ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993

Seria: MECHANIKA z. 113 Nr kol. 1198

Maria ZŁOCKA

Instytut Techniki Lotniczej
i Mechaniki Stosowanej
Politechniki Warszawskiej

# WRAŻLIWOŚĆ STATECZNOŚCI USTALONEGO KORKOCIĄGU SAMOLOTU

Streszczenie. W pracy zastosowano analizę wrażliwości do badania wpływu zmiany położenia powierzchni sterowych na stateczność korkociągu ustalonego.

# SENSITIVITY OF THE AIRCRAFT STEADY-SPIN STABILITY

Summary. In the paper the sensitivity analysis is applied for determination of the influence of control surface position variation on the steady-spin stability.

# ЧУСТВИТЕЛНОСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОМИЕРНОГО ШТОПОРА САМОЛОТА

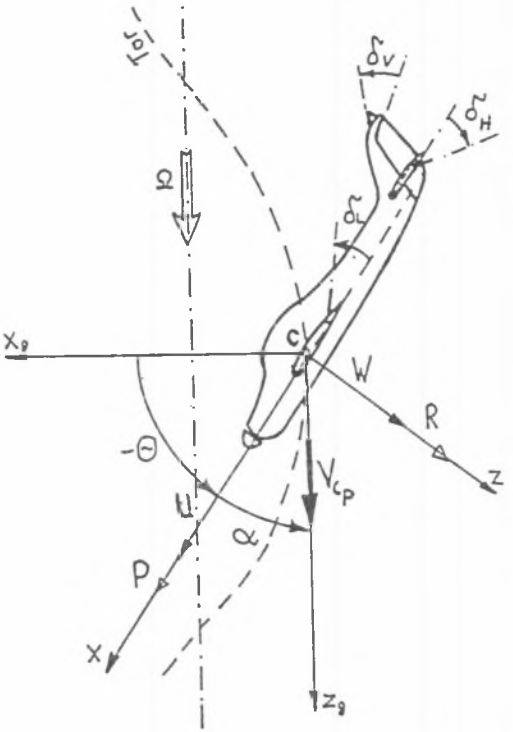
Резюме. В статье приложено применение анализа чувствителности для исследования влияния изменения положения рулев на устойчивость равномерного втопора самолта.

## 1. WSTĘP

Korkociąg ustalony jest drugą fazą akrobacyjnej figury, podczas której wykonywane są tzw. zwitki o stałych parametrach lotu. Położenia powierzchni sterowych w tej fazie nie zmieniają się. Dla typowo wykonanego korkociągu ster wysokości wychylony jest maksymalnie do góry. Lotki nie są wychylone, a ster kierunku jest wychylony maksymalnie w stronę wykonywanego obrotu. Dla większości samolotów korkociąg ustalony przy klasycznym opisanym wychyleniu powierzchni sterowych jest niestateczny. Zmiana położenia powierzchni sterowych może wpłynąć na ruch ustateczniająco, co opóźnia wyprowadzenie

samolotu z korkociągu, a tym samym zmniejsza bezpieczeństwo lotu. Wskazane jest zatem sprawdzenie wpływu zmiany położenia powierzchni sterowych na równowagę i stateczność ruchu. W tym celu zaproponowano zastosowanie teorii wrażliwości.

Określono współczynniki pierwszego rodzaju dla parametrów lotu ustalonego i ruchu zaburzonego.




Rys. 1. Układy współrzędnych związanych z samolotem

Fig. 1. Body-fixed coordinate systems

## 2. MODEL SAMOLOTU W KORKOCIĄGU

W pracy przyjęto standardowe założenia stosowane dla przestrzennego ruchu samolotu [ 1,2,3,4,7]. Samolot jest nieodkształcalny, ma stałą masę i stałe

momenty bezwładności. Wychylenia powierzchni sterowych są ograniczone i w danym przypadku są traktowane jako parametry wpływające na siły aerodynamiczne, które obliczono na podstawie zależności aerodynamiki quasi-stacjonarnej.

Równania ruchu samolotu wyprowadzone w układzie współrzędnych Cxyz sztywno-związanym z samolotem, z początkiem w środku masy (rys.1), po uwzględnieniu powyższych założeń są nieliniowe i można je przedstawić w postaci wektorowej:

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}), \quad \mathbf{x} = [U,V,W,P,Q,R,\Theta,\Phi]^T, \quad \mathbf{a} = [a_H, a_L, a_V]^T \tag{1}$$

gdzie: $\mathbf{x}$ jest wektorem stanu, w którym znajdujemy prędkość $\mathbf{V}_c = [U,V,W]^T$, prędkość kątową $\Omega = [P,Q,R]^T$ i kąty Eulera pochylenia $\Theta$ i przechylenia $\Phi$, $\mathbf{a}$ jest wektorem wychyleń powierzchni sterowych: steru wysokości, lotek i steru kierunku.

Składowe wektora prawych stron są określone wzorami:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{m}\begin{bmatrix} F_x - mg\sin\Theta + T_x \\ F_y + mg\cos\Theta\sin\Phi \\ F_z + mg\cos\Theta\cos\Phi + T_z \end{bmatrix} - J_\Omega \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}, \tag{2}$$

$$[f_4, f_5, f_6]^T = J_B^{-1}M + J_B^{-1}M_T - J_B^{-1}J_\Omega J_B$$

$$f_7 = Q\cos\Phi - R\sin\Phi, \qquad f_8 = P + (Q\sin\Phi - R\cos\Phi)\mathrm{tg}\Theta,$$

gdzie: $F$ jest siłą arodynamiczną, $M$ momentem aerodynamicznym, $T$ siłą ciągu, $M_T$ momentem pochodzącym od układu napędowego, $J_B$ macierzą momentów bezwładności, $m$ masą samolotu, $g$ przyśpieszeniem ziemskim,

$$J_\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -R & Q \\ R & 0 & -P \\ -Q & P & 0 \end{bmatrix}.$$

Jak z powyższego widać, prawe strony są nieliniowymi funkcjami współrzędnych wektora stanu $\mathbf{x}$ i wektora $\mathbf{a}$, masy, momentów bezwładności. Siła $F$ i moment aerodynamiczny $M$, w przypadku przestrzennego ruchu samolotu, szczególnie na dużych kątach natarcia, w sposób skomplikowany zależą od kształtu samolotu, prędkości kątów natarcia i ślizgu, wychyleń powierzchni sterowych. Do tej pory nie opracowano metody dokładnego ich wyznaczania. W pracy zastosowano metodę superpozycji [2,3], w myśl której siłę $F_x$ można przedstawić jako sumę:

$$Fx = Fx(\alpha,\beta) + \sum Fx_{a_j}(\alpha,\beta)*a_j + Fx_P(\alpha,\beta)*P + Fx_Q(\alpha,\beta)*Q + \quad + Tx, \quad (j=H,L,V), \tag{3}$$

gdzie: $Fx_{a_H} = \dfrac{\partial\, Fx(\alpha,\beta)}{\partial\, a_H}$, $Fx_P = \dfrac{\partial\, Fx(\alpha,\beta)}{\partial\, P}$

kąt natarcia $\alpha = \mathrm{arctg}(W/U)$, $-\Pi \le \alpha \le \Pi$,

kąt ślizgu $\beta = \arcsin(V/V_c)$, $-\Pi \le \beta \le \Pi$,

Powyższe pochodne w przypadku korkociągu samolotu są nieliniowymi funkcjami kąta natarcia, ślizgu i prędkości. W wyniku czego parametry korkociągu ustalonego są rozwiązaniem nieliniowego układu równań algebraicznych

$$f(\, x_o, a_z) = 0, \tag{4}$$

dla typowych w zwitkach wychyleń sterów $a_z$.

## 3. ANALIZA WRAŻLIWOŚCI

Własności dynamiczne zaburzonego korkociągu samolotu wyznaczone są przez obliczenie wartości własnych i wektorów własnych macierzy stanu

$$\mathbb{B} = \frac{\partial\, f(x\ ,a\ )}{\partial\, x}$$

z równania $y = \mathbb{B}y$, otrzymanego w wyniku linearyzacji równania (1).

Wpływ zmiany położenia powierzchni sterowych na stateczność zaburzonego korkociągu samolotu określono za pomocą następujących współczynników wrażliliwości pierwszego rodzaju [5,6]:

$$\frac{\partial\, \lambda_i}{\partial\, a_n} = \sum_{k=1}^{8} \sum_{l=1}^{8} v^k\, w^l\, \frac{\partial\, b_{kl}}{\partial\, a_n}, \quad (\ n = H,L,V\ ), \quad (\ i = 1..8) \tag{5}$$

gdzie: $\lambda_i$ - i-ta wartość własna macierzy stanu $\mathbb{B}$,

$v_i^k$ - k-ty element wektora własnego $v_i$ macierzy $\mathbb{B}^T$,

$w_i^l$ - l-ty element wektora własnego $w_i$ macierzy stanu $\mathbb{B}$.

Dla wektorów własnych współczynniki wrażliwości mają postać [5,6]

$$\frac{\partial w_i}{\partial a_n} = \sum_{k=1}^{8} \sum_{l=1}^{8} \sum_{j=1}^{8} h_{ji} w_j \frac{\partial b_{kl}}{\partial a_n}, \quad ( i = 1,8 ), \; ( n = H,L,V ), \tag{6}$$

gdzie $$h_{ij} = \frac{v_i^k w_j^l}{\lambda_i - \lambda_j} .$$

W koniecznych przypadkach mogą być wyznaczone pochodne wyższego rzędu.

Do oceny wpływu zmiany położenia powierzchni sterowych na ustalony korkociąg samolotu przydatne staje się wyznaczenie wrażliwości parametrów równowagi. Współczynniki pierwszego rodzaju będą miały postać:

$$\frac{\partial x_0}{\partial a_n} = - \mathbb{B}^{-1} \frac{\partial f(x_0, a)}{\partial a_n}, \quad ( n = H,L,V). \tag{7}$$

W przypadku koniecznym można wyznaczyć współczyniki wyższych rzędów.

Przedstawione wyżej współczynniki wrażliwości informują, jakie są kierunki zmian parametrów korkociągu ustalonego pod wpływem zmiany położenia powierzchni sterowych Pozwalają one między innymi stwierdzić, czy samolot ma tendencję do przechodzenia w ustalony korkociąg płaski ( $\Theta > -\Pi/4$ ) lub plecowy. Jedna z wartości własnych macierzy $\mathbb{B}$ na ogół jest małą wartością dodatnią, mniejszą od 1. $s^{-1}$. Po zmianie położenia powierzchni sterowych często staje się ujemna i ruch ustatecznia się. Wyznaczenie współczyników wrażliwości (5) pozwala sprawdzić czy zmiana położenia sterów ustatecznia ruch. Daje również informację, czy możliwa jest taka kombinacja wychyleń, aby wyznaczona wartość własna pozostała dodatnia.

Przykładowe obliczenia dla samolotu szkolno-treningowego zostaną przedstawione w referacie.

LITERATURA

[1] Adams W.: Analytic prediction of airplane equilibrum spin charakteristics. NASA, Washington 1972.

[2] Anglin E.: Recent reasearch oo aerodynamic characteristics of fighter configurations during spins. AIAA Atmospherics Flight Mechanics Conference Florida 1977, s 416-418.

[3] Etkin B.: Dynamics of atmospherics flight. John Wiley Sohns, Inc. New York, London, Sydney, Toronto 1972.

[4] Maryniak J.,Blajer W.: Numeryczna symulacja korkociągu samolotu. Mech. Teoret. i Stos., t. 21 z. 2-3, PWN 1983, s 481-492.

[5] Porter B.,Crossley R.: Modal control, theory and applications. Taylor and Francis Ltd.,London 1972.

[6] Złocka M.,Maryniak J.: Wrażliwość stateczności integralnej nieodkształcalnego samolotu na zmiany wielkości parametrów konstrukcyjnych. XXII Symp. "Modelowanie w Mechanice", Zbiór Referatów, Gliwice-Wisła 1983, s 455-462.

[7] Złocka M.: Zastosowanie analizy wrażliwości do badania korkociągu samolotu. ZNPŚ Seria: Mechanika z. 103, XXX Symp. "Modelowanie w Mechanice", Gliwice 1991, s. 291-294.

Recenzent: Doc. dr hab. Andrzej Buchacz

Wpłynęło do Redakcji dnia 26.10. 1992

Abstract

Steady-spin of the aircraft with standard control surfaces positions is unstable. Changes of control surfaces positions make the aircraft motions more stable and less steerable. In this paper the analysis of the influence of these changes to steady-spin is proposed. For the model the aircraft is regarded as a rigid body [1,2,3,4]. Aerodynamic forces acting on the aircraft are performed as a sums (3). The differential equations of motion (1) are non-linear. The sensitivity theory is applied for estimation of eigenpairs sensitivity in solutions of the linerarized aircraft equations of motion [5,6]. The first-order sensitivity coefficients of the eigenvectors and the eigenvalues (5,6) to the change of control surfaces positions are determined.