ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1999
Seria: ENERGETYKA z. 131 Nr kol. 1427

Stanisław Jerzy GDULA
Politechnika Łódzka, Filia w Bielsku-Białej

MODELOWANIE PRZEMIANY ADIABATYCZNEJ GAZU RZECZYWISTEGO

Streszczenie. Przedstawiono inny sposób obliczania pracy technicznej adiabaty gazu rzeczywistego oparty na wykorzystaniu bilansu energii, w nawiązaniu do postaci tego bilansu w odniesieniu do gazu doskonałego. Zaproponowano *temperaturowy współczynnik pracy* w_s, zastępujący ciepło właściwe c_p występujące w równaniu dla gazu doskonałego.

MODELLING OF THE ADIABATIC PROCESS FOR THE REAL GAS

Summary. Different method of calculation of the shaft work of the adiabatic process for the real gas, based on the energy balance equation, was given. This method was referred to the form of this eqation for the ideal gas. So called temperature coefficient of work w_s, that replaces the cpecific heat at constant pressure in the ideal gas equation, was introduced..

Modele przemian gazu rzeczywistego nawiązują do prostych modeli tych przemian, dotyczących gazu doskonałego lub półdoskonałego. Najczęściej uzmienniane są w funkcji temperatury i ciśnienia stałe współczynniki modelu gazu doskonałego. W przypadku adiabaty powszechnie jest stosowane uzmiennienie wykładnika adiabaty we wzorze na pracę, uzyskanym z definicji pracy

$$\kappa = -\frac{v}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s = \frac{c_p}{c_v}\frac{v}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = \kappa(T,p). \tag{1}$$

Ustalając wykładnik κ (np. wartość $\kappa(T_1,p_1)$ dla stanu początkowego), możemy wyznaczyć jednostkową pracę techniczną jak dla gazu doskonałego

$$l_{t1-2} \cong \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]. \tag{2}$$

Praca techniczna adiabaty może też być wyznaczana z bilansu jako spadek entalpii

$$\mathrm{d}l_t = -\mathrm{d}h, \qquad l_{t1-2} = h_1 - h_2. \tag{3}$$

Dla gazu doskonałego

$$\mathrm{d}l_t^* = -c_p \mathrm{d}T, \qquad l^*_{t1-2} = c_p(T_1 - T_2). \tag{4}$$

Dla gazu rzeczywistego, przez analogię do gazu doskonałego, poszukujemy zależności pomiędzy pracą techniczną i zmianą temperatury, w postaci

$$\mathrm{d}l_t = -\mathrm{d}h = -w_s \mathrm{d}T. \tag{5}$$

Współczynnik w_s można nazwać *temperaturowym współczynnikiem pracy technicznej*

$$w_s = \left(\frac{\partial l_t}{\partial T} \right)_s = -\left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_s. \tag{6}$$

Aby z powyższej definicji uzyskać równanie do efektywnego obliczania współczynnika w_s, skorzystajmy z fundamentalnych równań

$$\mathrm{d}h = c_p \mathrm{d}T + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] \mathrm{d}p, \tag{7}$$

$$T\mathrm{d}s = c_p \mathrm{d}T - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \mathrm{d}p = 0. \tag{8}$$

Ze skojarzenia tych równań wynika

$$\mathrm{d}h = \frac{c_p}{\frac{T}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p} \mathrm{d}T, \tag{9}$$

a więc

$$w_s = \frac{c_p}{\frac{T}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}. \tag{10}$$

Jeżeli termiczne równanie stanu ma postać $p = p(T,v)$, można skorzystać z tożsamości

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v = -1 \tag{11}$$

otrzymując

$$w_s = -c_p \frac{v}{T} \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T}{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v}. \tag{12}$$

Dla skończonego odcinka 1-2 przemiany

$$l_{t1-2} \cong w_s(T_1 - T_2). \tag{13}$$

Temperaturę końcową T_2 obliczamy w sposób przybliżony z zależności słusznej dla gazu doskonałego

$$T_2 \cong T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \tag{14}$$

Wykładnik adiabaty $k = k(T,p)$ jest odmienny od wykładnika κ (równanie (1)). Jego wartość obliczamy z zależności [1]

$$\frac{k-1}{k} = \frac{p}{c_p}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p. \tag{15}$$

Szczegółowe obliczenia wykonano dla pary wodnej, korzystając z kanonicznego równania stanu IAPWS95 [2] o postaci

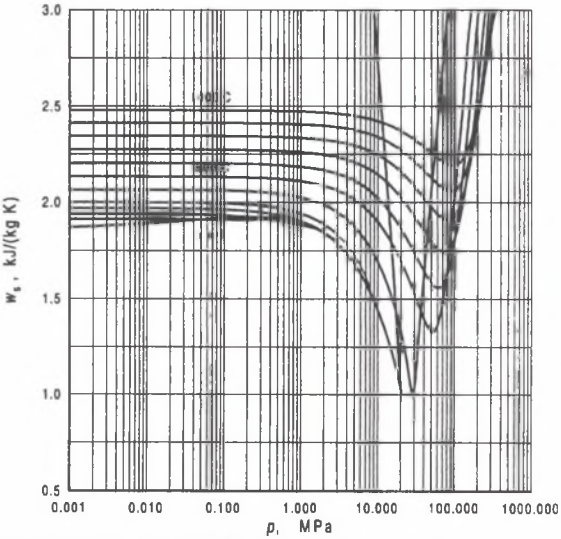
$$f = u - Ts = f(T,v). \tag{16}$$

Temperaturowy współczynnik pracy technicznej w_s oraz wykładnik adiabaty κ wyrażają się następująco przez pochodne potencjału f

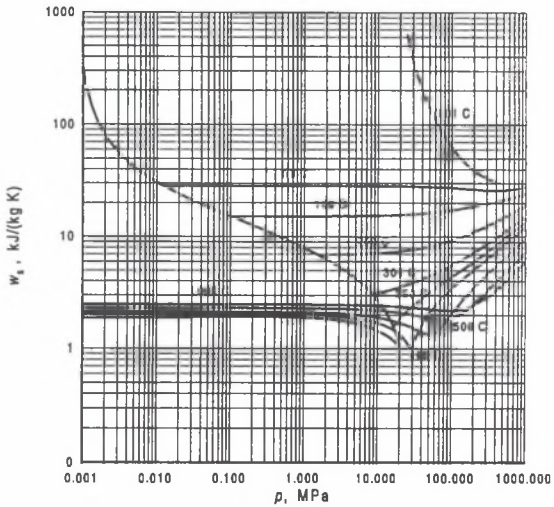
$$w_s = \frac{\upsilon\left(f_{TT} f_{\upsilon\upsilon} - f^2{}_{T\upsilon}\right)}{f_{T\upsilon}}, \tag{17}$$

$$\frac{k-1}{k} = \frac{f_\upsilon f_{T\upsilon}}{T\left(f^2{}_{T\upsilon} - f_{TT} f_{\upsilon\upsilon}\right)}. \tag{18}$$

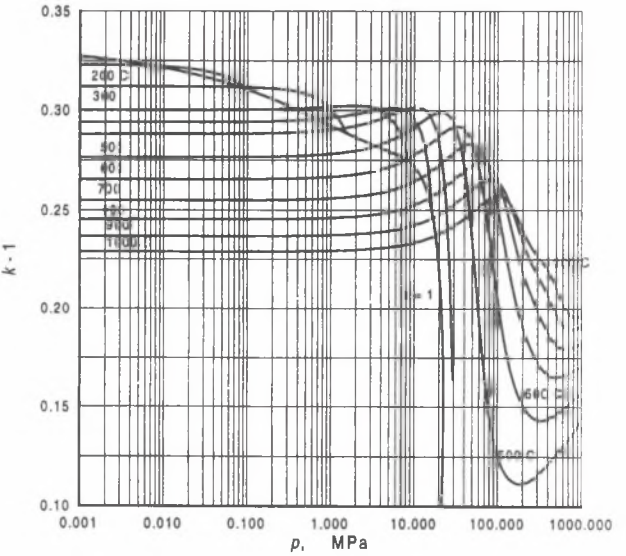
Na rysunkach 1 – 4 przedstawiono wykresy zależności w_s oraz (k – 1) dla wody i pary wodnej od temperatury i ciśnienia.



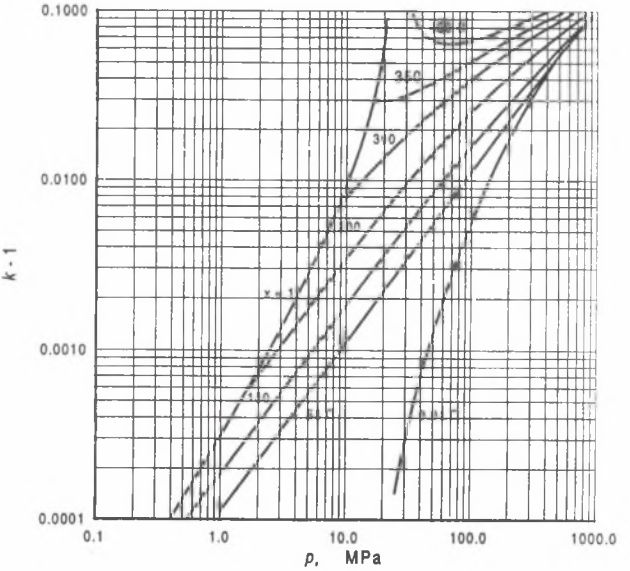
Rys. 1. Temperaturowy współczynnik pracy technicznej w_s dla pary wodnej
Fig.1. Temperature coefficient of work w_s for the steam



Rys. 2. Temperaturowy współczynnik pracy technicznej w_s dla wody
Fig.2. Temperature coefficient of work w_s for the water



Rys. 3. Temperaturowy wykładnik izentropy k dla pary wodnej
Fig.3. Temperature isentropic exponent k for the steam



Rys. 4. Temperaturowy wykładnik izentropy k dla wody
Fig.4. Temperature isentropic exponent k for the water

Przykład liczbowy

Para wodna o parametrach początkowych: p_1 = 15 MPa t_1 = 500°C rozpręża się adiabatycznie odwracalnie do ciśnienia p_2 = 5 MPa. Należy obliczyć jednostkową pracę techniczną $l_{t\,1\text{-}2}$ tej przemiany. Rozwiązując ściśle ten problem, wyznaczamy z warunku $s(t_2, p_2) = s_1$ temperaturę końcową t_2 = 328.89 i następnie pracę techniczną $l_{t\,1\text{-}2} = h(t_1,p_1) - h(t_2,p_2)$ = 304.81 kJ/kg. Dla rozwiązania przybliżonego wyznaczamy dla parametrów t_1, p_1 wartość temperaturowego współczynnika pracy technicznej w_s = 1.7625 kJ/(kg K). Końcową temperaturę t_2 wyznaczamy z równania (14) - t_2 = 327.85 °C, a jednostkową pracę techniczną z równania (13) $l_{t\,1\text{-}2}$ = 303.41. Względny błąd obliczenia pracy wynosi ε = 0.46%.

LITERATURA

1. Barehboim A.B., Stiepanowa L.A.: Chołodilnaja tiechnika, 1967, 4, s.18-21.
2. IAPWS Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. IAPWS Secretariat.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Chmielniak

Abstract

Different method of calculation the shaft work of the adiabatic process for the real gas, based on the energy balance equation, was given. This method was referred to the form of this equation for the ideal gas. So called *temperature coefficient of work* w_s (Eq.(6)), that replaces the specific heat at constant pressure in the ideal gas equation (Eqs.(4),(10),(12),(13), Fig.(3),(4)) was introduced. Final temperature T_2 of the process is calculated from Eq.(14) using adiabatic exponent defined by Eq.(15) and presented for steam in Fig.(3) and (4).