Seria: MECHANIKA z. 113

Nr kol. 1198

Grzegorz ZBOIŃSKI, Wiesław OSTACHOWICZ

Instytut Maszyn Przepływowych w Gdańsku Polska Akademia Nauk

WPŁYW MODELOWANIA TARCIA NA STAN NAPRĘŻEŃ W ZAMOCOWANIU ŁOPATKI TURBINOWEJ

Streszczenie. Omówiono ścisły sposób modelowania sił tarcia na powierzchniach kontaktu stopki łopatki i rowka tarczy pojedynczego zamocowania łopatki maszyny wirnikowej. W modelu uwzględniono możliwość wystąpienia luzów na powierzchniach kontaktu oraz zmiany strefy kontaktu pod wpływem obciążenia. Zaprezentowano podstawy algorytmu obliczeń metodą elementów skończonych. Wykonano i porównano obliczenia rzeczywistego zamocowania dla modeli dokładnych oraz uproszczonych, z tarciem oraz bez tarcia.

INFLUENCE OF MODELLING FRICTION ON STRESS STATE IN TURBOMACHINERY BLADE FASTENING

Summary. The exact method for modelling friction forces acting on contact surfaces of the blade root and disk groove of a single turbine blade fastening has been presented in the paper. Possible clearances within the contact surfaces and changes of the geometry of the contact areas from fastening laods have been included in the model. The basis of the finite element algorithm have been described. Calculations of the real fastening for models with and without friction have been carried out.

ВЛИЯНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕНИЯ НА СОСТОЯНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАКРЕПЛЕНИИ ТУРБИННОЙ ЛОПАТКИ

Резюме. Обсужден точный способ моделирования сил трения на поверхостях контакта хвоста лопатки и канавки диска одиночного замка лопатки турбомашины. В модели принята во внимание возможность выступления зазоров на поберхностях контакта и изменение зоны контакта от нагрузки замка. Описаны основы вычислительного алгоритма метода конечных элементов. Произведено и сравнено вычисления действительного замка лопатки турбины для точных и упроченых моделей.

1. WPROWADZENIE

Bezpośrednim impulsem do podjęcia niniejszej tematyki było zlecenie ZM Zamech (obecnie ABB Zamech) w Elblagu na opracowanie algorytmu obliczeń oraz programu komputerowego metody elementów skończonych do kinetostatycznej kontaktowej analizy stanu naprężeń i odkształceń w zamocowaniach łopatek maszyn wirnikowych oraz innych wirujących bądż stacjonarnych ciał sprężystych lub termosprężystych. Zgodnie z ustalonym zakresem prac algorytm i program uwzględniały nowe, dotychczas pomijane w praktyce obliczeniowej ZM ZAMECH czynniki, takie jak:

- trójwymiarowość modelu,
- nieliniowości geometryczne i fizyczne wynikające z kontaktowego charakteru problemu (odpowiednio jenostronne więzy normalne i tarcie),
- ogólnie dowolne modele obciążenia oraz więzów kontaktowych i brzegowych.

Przedstawione tutaj wyniki obliczeń modeli rzeczywistego zamocowania łopatki maszyny wirnikowej z tarciem i bez tarcia stanowiły fragment procedury weryfikacyjnej programu przeprowadzonej zgodnie z sugestią ZM ZAMECH. Dostarczyły one ponadto cennego materiału poznawczego i wniosków praktycznych, niedostępnych w literaturze naukowej i fachowej na temat wpływu tarcia na rozkłady naprężeń w zmocowaniu w przypadku modeli przestrzennych.

Warto tutaj zauważyć, że w dostępnych przykładach analizy stanu naprężeń zamocowań łopatek maszyn wirnikowych tarcie na powierzchniach kontaktu zębów stopki i rowka stosowane było wyłącznie w przypadku modeli płaskich, np. [1]. W przypadku modeli przestrzennych było ono dotychczas pomijane, np. [2, 3]. Przyczyną zgody na przyjęcie uproszczonego modelu zadania był najczęściej brak odpowiedniego programu do analizy kontaktowej z tarciem. Uwzględnienie bowiem zmian pola kontaktu, jednostronnych więzów normalnych i tarcia prowadzi do zadania nieliniowego, wymagającego wprowadzenia analizy na wyższy jakościowo poziom. Opcji takiej nie posiadają na ogół programy ogólnego przeznaczenia stosowane w numerycznej analizie zamocowań.

Celem tej pracy jest odpowiedź na pytanie, czy założenie braku tarcia na powierzchniach kontaktu uznać można za dopuszczalne i z jakimi ewentualnie błędami analizy stanu naprężeń należy się liczyć. Odpowiedż na to pytanie ograniczać się będzie do analizy kilku wariantów obliczeniowych (z tarciem i bez niego) rzeczywistego zamocowania łopatki turbiny parowej. Wykorzystamy

438

przy tym oparty na własnym algorytmie [4] program ZAMO do przestrzennej nieliniowej kontaktowej analizy zamocowań [5]. Program umożliwia zarówno uwzględnienie, jak i pominięcie tarcia.

2. FRAGMENTY ALGORYTMU MES

Podstawą algorytmu jest tutaj sformułowanie wariacyjne problemu kontaktowego dwóch ciał sprężystych (termosprężystych) w postaci nierówności wariacyjnej wykorzystującej zasadę Hamiltona [4]. Sformułowanie takie odpowiada sformułowaniu lokalnemu opartemu na nieprzyrostowej postaci równań sprężystości i przyrostowych równaniach mechaniki kontaktu. Powyższe sformułowanie wariacyjne prowadzi do odpowiedniego przyrostowego sformułowania przemieszczeniowej metody elementów skończonych.

Rozwiązanie rozważanego problemu kontaktowego za pomocą MES opiera się na sekwencyjnym rozwiązywaniu układu równań liniowych w każdym kroku przyrostowym, a także wewnątrz każdego kroku przyrostowego. Układ równań liniowych odpowiada tutaj tzw. problemowi zredukowanemu, tj. takiemu, dla którego nierówność wariacyjna przybiera postać następującej równości

$$\sum_{e=1}^{E} \delta_{q}^{T} \left(\sum_{e} \int B^{T} DB_{q} dV - \sum_{e} \int \rho N^{T} \Omega^{T} \Omega Nq dV - \sum_{e} \int \rho N^{T} E Nq dV \right) = \sum_{e=1}^{E} \delta_{q}^{T} \left[\sum_{e} \int B^{T} D\alpha^{T} g dV + \sum_{e} \int \rho N^{T} \Omega^{T} \Omega (Nx + R) dV + \sum_{e} \int \rho N^{T} E (Nx + R) dV + \sum_{e} \int N^{T} f dV + \sum_{e} \int N^{T} p dP + \sum_{e} \int N^{T} r dQ +$$
(1)
+ $(-1)^{a+1} \sum_{e} \int \mu p_{n} N^{T} z / (z \cdot z)^{1/2} dS^{+} (-1)^{a+1} \sum_{e} \int N^{T} r_{n} dS^{+} (-1)^{a+1} \sum_{e} \int N^{T} r dA \right].$

Powyższe równanie wynika z podziału obydwu ciał a (a=1,2) znajdujących się w kontakcie na E elemetów skończonych (e=1,2,...,E) i wprowadzenia dla każdego z nich lokalnych współrzędnych kartezjańskich. Dla każdego elementu e wprowadzamy wektor współrzędnych jego węzłów $\hat{\mathbf{x}}$ oraz poszukiwanych przemieszczeń tych węzłów $\hat{\mathbf{q}}$. W powyższym równaniu B, D, N, Ω i E to odpowiednio macierze zależności odkształceń od przemieszczeń, sprężystości, funkcji kształtu, prędkości kątowej i przyśpieszenia kątowego. Wielkości g, R, f, p, z, n, r opisują kolejno wektory tensora metrycznego, promienia wirujących ciał, zadanego obciążenia masowego, zadanego obciążenia powierzchniowego, zadanych poślizgów, normalnej zewnętrznej do brzegu ciała i nieznanych reakcji więzów. Skalary zaś α , T, ρ , μ , i p_n opisują współczynnik rozszerzalności objętościowej, stacjonarne pole temperatur, gęstość, współczynnik tarcia oraz zadane pole naprężeń normalnych w płaszczyźnie kontaktu.

Powyższe równanie po wprowadzeniu odpowiednich oznaczeń przyjmuje następującą postać

$$\sum_{e=1}^{E} kq = \sum_{e=1}^{E} (f + t + r), \qquad (2)$$

gdzie k, f, t i r to elementowa sztywność całkowita oraz elemntowe wektory sumy obciążeń masowych i powierzchniowych, sił tarcia i nieznanych reakcji więzów. Równanie (2) odpowiada przypadkowi problemu kontaktowego z tarciem. W przypadku gdy tarcie ma być zaniedbane, należy pominąć trzecie od końca wyrażenie w równaniu (1) oraz wektor sił tarcia w równaniu (2).

3. PRZYKŁAD OBLICZEŃ RZECZYWISTEGO ZAMOCOWANIA

Rozważymy przestrzenny model dyskretny MES niesymetrycznego łukowego zamocowania jodełkowego o 4 zębach z części średnioprężnej turbiny o mocy 200 MW. Model posiada ok. 12 tys. stopni swobody, co wynika z zastosowania ok. 1500 izoparametrycznych przestrzennych elementów 8-węzłowych. Model zamocowania wiruje z prędkością 3000 obr/min.

Rozpatrzymy dwa przypadki. Pierwszy przypadek odnosi się do problemu uproszczonego, bez tarcia. Problem ten ma charakter geometrycznie nieliniowy, gdyż uwzględnia zmiany w strefie kontaktu pod wpływem obciążenia i jednostronne więzy normalne. Rozważamy tutaj dwa warianty. Wariant 1 o geometrii nominalnej zakłada brak odchyłek wykonania bądź montażu na powierzchniach kontaktu zębów. Wariant 2 uwzględnia występowanie na powierzchni pierwszego lewego zazębienia jednakowych odchyłek od wymiarów nominalnych mierzonych w głąb powierzchni obydwu zębów. Ich wartość jest liniowo-zmienna w zakresie 0-0,05 mm, a wartość minimalna jest bliższa pionowej osi stopki. Para zębów z odchyłkami odpowiada wypukłej stronie łopatki. Drugi przypadek odnosi się do problemu kontaktowego z tarciem. Zadanie ma charakter geometrycznie oraz fizycznie nieliniowy, uwzględnia bowiem zmiany strefy kontaktu i jednostronny charakter normalnych więzów kontaktowych oraz siły tarcia. Tutaj także rozważamy dwa warianty oznaczone numerami 3 i 4, odnoszące się odpowiednio do zadania bez odchyłek i z odchyłkami. Odchyłki te posiadają wartości takie same jak w przypadku wariantu 2.

Obliczenia przeprowadzono na maszynie VAX 11/780 własnym programem ZAMO. Wyniki zamieszczono w dwóch tablicach. Pierwsza z nich zawiera wartości

Tablica 1

Wytężenie materiału zębów dla czterech wariantów obliczeniowych

-	Maksymalne wytężenie materiału na kolejnych zębach									
Wariant	(10 ⁹ N/m ²)									
		Zęby s	stopki:		Zęby rowka:					
	1	2	3	4	1	2	3	4		
1	0,1895	0,1582	0,1722	0,1904	0,1151	0,1224	0,1308	0,2203		
2	0,2257	0,1975	0,1844	0,1865	0,0385	0,1311	0,1332	0,2220		
3	0,1997	0,1638	0,1724	0,1849	0,1189	0,1233	0,1261	0,2085		
4	0,2380	0,2043	0,1840	0,1819	0,0388	0,1351	0,1285	0,2091		

wytężenia materiału w środkach elementów maksymalnie obciążonych (u podstawy kolejnych zębów stopki i rowka). Natomiast tablica druga zawiera błąd względny obliczony jako różnica wartości maksymalnego wytężenia materiału dla wariantów przybliżonych (bez tarcia) i wariantów ścisłych (z tarciem)odniesiona do wartości dla wariantów bez tarcia. W ten sposób oszacować można wpływ pominięcia tarcia.

Tablica 2

Błąd względny wytężenia materiału zębów dla dwóch wariantów

Wariant	Bla	ad wzgle	any wy	tężenia	na kole	jnych	zębach	(%)
i odnie		Zęby s	stopki:		Zęby rowka:			
-sienie	1	2	3	4	1	2	3	4
3 do 1	5,38	3,54	0,12	-2,89	3,30	0,74	-3,59	-5,34
4 do 2	5,45	3,44	-0,22	-2,47	0,78	3,05	-3,52	-5,81

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Uzyskane rezultaty wskazują, że uproszczone modelowanie sił tarcia na powierzchniach kontaktu zębów rowka i tarczy (pominięcie tych sił) prowadzi

441

do błędów rzędu 5%. Błąd taki może być zaakceptowany w przypadku zgrubnych obliczeń technicznych.

Luzy wynikające z odchyłek wykonania bądź montażu nie wpływają w istotny sposób na błąd maksymalnego wytężenia materiału w zamocowaniu związany z pominięciem sił tarcia w obliczeniach.

LITERATURA

- Chan S. K., Tuba I. S.: A finite element method for contact problems of solid bodies. Part II - Application to turbine blade fastenings. Int. J. Mech. Sci. 13, 1971, 627-639.
- [2] Ikeda T., Hisa S., Matsuura T.: The development of titanium 40-in. last-stage blade for 3600 rpm large steam turbine. W: Latest advances in steam turbine design, blading, repairs, condition assessment, and condenser interaction; PWR-7. ASME, New York 1989.
- [3] Teper B., Moore C.T.: The redesign of a fir tree blade root for the penultimate stage of a 500 MW turbine.W: Latest advances in steam turbine design, blading, repairs, condition assessment, and condenser interaction; PWR-7. ASME, New York 1989.
- [4] Zboiński G.: Numeryczna analiza naprężeń i odkształceń kinetostatycznych w zamocowaniach łopatek maszyn wirnikowych. Rozprawa doktorska. Politechnika Gdańska, Gdańsk 1990.
- [5] Zboiński G.: Program do analizy odkształceń i naprężeń kinetostatycznych w nieliniowych problemach kontaktowych kształtowych zamocowań łopatek maszyn wirnikowych oraz innych struktur sprężystych i termosprężystych. Część I. Instrukcja użytkowania, nr 909048. Politechnika Gdańska, Gdańsk 1990.

Recenzent: Prof. Ryszard Grybos.

Wpłynęło do Redakcji dnia 6.10. 1992

Abstract

One of the most frequent simplifications of the FE numerical analysis of stresses in the turbomachinery blade fastenings is neglect of friction. Such a simplified modelling is caused by application of the commercial computer programs. Most of these programs do not include the frictional contact option. This is due to rather sophisticated non-linear model of the problem. This non-linearity is due to both, changes within the contact area and friction. Thus the frictional contact problem of two thermoelastic bodies, which corresponds with the blade attachment stress analysis is both geometrically and physically non-linear, respectively.

It is worth noticing that blade fastening calculations with friction have been performed for plane models of the attachment, for example in [1], while in a case of the spatial FE models of the attachment friction forces are usually neglected, for example in [2, 3]. The main objective of the paper is the proof that such a modelling leads to non-trivial errors of the 3D stress analysis. This is done with the own special computer code based on the own algorithm [4, 5].

The real blade fastening of the steam turbine has been analyzed. The exact (frictional contact) model is based on relations (1) and (2). The simplified (frictionless contact) model is defined with the same relations in which the friction terms are omitted. The effective stress calculations for both the models are presented in table 1. For each model two cases, with and without clearances due to manufacturing deviations are considered. The relative differences between the exact and simplified models f r both the cases are shown in table 2.

443