

Joachim KOZIOL, Jan SKŁADZIEN

Instytut Techniki Ciepłej  
Politechnika Śląska

MODEL MATEMATYCZNY U-RUROWEGO REKUPERATORA  
RADIACYJNO-KONWEKCYJNEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono w skrócie model matematyczny U-rurowego przeciwprądowego rekuperatora radiacyjno-konwekcyjnego, przy typowych założeniach upraszczających. Rozważania zilustrowano przykładem liczbowym.

MATHEMATICAL MODEL OF THE TUBULAR U-TYPE  
RADIANTLY-CONVECTIVE RECUPERATOR

Summary. The mathematical model of the tubular U-type countercurrent radiantly-convective recuperator is presented in the paper in short. The typical simplifications were assumed. The numerical example illustrates the considerations.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МОДЕЛЬ ТРУБЧАТОГО ПЕТЛЕВОГО  
РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОГО РЕКУПЕРАТОРА

Резюме. В статье представлен вкратце математический модель противоточного трубчатого петлевого радиационно-конвективного рекуператора. Приняты типичные упрощения. Конкретный пример иллюстрирует полученные результаты.

1. WSTĘP

Przeciwprądowy U-rurowy rekuperator radiacyjno-konwekcyjny służy do podgrzewania powietrza za pomocą spalin o stosunkowo wysokiej temperaturze przy dopływie [1-3]. Rozpatrywany wymiennik może być również w prosty sposób przystosowany do równoczesnego podgrzewania powietrza i paliwa gazowego [4]. Podgrzewany czynnik lub czynniki płyną wewnątrz rur o kształcie wydłużonej

litery U. Pomiedzy ramionami rur znajduje się stalowa przegroda cylindryczna, która dzieli rekuperator na część radiacyjną i konwekcyjną. Spaliny płyną przeciwnie, w pierwszej części kanałem wewnątrz przegrody, w drugiej zaś po nawrocie szczeliną utworzoną przez przegrodę cylindryczną i obudowę.

## 2. MODEL MATEMATYCZNY WYMIENNIKA

W części wewnętrznej wymiennika przepływ ciepła występuje głównie na drodze promieniowania, w części zewnętrznej zaś przede wszystkim poprzez konwekcję. W pracy [5] podano numeryczny model rekuperatora radiacyjno-konwekcyjnego oraz zaproponowano sposób obliczania zastępczych współczynników przenikania ciepła. Jak wykazały wielowariantowe obliczenia, w praktyce zastępcze współczynniki przenikania zmieniają się wzdłuż wysokości wymiennika w niewielkim stopniu. Umożliwia to przyjmowanie stałych średnich wartości tych współczynników oraz zastosowanie analitycznego modelu wymiennika. Model ten zakłada stałość w każdej części współczynników przenikania ciepła oraz pojemności cieplnych strumieni czynników. Uwzględnia się przenikanie ciepła przez przegrodę oraz ewentualnie przepływ ciepła do otoczenia. Równania bilansu energii, dla schematu przepływu czynników jak na rys.1, tj. gdy strumienie 1 i 2 dotyczą powietrza, 3 i 4 zaś spalin, mają w ujęciu bezwymiarowym postać:

$$t_1 + K_{1-4}(t_1 - t_4) = 0, \quad (1)$$

$$t_2' + K_{2-3}(t_2 - t_3) = 0, \quad (2)$$

$$t_3' + K_{3-2}(t_3 - t_2) + K_{3-4}(t_3 - t_4) = 0, \quad (3)$$

$$t_4' + K_{4-1}(t_4 - t_1) + K_{4-3}(t_4 - t_3) + K_{4-0}(t_4 - t_0) = 0 \quad (4)$$

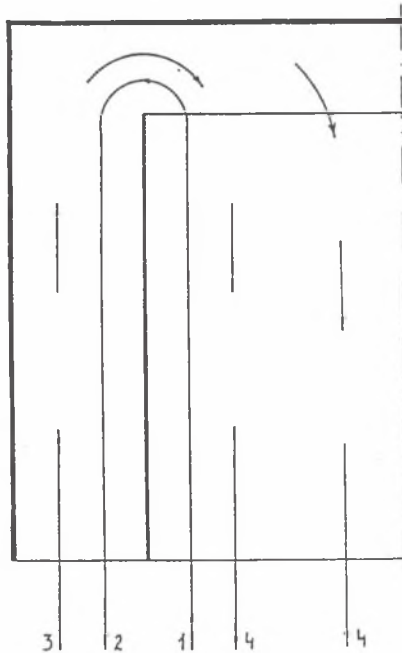
gdzie:  $t_1$  - rzeczywista lub bezwymiarowa temperatura i-tego strumienia,

$K_{1-j}$  - bezwymiarowa liczba określona wzorem:

$$K_{1-j} = \frac{k_{1-j} F_{1-j}}{W_1}, \quad (5)$$

$k_{1-j}$  - współczynnik przenikania ciepła pomiędzy strumieniami i oraz j,

- $F_{1-j}$  - powierzchnia, do której odniesiony jest współczynnik  $k_{1-j}$ ,  
 $W_1$  - pojemność cieplna strumienia 1 ( $W_1 > 0, W_2 < 0, W_3 > 0, W_4 < 0$ ),  
 $\theta_0$  - dotyczy otoczenia.



Rys. 1. Schemat przepływu czynników  
 Fig. 1. Scheme of fluid flows

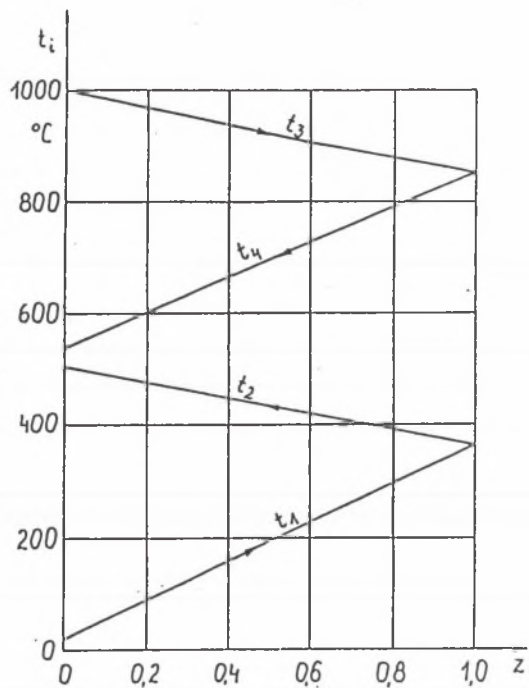
Pochodna  $t'_1$  określana jest względem bezwymiarowej powierzchni przepływu ciepła  $f$  zawartej w zakresie  $0 - 1$  i liczonej od miejsca dopływu strumienia 1 i 3. Warunki brzegowe układu równań (1) - (4) mają postać znanych temperatur  $t_1$  i  $t_3$  w punkcie  $f=0$  oraz równości temperatur odpowiednich strumieni dla  $f=1$ .

Równania (1) - (4) są szczególnym przypadkiem ogólnego modelu równoległoprądowych wieloczynnikowych wymienników ciepła [6,7]. Równania te można rozwiązywać za pomocą transformacji Laplace'a lub bezpośrednio zakładając rozwiązanie w postaci [8,9]:

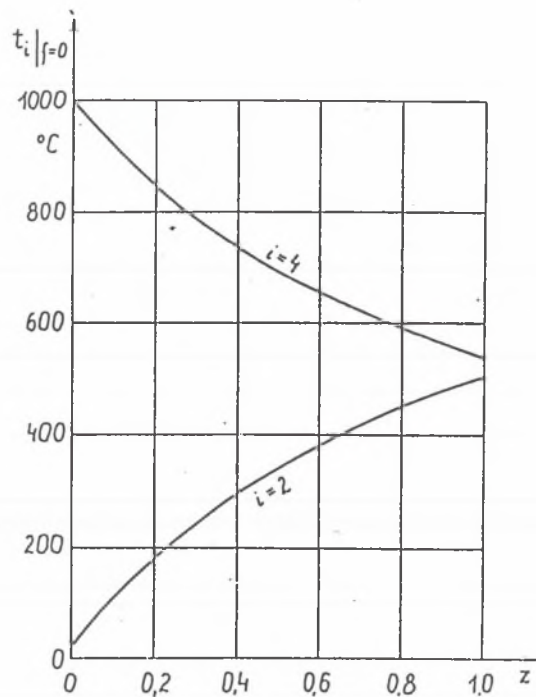
$$t_1 = C_{1,0} + \sum_{j=1}^4 C_{1,j} e^{s_j f}, \quad (6)$$

gdzie:  $C_{1,j}$  - stała całkowania,

$s_j$  - pierwiastki równania charakterystycznego.



Rys.2. Rozkład temperatur czynników  
Fig.2. Temperature distributions of  
the fluids



Rys.3. Zależność temperatur wylotowych  
czynników od wielkości powierzchni  
grzejnych  
Fig.3. Relations between fluid outlet  
temperatures and heating surface  
areas

Dla wymiennika doskonale zaizolowanego cieplnie  $s_1 = 0$  i tym samym  $C_{1,0} = 0$ . Jeśli w dodatku zachodzi szczególny przypadek zrównoważenia cieplnego, tzn. gdy suma pojemności cieplnych strumieni jest równa zeru, wówczas:

$$t_1 = C_{1,1} + C_{1,2}f + \sum_{j=3,4} C_{1,j} e^{s_j f} \quad (7)$$

Równanie charakterystyczne otrzymuje się po przyrównaniu do zera głównego wyznacznika stransformowanego układu równań (1) - (4), bądź też po podstawieniu zależności (6) lub (7) do tego układu. Ten drugi sposób ma większe znaczenie praktyczne, gdyż równocześnie otrzymuje się brakujące relacje pomiędzy stałymi  $C_{1,j}$ .

### 3. PRZYKŁADOWE OBLICZENIA

Obliczenia liczbowe wykonano dla wymiennika doskonale zaizolowanego cieplnie, w którym:

$$\begin{aligned} W_1 = -W_2 &= 3\,700 \text{ W/K}, & W_3 = -W_4 &= 3\,900 \text{ W/K}, \\ K_{2-3} F_{2-3} &= 1\,060 \text{ W/K}, & K_{1-4} F_{1-4} &= 2\,544 \text{ W/K}, \\ K_{3-4} F_{3-4} &= 252 \text{ W/K}, & t_1(f=0) &= 20^\circ\text{C}, & t_3(f=0) &= 1000^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Dla przyjętych danych obowiązują relacje (7). Po wyznaczeniu wielkości  $s_j$  oraz  $C_{1,j}$  otrzymano przebiegi temperatur pokazane na rys.2. Na rys.3 podano wartości temperatur przy wypływie: spalin  $t_4(f=0)$  oraz powietrza  $t_2(f=0)$ , przy malejących powierzchniach przepływu ciepła. Przyjęto przy tym, że wszystkie powierzchnie przepływu ciepła ulegają zmniejszeniu w takim samym stosunku  $z$ .

### LITERATURA

- [1] Szargut J. i inni: Rurowy przeciwprądowy rekuperator radiacyjno-konwekcyjny, patent nr 100663, Warszawa 1979.
- [2] Szargut J. i inni: Rurowy przeciwprądowy rekuperator radiacyjno-konwekcyjny, Hutnik, nr 7-8, 1977, s.339.
- [3] Szargut J.: Energetyka cieplna w hutnictwie, Wyd. Śląsk, Katowice 1983.
- [4] Szargut J., Kozioł J., Składzień J.: Rekuperator do równoczesnego podgrzewania powietrza i paliwa gazowego, Hutnik, nr 4, 1978, s. 170.
- [5] Składzień J., Kozioł J.: Wyznaczanie powierzchni ogrzewalnej rurowego przeciwprądowego rekuperatora radiacyjno-konwekcyjnego ZN Pol. Śl., Energetyka, nr 71, Gliwice 1979, s.37.

- [6] Zaleski T.: Uogólniony model matematyczny równoległoprądowych wymienników ciepła, Inżynieria Chemiczna, nr 1, 1978, s. 213.
- [7] Zaleski T.: A general mathematical model of parallel flow, multichannel heat exchangers and analysis of its properties, Chemical Engineering Sc., nr 7-8, 1984, s. 1251.
- [8] Składzień J.: Thermal analysis of the convective three-stream and three-fluid heat exchangers, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1989.
- [9] Składzień J.: Analiza cieplna wieloczynnikowego rurowego równoległoprądowego wymiennika ciepła, Inżynieria Chemiczna i Procesowa, w druku.

Recenzent: Prof. Roman Ulbrich

Wpłynęło do Redakcji dnia 27.11.1992

#### Abstract

CouNtercurrent U-type radiantly-convective recuperator is used for heating the air by combustion products having relatively high temperature at the inlet [1-3]. The heated fluid flows inside the tubes having form of the lengthen U letter and forming a circle. The steel cylindrical partition is located between the parts of the U-type elements and it divides the recuperator on the inner and outer parts. Fig.1 shows a scheme of fluid flows. The numbers 1 and 2 are referred to the air and numbers 3 and 4 are referred to the combustion products. If the substitutional overall heat transfer coefficients as well as heat capacities of the fluid streams are constant then the energy balance equations have the form (1)-(4). The equation (4) takes into consideration the heat losses. The solution of equations (1)-(4) hare general form (6) or particular form (7) while the heat losses are negligible and the heat exchanger is thermally balanced. Fig.2 and 3 shows the results of exemplary calculations for data as in Chapter 3. Fig.2 shows the temperature distributions and Fig.3 shows the outlet temperatures while all of the heat transfer surfaces are diminished z times.