

Antoni NIEPOKÓLCZYCKI  
Instytut Lotnictwa, Warszawa

MODELOWANIE SIŁY WYMUSZAJĄCEJ W PRÓBACH  
TRWAŁOŚCI AKUSTYCZNEJ PROWADZONYCH METODĄ  
REZONANSOWEGO ODTWARZANIA OBCIĄŻEŃ

Streszczenie. W pracy przedstawiono podstawowe założenia metody badania trwałości akustycznej, która polega na odtwarzaniu odpowiedzi dynamicznej struktury na wymuszenie akustyczne za pomocą aparatury do wzbudzania drgań oraz sposób wyznaczania siły wymuszającej drgania badanej konstrukcji.

MODELLING OF THE FORCING FUNCTION IN THE ACOUSTIC  
FATIGUE TEST

Summary. The paper presents basic assumptions of the acoustic fatigue test method in which the structural response is simulated by means of modern vibration test equipment, and a method of determining the forcing function using in this test.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛЫ В ИССЛЕДОВАНИЯХ АКУСТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОВОДИМЫХ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ НАГРУЗОК

Резюме. В докладе представлено предпосылки метода исследования акустической устойчивости который состоит в отображении динамического реагирования конструкции на воздействие акустического поля и способ определения силы для этих исследований.

1. WPROWADZENIE

Problem zmęczenia akustycznego w lotnictwie nabiera w ostatnich czasach coraz większego znaczenia. Dowodem na to może być fakt, że w procesie budowy samolotu,

zagadnienia akustycznego i klasycznego zmęczenia konstrukcji traktowane są równorzędnie. Oznacza to, że elementy struktury samolotu obciążone akustycznie muszą być poddane badaniom, w wyniku których zostanie określony ich rezerw z uwagi na to obciążenie lub zostanie udowodnione, że w pełnym przewidywanym okresie eksploatacji samolotu nie nastąpi uszkodzenie spowodowane takim obciążeniem.

Konstrukcje lotnicze składają się generalnie z wielu elementów, jak np. płyty, belki, śruby, nity itd. Drgania takiej złożonej struktury wywołane obciążeniem akustycznym są zwykle kombinacją wielu mechanicznych oscylacji działających równocześnie i dających w efekcie bardziej lub mniej złożone przebiegi przemieszczenia w funkcji czasu. Teoretyczne oszacowanie trwałości zmęczeniowej całej konstrukcji nie jest możliwe. Możliwe jest natomiast określenie jej w wyniku badania laboratoryjnego pełnej konstrukcji.

Prezentowana praca została wykonana w ramach Projektu Badawczego nr 9 9447 92 03. Celem tego projektu było opracowanie metody badania trwałości akustycznej elementów konstrukcji lotniczych znajdujących się w strefie akustycznego oddziaływania strumieni gazów wylotowych z silników odrzutowych. Metoda ta polegać miała na odtwarzaniu odpowiedzi dynamicznej struktury na wymuszenie akustyczne, przy wykorzystaniu aparatury do wzbudzania drgań.

## 2. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA

Podstawowe założenia opracowanej metody badania trwałości akustycznej konstrukcji to:

- a) na wymuszenia nieharmoniczne szerokopasmowe układ odpowiada drganiami własnymi o intensywności zależnej od wielkości wymuszenia - wynika to z analizy drgań akustycznych w dziedzinie częstotliwości;
- b) drgania złożonej struktury mogą być rozpatrywane jako suma pewnej liczby drgań własnych, z których każde odbywa się ze ściśle określoną częstotliwością i ma określoną postać spełniającą warunki brzegowe i możliwą do wzbudzania niezależnie od pozostałych;
- c) w odpowiedzi drganiowej struktury na wymuszenie akustyczne występuje skończona ilość drgań własnych, które są istotne z uwagi na wytrzymałość zmęczeniową;
- d) czas do uszkodzenia zmęczeniowego drgającej struktury,  $T$ , wyznaczony przy wykorzystaniu hipotezy liniowej kumulacji uszkodzeń, wynosi:

$$T = \frac{1}{f_0 \int_0^{\infty} \frac{P(x) dx}{N(x)}} \quad (1)$$

gdzie:

- $f_0$  - średnia częstotliwość drgań,
- $p(x)$  - funkcja gęstości prawdopodobieństwa maksimum amplitudy naprężeń,
- $n(x)$  - liczba cykli zmiany naprężenia  $x$  do wystąpienia uszkodzenia,
- $x$  - wartość szczytowa amplitudy naprężeń.

### 3. WYZNACZANIE FUNKCJI GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIEŃSTWA MAKSIMÓW AMPLITUDY NAPRĘŻEŃ

W pracy [7] wykazano, że dla sygnałów, których krzywa rozkładu gęstości prawdopodobieństwa chwilowych wartości amplitudy jest krzywą Gaussa, funkcja gęstości prawdopodobieństwa maksimów amplitudy jest zależna od kształtu widma tego sygnału.

Zależność ta ma następującą postać:

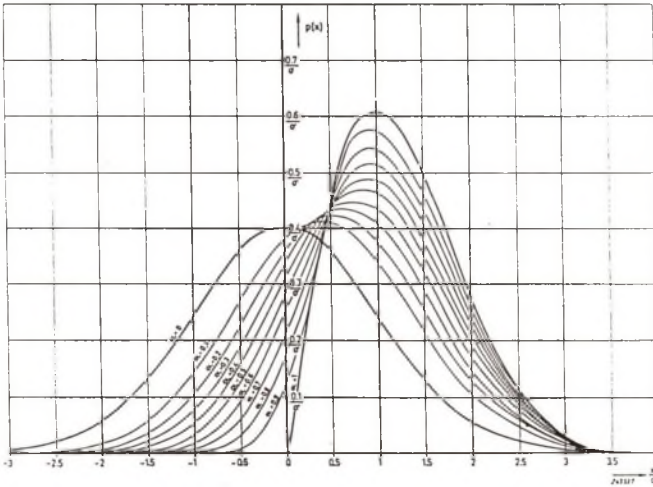
$$p(x) = \frac{\sqrt{1-\alpha}}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2(1-\alpha)}\right] + \frac{\sqrt{\alpha}}{2\sigma} \frac{x}{\sigma} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right], \quad (2)$$

gdzie:

- x - wartość szczytowa amplitudy,
- $\sigma$  - wartość r.m.s. amplitudy,
- $\alpha$  - parametr,
- p(x) - gęstość prawdopodobieństwa dla wartości x.

Jak widać, równanie (2) ma dwa składniki, z których jeden ma charakter rozkładu Gaussa, a drugi - Rayleigha. O tym, jaki charakter ma funkcja gęstości prawdopodobieństwa maksimów amplitudy, decyduje parametr  $\alpha$ . Przyjmuje on wartości z przedziału [0 ; 1].

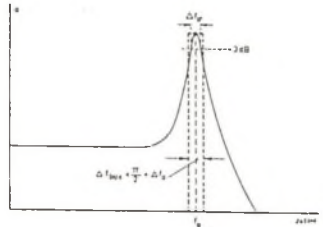
Jeżeli  $\alpha = 0$ , wówczas rozkład p(x) ma charakter rozkładu Gaussa, gdy  $\alpha = 1$  Rayleigha. Wynika stąd, że funkcja rozkładu p(x) leży zawsze pomiędzy krzywą rozkładu Gaussa a krzywą rozkładu Rayleigha.



Rys. 1. Krzywe gęstości prawdopodobieństwa maksimów amplitudy w zależności od parametru  $\alpha$

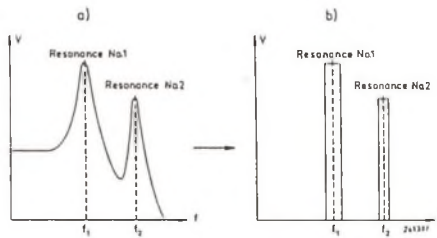
Fig. 1. Set of peak probability density curves with  $\alpha$  as a parameter

Aby zatem określić przebieg krzywej rozkładu  $p(x)$  należy określić wartość parametru  $\alpha$ , która jest ściśle zależna od widma drgań. Z dużą dokładnością można dokonać tego zastępując rzeczywiste widmo drgań widmem typu prostokątnego (box-type spectrum), zawierającym tę samą ilość energii skoncentrowaną wokół częstotliwości rezonansowych. Wysokość prostokąta równa jest wówczas maksymalnej wartości odpowiedzi rezonansowej układu, zaś jego szerokość równa jest szerokości (- 3dB) pasma pomnożonej przez  $\pi/2$ .



Rys. 2. Rysunek pokazujący, w jaki sposób widmo drgań układu o jednym stopniu swobody zastępowane jest widmem prostokątnym zawierającym tę samą ilość energii

Fig. 2. Sketch showing how the frequency response of a single degree of freedom system is transformed into a "box" containing the same amount of energy



Rys. 3. Typowe widmo drgań układu o dwóch stopniach swobody i odpowiadające mu widmo typu prostokątnego

Fig. 3. Typical frequency response curve for a two degrees of freedom system and its "box" - equivalent spectrum

Wartość parametru  $\alpha$  układu drgającego o  $k$  stopniach swobody wynosi:

$$\alpha = \frac{\left[ \sum_{n=1}^k \left( \frac{f_n}{f_1} \right)^2 \beta_n \right]^2}{\sum_{n=1}^k \beta_n \sum_{n=1}^k \left( \frac{f_n}{f_1} \right)^4 \beta_n}, \quad (3)$$

gdzie:

$f_n$  - częstotliwość n-tego rezonansu,

$$\beta_n = \frac{c_n \Delta f_n}{c_1 \Delta f_1} \quad (3a)$$

$\Delta f_n$  - szerokość -3dB pasma n-tego rezonansu

$C_n$  - maksymalna wartość odpowiedzi układu w n-tym rezonansie.

Wykorzystując prostokątne przybliżenie widma częstotliwościowego można również oszacować średnią częstotliwość drgań  $f_0$ .

A mianowicie:

$$f_0 = f_1 \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^k \left(\frac{f_n}{f_1}\right)^2 \beta_n}{\sum_{n=1}^k \beta_n}} \quad (4)$$

#### 4. ETAPY PRÓBY TRWAŁOŚCIOWEJ

Badania trwałości akustycznej złożonej struktury metodą rezonansowego odtwarzania obciążeń składa się z następujących etapów:

- pomiar odpowiedzi drganiowej konstrukcji na wymuszenie akustyczne w warunkach rzeczywistych (np. pomiar drgań konstrukcji przy pracujących z pełną mocą silnikach odrzutowych - warunki startowe);
- analiza zmierzonych drgań w celu określenia istotnych z punktu widzenia wytrzymałości zmęczeniowej drgań własnych, przebiegu krzywej rozkładu  $p(x)$  oraz średniej częstotliwości drgań  $f_0$ ;
- analiza modalna wyselekcjonowanych drgań własnych w celu określenia głównie ich postaci i tłumienia;
- określenie rozkładu i wielkości siły wymuszającej;
- wykonanie badań - wynikiem jest czas T.

#### 5. OKREŚLENIE ROZKŁADU I WIELKOŚCI SIŁY WYMUSZAJĄCEJ

Największym problemem jest symulacja rzeczywistych drgań z dostateczną dokładnością. W drganiach tych muszą wystąpić wszystkie istotne, z uwagi na zmęczenie konstrukcji, drgania własne, a wartości  $f_0$  i  $p(x)$  drgań symulowanych muszą być równe wartościom  $f_0$  i  $p(x)$  drgań rzeczywistych. Ponieważ zaś rozkład  $p(x)$  jest funkcją  $\sigma$ , to musi również zachodzić zgodność przebiegów rozkładu  $\sigma$  drgań symulowanych i rzeczywistych.

Do wzbudzenia drgań badanej konstrukcji używa się zwykle zespołu wzbudników - należy zatem określić ich rozkład oraz siłę, jaką każdy z nich działa na konstrukcję. Rozkład wzbudników ustala się na podstawie postaci wyselekcjonowanych drgań własnych, zaś wartość siły ustala się dla każdego ze wzbudników z osobna w zależności od tego, które drgania własne wzbudza.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego nr 9 9447 92 03.

## LITERATURA

- [1] Broch J.T.: *Effects of Spectrum Non-linearities upon the Peak Distribution of Random Signals*. B&K Technical Review No 3-1963.
- [2] Broch J.T.: *Peak Distribution Effects in Random Load Fatigue*. B&K Technical Review No 1- 1968.
- [3] Broch J.T.: *On the Damaging Effects of Vibration*. B&K Technical Review No 4-1968.
- [4] Burczak W.: *Określanie żywotności struktury samolotu obciążonej akustycznie*. Technika Lotnicza i Astronautyczna nr 3/1975.
- [5] Louwers M.: *Overview of Existing Test Facilities for Acoustic Fatigue in Aeronautics*. 1993 International Congress of Noise Control Engineering Inter-Noise 93. Leuven - Belgium, August 1993.
- [6] Powell A.: *An Introduction to Acoustic Fatigue*. Syracuse University Press New York 1965.
- [7] Rice S.O.: *Mathematical Analysis of Random Noise*. Bell System Technical Journal No 23/1944 and 24/1945.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Eugeniusz Świtoński

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1993r.

## Abstract

Experience on many different aircraft has shown that high-frequency low-amplitude pressure fluctuations associated with random acoustic loading can cause structural fatigue or lead to unacceptable costs of inspection. A mechanical construction consists, in general, of a number of mechanical "elements", such as plates, beams, bolts etc. Each of these elements may be produced from a different material and show a variety of specialized shapes. The theoretically estimate of fatigue life of the complete construction is therefore extremely difficult, if at all possible. In some cases the only solution may be to perform fatigue life testing of the complete construction in the laboratory by means of modern vibration test equipment.

---

The paper presents basic assumptions of the acoustic fatigue test method in which the structural response is simulated by means of modern vibration test equipment, and a method of determining the forcing function used in this test.