ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993

Seria: MECHANIKA z. 113 Nr kol. 1198

Andrzej BUCHACZ, Józef WOJNAROWSKI

Katedra Mechaniki Robotów i Maszyn Roboczych Ciężkich
Politechnika Śląska

SYNTEZA DRGAJĄCYCH SKRĘTNIE UKŁADÓW PRĘTOWYCH O STRUKTURZE KASKADOWEJ W UJĘCIU GRAFÓW I LICZB STRUKTURALNYCH

Streszczenie. Przedstawiono syntezę układu drgającego skrętnie o strukturze kaskadowej stosując dwie metody: rozkładu charakterystyki na ułamek łańcuchowy oraz metodę kaskadową w reprezentacji grafów. Prezentowane rozważania zilustrowano przykładami syntezy układów prętowych o odcinkowo stałym przekroju.

THE SYNTHESIS OF TORSIONALLY VIBRATING BAR SYSTEMS CHARACTERIZED BY A CASCADE STRUCTURE WITH THE AID OF GRAPHS AND STRUCTURAL NUMBERS.

Summary. The synthesis of torsionally vibrating cascade-structured system is presented here with the aid of two methods: the continued fraction expansion method of a characteristics and the cascade method represented by graphs. The solutions are illustrated of the synthesis of constant cross-section bar systems.

СИНТЕЗ КРУТИЛЬНО КОЛЕБЛЮЩИХСЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С КАСКАДНОЙ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИРОВАННЫХ ГРАФАМИ И СТРУКТУРНЫМИ ЧИСЛАМИ

Резюме. Представлен синтез крутильно колеблющейся системы с каскадной структурой используя два метода: разложения характеристики в цепную дробь и каскадный метод, описанных графами. Рассмотриваемые проблемы иллюстрируются примерами синтеза стержневых систем с постоянным сечением по отрезкам.

1. WPROWADZENIE

Nieustannie rosnące wymagania stawiane układom mechanicznym, a dotyczące np. prędkości roboczych, dokładności pozycjonowania, sterowania czy gabarytów powodują formułowanie wielu nowych zadań naukowych. Nie zawsze można je rozwiązać stosując klasyczne zasady mechaniki. Stwarza to konieczność poszukiwania i stosowania nowych metod projektowania takich układów.

Elementy przekształcające drgania, które zapewniają realizację przedstawionych wyżej wymagań, znalazły zastosowania w wielu rozwiązanich konstrukcyjnych silników wibracyjnych [1,2].

Wyznaczenie parametrów elementów stosowanych w tych urządzeniach spowodowało konieczność opracowania metody projektowania drgających wzdłużnie lub skrętnie układów prętowych. Podstawę do opracowania tej metody dały rozwijane od kilkunastu lat w ośrodku gliwickim zastosowania grafów i liczb strukturalnych [3,4,5]. Głównym celem prac nad metodami syntezy układów, które sformułowano i rozwiązano w [6], jest potwierdzenie hipotezy, iż:

"Metoda syntezy rozważanej klasy układów ciągłych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych może stać się dogodnym aparatem algebraicznym wspomagania projektowania elementów mechanicznych systemów maszyn o żądanym widmie częstości".

Wykazaniu słuszności takiego stwierdzenia poświęcono również niniejsze opracowanie. W odróżnieniu od pracy [6], gdzie poddano syntezie drgające wzdłużnie układy prętowe, w tej pracy sformułowano problem syntezy układów prętowych drgających skrętnie. Takie ujęcie, chociaż formalnie podobne do zagadnienia syntezy układów drgających wzdłużnie, umożliwia z jednej strony otrzymanie różnych rozwiązań liczbowych syntezowanych struktur, mając na uwadze rozrzut parametrów, a z drugiej rozszerzenie klasy tychże struktur przy spełnieniu założeń formułowanych odnośnie do układów prętowych, szczególnie jeżeli chodzi o zgodność tych założeń z eksperymentem.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU SYNTEZY

Synteza jest zadaniem polegającym na poszukiwaniu struktury układu o parametrach rozłożonych w sposób ciągły, spełniającego określone wymagania, dotyczące realizowania żądanych zjawisk dynamicznych, ponieważ model o parametrach skupionych, otrzymamy w wyniku syntezy układów dyskretnych, okazuje się zbyt odległy od obiektu rzeczywistego.

Ponadto problem syntezy dyskretnych układów fizycznych, mechanicznych, a przede wszystkim elektrycznych i elektronicznych jest bardzo dobrze poznany. Jednocześnie występuje wyraźny brak w dostępnej literaturze, opracowań ogólnej metody syntezy mechanicznych układów ciągłych. W pracach na ten temat autorzy podkreślają, że problem syntezy układów o parametrach rozłożonych w sposób ciągły znajduje się w początkowym stadium rozwoju.

Powstaje więc problem sformułowania i rozwiązania zadania syntezy układów ciągłych. Zadanie to rozwiązywano dotąd w ten sposób, że wyznaczano parametry pręta pełnego, prostopadłościennego lub tulei (zależnie od drgań wzdłużnych lub skrętnych) z równania częstości drgań własnych i to tylko na podstawie pierwszej częstości drgań. Problem realizacji widma dla wyższych częstości w takim ujęciu jest nierozwiązalny.

Pierwszą próbę rozwiąznia tego problemu w przypadku widma częstości podjęto w ośrodku gliwickim w pracy [6].

W niniejszym opracowaniu zastosowano do syntezy charakterystyki dynamicznej układu drgającego skrętnie o strukturze kaskadowej metody: rozkładu charakterystyki na ułamek łańcuchowy oraz rekurencyjną metodę kaskadową w reprezentacji grafów [6]. Prezentowane rozważania zilustrowano przykładami syntezy układów prętowych o odcinkowo stałym przekroju i liczbie odcinków n = 3.

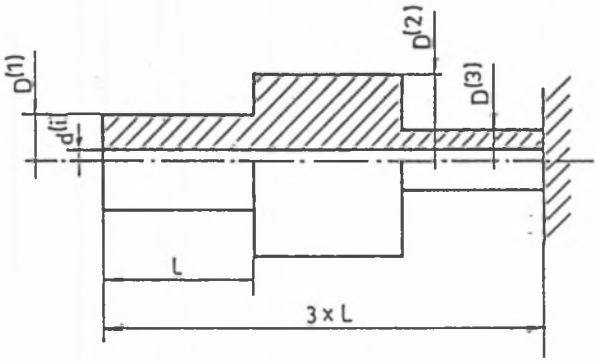
3. SYNTEZA DRGAJĄCYCH SKRĘTNIE UKŁADÓW PRĘTOWYCH O STRUKRTURZE KASKADOWEJ W UJĘCIU GRAFÓW I LICZB STRUKTURALNYCH

Sposób prowadzenia syntezy prezentowanymi metodami szczegółowo omówiono w [6]. W niniejszej pracy przedstawiono przykłady syntezy układów o odcinkowo stałym przekroju w przypadku liczby odcinków n=3 i o strukturze kaskadowej, stosując opracowane opragramowanie i to dotyczące zrówno syntezy, jak również sprawdzenia poprawności otrzymanych wyników na drodze analizy.

Zadanie syntezy w takim przypadku sprowadza się do spełnienia wymagań podanych w postaci biegunów (f_0 = 0 kHz, f_2 = 20 kHz) i zer (f_1 = 7 kHz) charakterystyki dynamicznej. Po przyjęciu własności fizycznych tworzywa stosowanego w silnikach wibracyjnych na elementy przekształcające drgania, czyli piezoceramiki na osnowie tytanianiu baru, a więc ρ = 5500 kg/m^3 i modułu Kirchhoffa G = 4400 MPa, oraz długości elementu podstawowego l = 5 mm i rodzaju podparcia syntezowanego układu, wyniki obliczeń numerycznych syntezy przedstawiono w tablicach 1 i 2 (dobierając H=100, 200 oraz d=1 lub 2 mm - w przypadku przyjęcia przekrojów rurowych pręta), natomiast geometryczną postać konstrukcyjną modelu układu ciągłego - na rys. 1.

Z otrzymanych obydwiema metodami syntezy wymiarów poprzecznych układu prętowego należy brać pod uwagę tylko te, które wyznaczono retransformując wyniki metody kaskadowej (tabl. 2). Wyniki otrzymane metodą rozkładu

charakterystyki na ułamek łańcuchowy służą tylko do ustalenia znaków odchyłek wymiarów poprzecznych.



Rys. 1. Geometryczna postać konstrukcyjna układu utwierdzonego
Fig. 1. Geometrical case construction of clamped system

Tablica 1

H	100			200		
$d^{(1)} = d$	0	1	2	0	1	2
$D^{(1)}$	2,8446	2,8554	3,0044	3.3828	3,3893	3,4817
$D^{(2)}$	6,0045	6,0056	6,0209	7,1406	7,1412	7,1515
$D^{(3)}$	1,6760	1,7267	2,2108	1,9931	2,0239	2,3743

Uwagi:
- długość elementu podstawowego l = 0,005 mm,
- wymiary poprzeczne układu podano w mm,
- geometryczną postać konstrukcyjną układu pokazano na rys. 2,
- układ zsyntezowano metodą rozkładu charakterystyki na ułamek łańcuchowy.

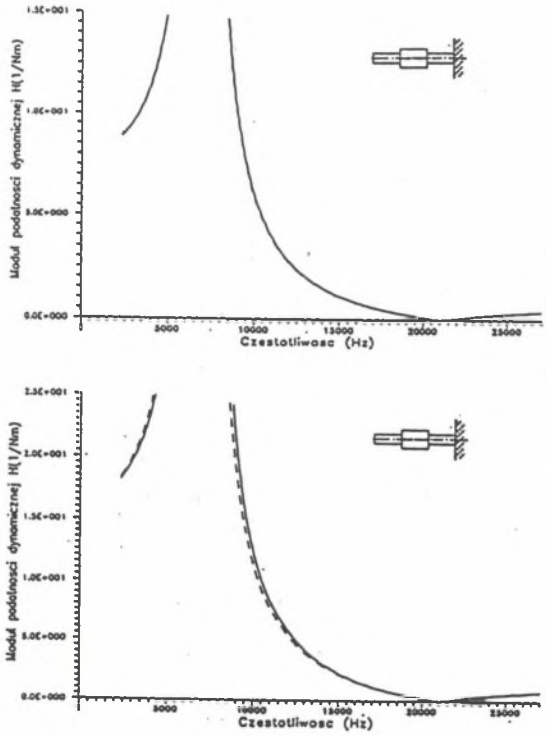
Tablica 2

H	100			200		
$d^{(1)} = d$	0	1	2	0	1	2
$D^{(1)}$	2,8101	2,8213	2,9752	3,3418	3,3484	3,4441
$D^{(2)}$	5,9499	5,9512	5,9689	7,0758	7,0765	7,0870
$D^{(3)}$	1,6812	1,7315	2,2131	1,9993	2,0298	2,3779

Uwagi:
- długość elementu podstawowego l = 0,005 mm,
- wymiary poprzeczne układu podano w mm,
- geometryczną postać konstrukcyjną układu pokazano na rys.6.5,
- układ zsyntezowano rekurencyjną metodą kaskadową.

4. SPRAWDZENIE REZULTATÓW SYNTEZY

Przedstawione rezultaty syntezy należy poddać sprawdzeniu za pomocą analizy i to zarówno w aspekcie teoretycznym, jak i praktycznym. W tym celu sprawdzono otrzymane wartości parametrów za pomocą opracowanych programów. Wyniki obliczeń pokazano na rys. 2, gdzie linią ciągłą i przerywaną oznaczono odpowiednio przebiegi podatności dynamicznej układu zsyntezowanego metodą kaskadową i rozkładu charakterystyki na ułamek łańcuchowy.



Rys. 2. Wykres podatności dynamicznej układu utwierdzonego
Fig. 2. Diagram of dynamical receptance of a clamped system

5. UWAGA KOŃCOWA

Zaprezentowane rezultaty stanowią potwierdzenie słuszności stwierdzenia stanowiącego treść sformułowanej hipotezy.

LITERATURA

[1] Bansevičius P., Ragulskis K.: Vibrodvigateli. Vilnius: Moksklas 1981.

[2] VIBROTECHNIKA-16 sbornik razrabotok. Prospekt wystawy z okazji 60-lecia Szkolnictwa ZSRR. Min. Szkoln. Wyższego i Średniego Lit. SSR, Kowno 1982.

[3] Wojnarowski J.: Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych. PTMTS, Gliwice 1977.

[4] Buchacz A.: Metoda grafów i liczb strukturalnych w drgań złożonych układów mechanicznych. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1978.

[5] Wojnarowski J.: Zastosowanie grafów w analizie drgań układów mechanicznych. PWN, Warszawa-Wrocław 1981.

[6] Buchacz A.: Synteza drgających układów prętowych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. ZN Politechniki Śląskiej, Mechanika, z. 104, Gliwice 1991.

Recenzent: Doc. dr hab. Roman Klaus

Wpłynęło do Redakcji dnia 12.11.1992

Abstract

A synthesis of torsionally vibrating cascade structure system is presented. A method of factoring a characteristic into chain fraction and a cascade method in the graph representation are used. In distinction to work (6), concerning the synthesis of lenghtwisely vibrating bar systems, this work regards a problem of synthesis of torsionally vibrating bar systems. In spite of formal resemblance to the synthesis of lenghtwisely vibrating bar systems, this approach enables to obtain different number solutions for synthesized structures, allowing for dispersion of parameters. On the other hand, it enables to extend the structure class satisfying the assumptions which have been made for bar systems, specially when the conformability of these assumptions with an experiment is concerned. The presented considerations are illustrated with samples of synthesis of bar systems, where bars of constant cross-section are regarded.