U2\}^{e} \right) \quad , \tag{20}$$

◇ dla wyrazu minimalizującego błąd aproksymacji

$$\begin{aligned} &\left(\beta_{i1} \left(\{U1\}^{(e)T} \{\phi\}^{(e)} \{\phi\}^{(e)}_{,1} \{\phi\}^{(e)T}_{,1} + \{U2\}^{(e)T} \{\phi\}^{(e)} \{\phi\}^{(e)}_{,1} \{\phi\}^{(e)T}_{,2} \right) \,,\, \{U1\}^{(e)} \right) + \\ &\left(\beta_{i2} \left(\{U1\}^{(e)T} \{\phi\}^{(e)} \{\phi\}^{(e)}_{,2} \{\phi\}^{(e)T}_{,1} + \{U2\}^{(e)T} \{\phi\}^{(e)} \{\phi\}^{(e)}_{,2} \{\phi\}^{(e)T}_{,2} \right) \,,\, \{U1\}^{(e)} \right) \end{aligned} \tag{21}$$

Wartosci poszczególnych iloczynów skalarnych obliczono wykorzystając metodę Gaussa

$$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f(\eta_1,\eta_2)\, d\eta_1 d\eta_2 = \sum_{i=1}^{Q}\sum_{i=1}^{Q} H_i H_j\, f(\xi_i,\xi_j) \quad , \tag{22}$$

przy czym w niniejszej pracy przyjęto kwadraturę pięciopunktową (Q=5).

Przyjmijmy za [4] uproszczony sposób kodowania macierzy (hipermacierzy) powstających w wyniku obliczania iloczynów skalarnych. Dowolną macierz zapisujemy jako

$$[\, Mabbb\ldots \,] \tag{23}$$

przy czym:

◇ M określa wymiar elementu skończonego:

A ,dla elementu 1D;
B ,dla elementu 2D;
C ,dla elementu 3D;

◇ a jest liczbą całkowitą określającą ilość macierzy $\{\Phi\}$;
◇ b jest liczbą określającą współrzędną, po której różniczkowana jest macierz $\{\Phi\}$.
Układ równań modelowych możemy więc zapisać ostatecznie w formie

$$\begin{aligned} &- \rho(\{U1\}^{(e)T}[B3010] + \{U2\}^{(e)T}[B3020])\{UI\}^{(e)} \\ &+ \eta(\{B211\} + \{B222\})\{UI\}^{(e)} \\ &+ \beta_{i1}(\{U1\}^{(e)T}[B3011] + \{U2\}^{(e)T}[B3012])\{UI\}^{(e)} \\ &+ \beta_{i2}(\{U1\}^{(e)T}[B3021] + \{U2\}^{(e)T}[B3022])\{UI\}^{(e)} \\ &+ \lambda([B2I1]\{U1\}^{(e)} + [B2I2]\{U2\}^{(e)}) = \{0\} \end{aligned} \tag{24}$$

4. LINEARYZACJA UKŁADU RÓWNAŃ MODELOWYCH

Niezależnie od przyjętego sposobu aproksymacji dla równania Naviera-Stokesa uzyskuje się schemat nieliniowy z racji występowania składowej konwekcyjnej transportu pędu. W konsekwencji konieczne jest przeprowadzenie linearyzacji układu równań (24). Jedną z wielu możliwych do zastosowania metod jest metoda Newtona-Raphsona, charakteryzująca się relatywnie dużą skutecznością [3].

Zapiszmy zależność (24) w następującej formie

$$\begin{aligned} \{FI\}^{(e)} = &- \rho(\{U1\}^{(e)T}[B3010] + \{U2\}^{(e)T}[B3020])\{UI\}^{(e)} \\ &+ \eta(\{B211\} + \{B222\})\{UI\}^{(e)} \\ &+ \beta_{i1}(\{U1\}^{(e)T}[B3011] + \{U2\}^{(e)T}[B3012])\{UI\}^{(e)} \quad , \\ &+ \beta_{i2}(\{U1\}^{(e)T}[B3021] + \{U2\}^{(e)T}[B3022])\{UI\}^{(e)} \\ &+ \lambda([B2I1]\{U1\}^{(e)} + [B2I2]\{U2\}^{(e)}) \end{aligned} \tag{25}$$

Zatem dla kierunków transportu pędu I = 1, 2 mamy:

$$\begin{aligned} \{F1\}^{(e)} = &- \rho(\{U1\}^{(e)T}[B3010] + \{U2\}^{(e)T}[B3020])\{U1\}^{(e)} \\ &+ \eta(\{B211\} + \{B222\})\{U1\}^{(e)} \\ &+ \beta_{11}(\{U1\}^{(e)T}[B3011] + \{U2\}^{(e)T}[B3012])\{U1\}^{(e)} \quad , \\ &+ \beta_{12}(\{U1\}^{(e)T}[B3021] + \{U2\}^{(e)T}[B3022])\{U1\}^{(e)} \\ &+ \lambda([B211]\{U1\}^{(e)} + [B212]\{U2\}^{(e)}) \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} \{F2\}^{(e)} = &- \rho(\{U1\}^{(e)T}[B3010] + \{U2\}^{(e)T}[B3020])\{U2\}^{(e)} \\ &+ \eta(\{B211\} + \{B222\})\{U2\}^{(e)} \\ &+ \beta_{21}(\{U1\}^{(e)T}[B3011] + \{U2\}^{(e)T}[B3012])\{U2\}^{(e)} \quad , \\ &+ \beta_{22}(\{U1\}^{(e)T}[B3021] + \{U2\}^{(e)T}[B3022])\{U2\}^{(e)} \\ &+ \lambda([B221]\{U1\}^{(e)} + [B222]\{U2\}^{(e)}) \end{aligned} \tag{27}$$

Poszczególne składowe jakobianu

$$[\,\mathfrak{J}IJ\,] = \frac{\partial\{FI\}^{(e)}}{\partial\{UJ\}^{(e)}}\,, \tag{28}$$

określone są równaniami:

$$\begin{aligned}\{\mathfrak{J}11\}^{(e)} = &-\rho(\,2\{U1\}^{(e)T}[B3010] + \{U2\}^{(e)T}[B3020]\,)\\ &+\eta(\,\{B211\} + \{B222\}\,)\\ &+\beta_{11}\,(\,\{U1\}^{(e)T}([B3011]+[B3110]) + \{U2\}^{(e)T}[B3012]\,)\,,\\ &+\beta_{12}\,(\,\{U1\}^{(e)T}([B3021]+[B312]) + \{U2\}^{(e)T}[B3022]\,)\\ &+\lambda(\,[B211]\,)\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}\{\mathfrak{J}12\}^{(e)} = &-\rho(\,\{U1\}^{(e)T}[B3020]\,)\\ &+\beta_{11}\,(\,\{U1\}^{(e)T}[B3210]\,)\,,\\ &+\beta_{12}\,(\,\{U1\}^{(e)T}([B3220])\\ &+\lambda(\,[B212]\,)\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}\{\mathfrak{J}21\}^{(e)} = &-\rho(\,\{U2\}^{(e)T}[B3020]\,)\\ &+\beta_{21}\,(\,\{U2\}^{(e)T}[B3210]\,)\,,\\ &+\beta_{22}\,(\,\{U2\}^{(e)T}([B3220])\\ &+\lambda(\,[B221]\,)\end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}\{\mathfrak{J}22\}^{(e)} = &-\rho(\,\{U1\}^{(e)T}[B3010] + 2\{U2\}^{(e)T}[B3020]\,)\\ &+\eta(\,\{B211\} + \{B222\}\,)\\ &+\beta_{21}\,(\,\{U1\}^{(e)T}[B3011] + \{U2\}^{(e)T}([B3012]+[B210])\,)\,.\\ &+\beta_{22}\,(\,\{U1\}^{(e)T}[B3021] + \{U2\}^{(e)T}([B3022]+[B3220])\,)\\ &+\lambda(\,[B222]\,)\end{aligned} \tag{32}$$

Zlinearyzowaną postać zależności aproksymacyjnej (24) możemy zapisać w formie

$$S_{ij}^{(e)}\begin{bmatrix}[\mathfrak{J}11]^{(e)} & [\mathfrak{J}12]^{(e)}\\ [\mathfrak{J}21]^{(e)} & [\mathfrak{J}22]^{(e)}\end{bmatrix}^{[m]}\begin{bmatrix}\{\delta U1\}^{(e)}\\ \{\delta U2\}^{(e)}\end{bmatrix}^{[m+1]} = -\begin{bmatrix}\{F1\}^{(e)}\\ \{F2\}^{(e)}\end{bmatrix}^{[m]}\,, \tag{33}$$

przy czym macierze

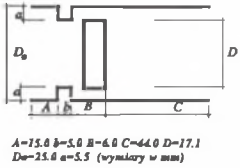
$$\{\delta U1\}^{(e)}\,,\ \{\delta U2\}^{(e)} \tag{34}$$

są poprawkami dla kroku iteracyjnego [m+1] oraz obliczamy jako sumę

$$\begin{bmatrix} \{U1\}^{(e)} \\ \{U2\}^{(e)} \end{bmatrix}^{[m]} + \begin{bmatrix} \{\delta U1\}^{(e)} \\ \{\delta U2\}^{(e)} \end{bmatrix}^{[m+1]} = \begin{bmatrix} \{U1\}^{(e)} \\ \{U2\}^{(e)} \end{bmatrix}^{[m+1]} \tag{35}$$

wartości prędkości dla kroku [m+1].

6. PRZYKŁAD OBLICZEŃ SYMULACYJNYCH DLA ZAGADNIENIA OPŁYWU SZTUCZNEJ ZASTAWKI AORTYCZNEJ



Rys.1. Schemat otwartej sztucznej zastawki płytkowej
Fig.1. Schematic of the fully opened model disk valve

Jako przykład zastosowania sformułowanego modelu obliczeniowego rozważono sztuczną zastawkę płytkową, o schemacie przedstawionym na rysunku 1. Podstawowe wymiary przyjęto wg informacji zamieszczonych w [1,7].

W odniesieniu do obszaru przepływowego zastosowano aproksymację skończenie elementową wprowadzając 260 węzłów globalnych i 166 elementów skończonych izoparametrycznych rzędu pierwszego.

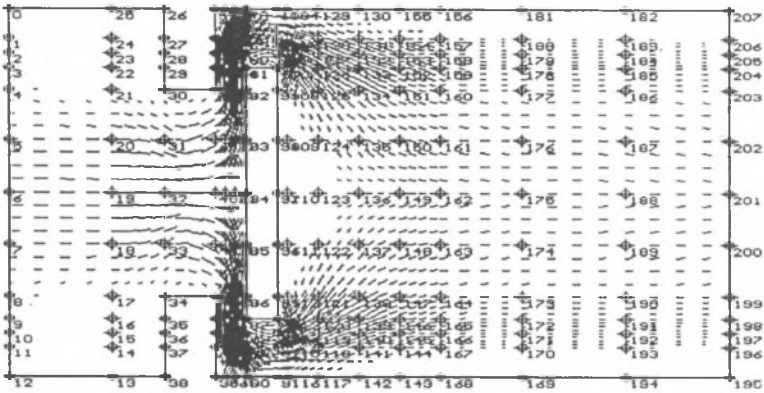
Obliczenia przeprowadzono dla przepływu laminarnego,przy założeniu że liczba Reynoldsa osiąga wartość: 250, 500, 1000.Współczynnik dynamiczny lepkości przyjęto jako 0.385e-3.

Dla przekroju wlotowego oraz ścian bocznych nałożono warunek brzegowy Dirichleta. W przekroju wlotowym przyjęto rozkład paraboliczny odpowiadający założonym wartościom liczby Reynoldsa, a wzdłuż ścianek bocznych wartości zerowe.

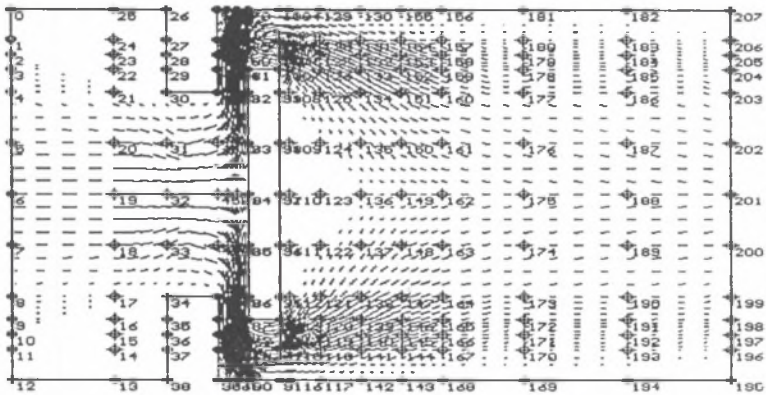
W odniesieniu do przekroju wylotowego założono warunek von Neumana zerowania się naprężeń stycznych.

Wyniki obliczeń zestawiono na załączonych rysunkach 2,3,4,5,6,7 stanowiących zrzuty ekranów zawierających wykresy orientacji wektorów prędkości (długości odcinków były wykreślane proporcjonalnie do modułu wektora) oraz rozkłady pola prędkości w sąsiedztwie zastawki (kolor odpowiada,wg skali na marginesie wykresu, modułowi prędkości).

Analizując ewolucję pola prędkości na wyróżnienie zasługują dwa zasadnicze obszary. Pierwszy z nich znajduje się bezpośrednio między pierścieniem zewnętrznym a elementem zamykającym zastawki.Charakteryzuje się, niezależnie od warunków przepływu, znacznym wzrostem prędkości,co jest konsekwencją dużego przewężenia przekroju czynnego aorty.



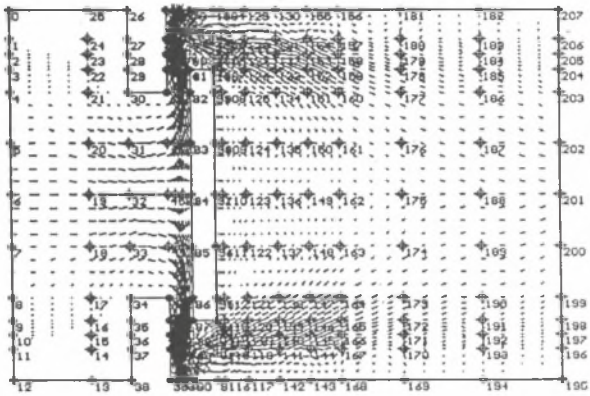
Rys.2. Orientacja wektorów prędkości dla Re=250
Fig.2. Velocity vectors at Re=250



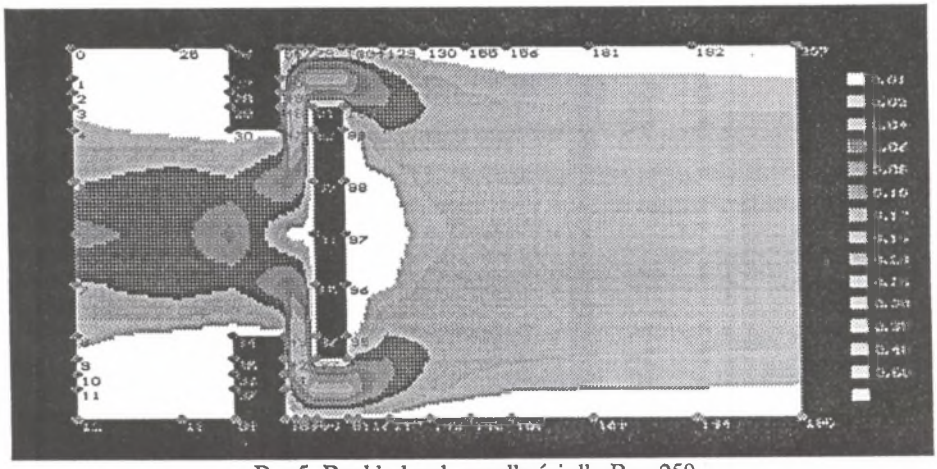
Rys.3. Orientacja wektorów predkości dla Re=500
Fig.3. Velocity vectors at Re=500

Obszar ten posiada decydujący wpływ na tworzenie formacji zakrzepowych, a więc na występowanie zjawiska hemolizy. Powstające tam formacje zakrzepowe unoszone są w pobliżu ścianek aorty - drogę transportu można prześledzić na rys.4. oraz rys.7. - na łuk aorty.

Zachodzące tu zjawiska posiadają także wpływ na rozdział krwi między poszczególne tętnice główne układu naczyniowego, a więc i ukrwienie poszczególnych organów. Obszar drugi, stanowiący ślad elementu zamykającego, ulega wyraźnemu wykształceniu dopiero w zakresie

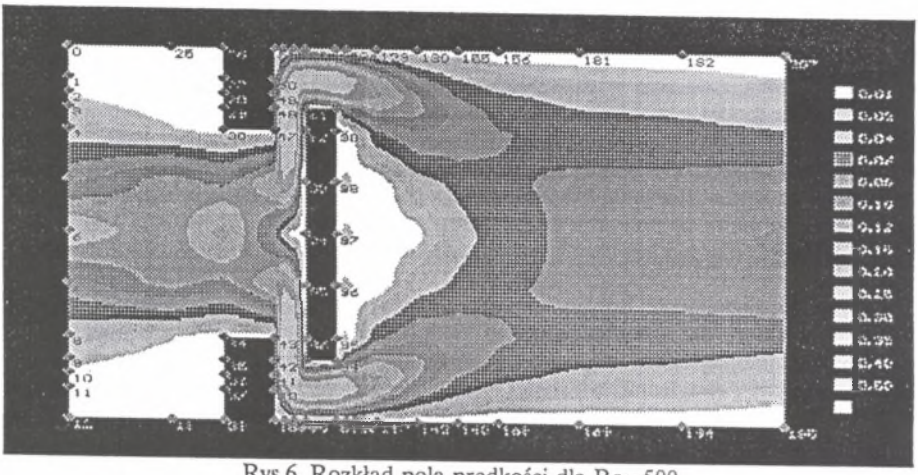


Rys.4. Orientacja wektorów prędkości dla Re=1000
Fig.4. Velocity vectors at Re=1000

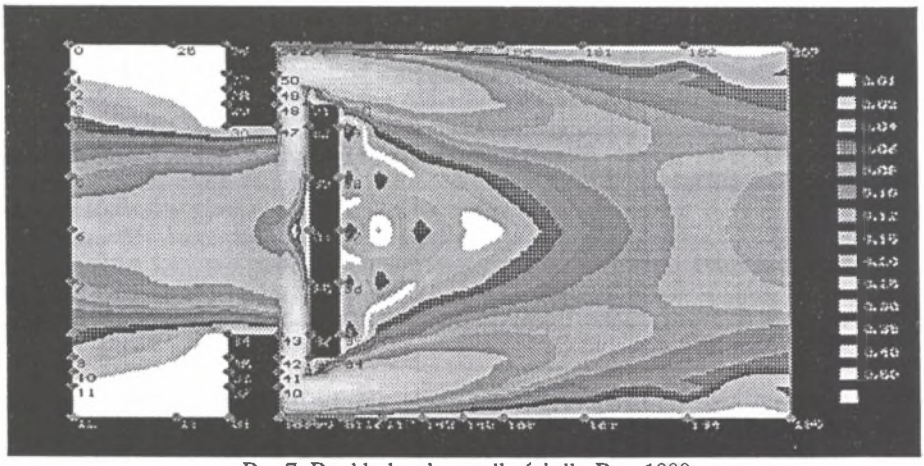


Rys.5. Rozkład pola prędkości dla Re=250
Fig.5. Velocity field distribution at Re=250

większych wartości liczby Reynoldsa (Re>500). Stanowi on strefę martwą przepływu i powoduje zmiejszenie czynnego przekroju przepływowego. Z drugiej strony, w obszarze tym, co widoczne jest wyraźnie na rys.7., następuje tworzenie wielkoskalowych struktur wirowych.



Rys.6. Rozkład pola predkości dla Re=500
Fig.6. Velocity field distribution at Re=500



Rys.7. Rozkład pola predkości dla Re=1000
Fig.7. Velocity field distribution at Re=1000

7. PODSUMOWANIE

Analiza strony hemodynamicznej funkcjonowania sztucznej zastawki aortycznej stanowi ważny element analizy i doskonalenia jej konstrukcji. Jedną z wielu dostępnych tu metod tworzenia modeli obliczeniowych jest metoda elementów skończonych,wyróżniająca się dużą efektywnością i stopniem uogólnienia uzyskiwanych aproksymacji. Modele otrzymywane tą

drogą są zdecydowanie słabiej powiązane z określoną konfiguracją geometryczną w przeciwieństwie do wyników zastosowań innych metod (w szczególności metody różnic skończonych). Również wprowadzenie odpowiednich warunków brzegowych jest czynnością prostą i naturalną, zwłaszcza w odniesieniu do warunków von Neumana.

Formułując model symulacyjny, należy uwzględniać fakt, iż jakość wyników końcowych warunkowana jest chrakterem równań różniczkowych, jakie posłużyły do sformułowania modelu. Zakładając modelowanie przepływu w zakresie niskich liczb Reynoldsa, można wykorzystywać wprost równania Naviera-Stokesa (jak miało to miejsce w niniejszej pracy). Jednak w odniesieniu do przepływów charakteryzujących się liczbą Reynoldsa rzędu kilku tysięcy i więcej konieczne jest zastosowanie równań formułowanych dla wielkości średnich-czasowych.

Oczywiście zagadnienie opływu zastwaki aortycznej posiada zdecydowanie bardziej złożony charakter, niż przedstawiono to w niniejszej pracy. Chcąc stworzyć model obliczeniowy ujmujący całość w sposób kompleksowy, należałoby przeanalizować w sposób bardziej wnikliwy i uwzględnić: własności medium, odkształcalność kanału oraz ruch samej zastawki. W chwili obecnej brak jest jednak jeszcze wielu elementów niezbędnych do utworzenia modelu tak ogólnego.

LITERATURA

[1] WOJNAROWSKI J.: Modelowanie przepływu krwi przez sztuczne zastawki serca, "Zeszyty Naukowe Pol.Śl.", Mechanika z.112, Gliwice 1991, s.116-186.

[3] CHUNG T.J.: Finite Element Analysis in Fluid Dynamics, McGraw-Hill, New York 1978.

[4] BAKER A.J.: Finite Element Computational Fliud Mechanics, McGraw-Hill, New York 1983.

[5] TEMAM R.: Navier-Stokes Equation.Theory and Numarical Analysis, North-Holand, Amsterdam 1979.

[6] LEI M.,VAN STEENHOVEN A.A.,VAN CAMPEN D.H.: Experimental and Numerical Analysis of the Steady Flow Field Around on Aortic Björka-Shiley Standard Valve Prosthesis, "J.Biomechanics", Vol.25, No.3, 1992, s.213-22.

[7] FIGLIOLA R.S., MUELLER T.J.: Fluid Stress in the Vicinity of Disk, Ball, and Tilting Disk Prosthetic Heart Valves From In-Vitro Measurement, "J. Biomechanical Eng.", Vol.99,1977, s.173-177.

[8] HUGHES P.R.J., LIU W.K., BROOKS A.: Review of Finite Element Analysis of Incompresible Viscous Flows by the Penalty Function Formulatin, "J.Comp.Phys.", Vol.30, No 1, 1979, s.1-60.

[9] REDDY J.N.: On Penalty Function Methods in Finite Element Analysis of Flow Problems, "Int.J.Numer.Meth.Fluids", Vol.2, 1982, s.151-171.

[10] UNDERWOOD F.N.,MUELLER T.J.: Numerical Study of the Steady Axisynetric Flow Through a Disk-Type Prosthetic Heart Valve in a Constatnt Diameter Chamber, "J.Bimech.Eng.", Vol.99, 1977, s.91-97

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Lamber

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1993 r.

Abstract

Hemodynamical sphere analysis of aortic artificial valves running makes a significant improvement and optimization element of their construction.

In this work it has been formulated a numeric model which enables distributions analysis of velocity field basing on continuity equation (1) and Navier-Stokes momentum equation (2). A finite element aproximation was carried out basing on penalty function algorithm - equation (14) [3,4]. A condition of weighted residuals in Galerkin formulation was used as a optimization's solution criterion, where orthogonal projection of residual is set in relation to basis function. Motion equiation (15) was then lineared by Newton-Raphson's method. As a consequence a lineared form of model equations was obtained - relationship (33) - used directly to simulated calculations.

An examplary computational were realized for model disk and Starr-Edward's ball valve for Reynolds number 250 ,500 and 1000. The results of carried out numeric experiments have confirmation in experimrntal work of Figliola, Müller and Underwood [7,10], Fig.2,3,4,5,6,7 and have proved usefullness and value of formulated numerical model for analysis of an impact of geometry on flow effects in a model aortic valve's proximity.