ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994

Seria: MECHANIKA z.115 Nr kol. 1230

Eugeniusz ŚWITOŃSKI, Zdzisław RAK

Katedra Mechaniki Technicznej
Politechnika Śląska w Gliwicach

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI WARTOŚCI WŁASNYCH NA PARAMETRY KONSTRUKCYJNE UKŁADÓW NAPĘDOWYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę wyznaczania pochodnych wartości własnych względem parametrów konstrukcyjnych układów napędowych. Można w ten sposób określić wrażliwość parametrów konstrukcyjnych na częstości drgań swobodnych tych układów. Zamieszczono przykładowe wyniki dla układu napędowgo głowicy kombajnu węglowego.

SENSITIVITY ANALYSIS OF EIGENVALUES WITH RESPECT TO DESIGN PARAMETERS OF DRIVING SYSTEMS

Summary. A method for the differentiation of eigenvalues with respect to design parameters of driving systems has been presented in the paper. In this way it is possible to determine free vibration frequencies ensitivity on design parameters of this systems. Exemplary results obtained for a driving system of a coal shearer's gearhead are contained.

ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ НА КОНСТРУКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРИВОДНЫХ СИСТЕМ

Резюме. В работе представлено метод определяния производных собственных значений в отношении к конструктивным параметром приводных систем. Этот способ позволяет определить чувствительность собственных частот колебаний на конструктивные параметры этих систем. Включено основанные на примерах результаты для привода головки угольного комбайна.

INTRODUCTION

Dynamics of driving systems of working machines is under great influence of design parameters of these systems which have a decisive effect on values of particular forms

of free vibrations as well. The knowledge of a form of free vibration and of eigenvalues of driving systems is of great importance as regards harmonic function response of the system. Defining of free vibration frequencies makes it possible to determine resonance regions where dynamic forces in kinematic pairs of the driving system exceed nominal values. Therefore it is necessary to aim at such a selection of design features of the system that its free vibration frequencies be considerably different from frequencies of exciting forces resulting from rotational speed of shafts, frequencies of meshings etc.
In general, all design features of the driving system under consideration have effect on a change of eigenvalues of this sytems. However, the influence of some features may be of vital importance. It is possible to evaluate the influence of particular design features on eigenvalues (free vibration frequencies) of the system when carrying out the sensitivity analysis. The problem resolves itselves into differentiation of eigenvalues of a characteristic matrix for the driving system and formed from a matrix of the stiffness and inertia of this system. Thus, elements of this matrix are conditioned by design parameters of the driving system being analysed.

DERIVATIVES OF EIGENVALUES

Let us consider the following eigenproblem

$$K \cdot X = \lambda \cdot M \cdot X, \tag{1}$$

where λ is a matrix of eigenvalues, X is a matrix of eigenvectors corresponding with eiegnvalues, K and M are a torsional stiffness matrix and a matrix of inertia of the driving system respectively.

The matrices of torsional stiffness and of inertia are symmetric and have real elements. The size of these matrices corresponds with a number of degrees of freedom of the system under consideration. As regards the above problem Fox and Kapoor have stated the following relationship for derivatives of eigenvalues related to design parameters [1]

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial \delta_j} = X_i^T \cdot \left[\frac{\partial K}{\partial \delta_j} - \lambda_i \cdot \frac{\partial M}{\partial \delta_j} \right] \cdot X_i, \tag{2}$$

$$i = 1,2, \dots n$$
$$j = 1,2, \dots m$$

where n is a number of degrees of freedom of the system, m is a number of design parameters in relation to derivatives of eigenvalues are determined, $\partial K/\partial \delta_j$, $\partial M/\partial \delta_j$ stand for matrices the elements of which are derivatives of elements of the matrices of torsional stiffness and that of inertia after j-th design parameter respectively.

The realationship (2) has been deduced under the assumption that eigenvectors are normalized in a way that [1,2]

$$X_i^T \cdot M \cdot X_i = 1 \tag{3}$$

NUMERICAL CALCULATIONS

The relationship (2) has been used to determine the influence of design parameters on eigenvalues of a driving system of coal shearer's gearheads. A kinematic diagram of this system is shown in figure 1. A dynamic model with 13 degrees of freedom and with parameters presented in table 1 hase been accepted for analysis [3].

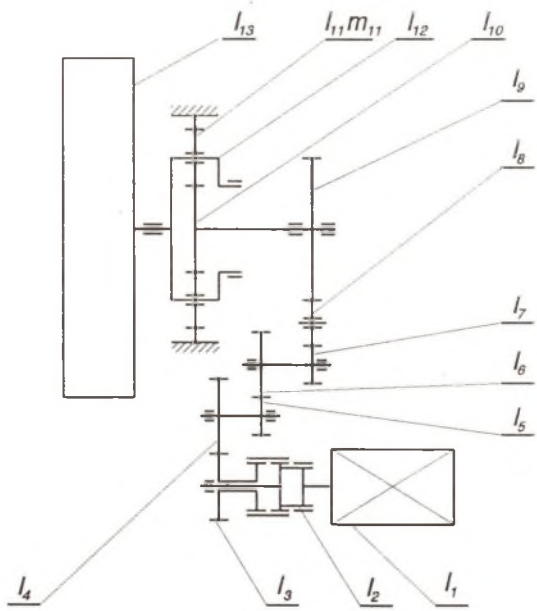

Fig.1. Kinematic scheme of a coal shearers's gearhead driving system
Rys.1. Schemat kinematyczny układu napędowego głowicy kombajnu węglowego

Free vibration frequencies of the driving system for the accepted dynamic model are contained in table 2.

All moments of inertia and coefficients of rigidity of the accepted dynamic model have been assumed as design parameters in relation to which derivatives of eigenvalues have been determine [4].

Table 1

Design parameters of the dynamic model of the driving system

L.p.	Moment of inertia I_i kgm^2	Stiffness coefficient k_i x 10^6 Nm/rad
1	1.721	1.507
2	0.190	24.570
3	0.104	17.950
4	0.415	0.901
5	0.010	9.369
6	0.220	0.619
7	0.022	2.651
8	0.088	3.012
9	0.085	0.109
10	0.002	65.870
11	0.011	87.680
12	0.375	70.060
13	12.239	3.430

Table 2

Free vibration frequencies of the driving system

L.p.	ω_i Hz
1	52
2	179
3	295
4	445
5	577
6	1279
7	1429
8	1676
9	2163
10	3582
11	4299
12	5215
13	5822

The table 3 presents derivatives the of the first five eigenvalues in relation to three design parameters of the system which had the greatest influance on the basic form of free vibration.

Table 3

Derivatives eigenvalues with respect to design parameters $\partial\lambda_i / \partial\delta_j$

δ_j \ λ_i	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
k_{13}	$2.33\cdot10^6$	$1.04\cdot16^5$	$4.01\cdot10^4$	$6.52\cdot10^4$	$3.41\cdot10^6$
I_{13}	$-1.12\cdot10^6$	$-1.81\cdot10^5$	$-5.54\cdot10^4$	$-6.71\cdot10^4$	$-1.96\cdot10^6$
k_{11}	$2.03\cdot10^5$	$3.13\cdot10^5$	$2.87\cdot10^5$	$5.16\cdot10^5$	$1.97\cdot10^7$

The obtained results have been verified under using a method forecasting of eigenvalues for a little change of design parameters according to the relationship [1]

$$\lambda_i^p \approx \lambda_i + \Delta\delta^T \cdot \nabla\lambda_i, \quad (4)$$

where λ_i^p is a predicted eigenvalue, $\nabla\lambda_i$ is a vector $(\partial\lambda_i/\partial\delta_1, \partial\lambda_i/\partial\delta_2, \ldots, \partial\lambda_i/\partial\delta_m)$ whereas $\Delta\delta \equiv (\Delta\delta_1, \Delta\delta_2, \ldots, \Delta\delta_m)$ is a vector of little changes of design parameters.

A very good conformity of eigenvaules as compared with eigenvalues determined for the system in which design parameters have been changed by a vector $\Delta\delta$ is obtained. The differences between the results do not exceed a few per cent.

RECAPITULATION

The presented method makes it possible, when using numerical method, to determine in a simple way derivatives of eigenvalues in relation to design parameters and thus to determine the sensitivity of free vibration frequencies of the driving system on design parameters of the system being analysed. Optimization of design parameters can be the next stage of analysis. It shall be its task to determine such values of these parameters for which the selected forms of free vibration of the driving system being analysed are characterized by the required values.

REFERENCES

[1] R.L. Fox, M.P. Kapoor: Rates of Eigenvalues and Eigenvectors. AIAA Journal, vol.6, No 12, 1968, pp. 2426-2429.

[2] A.Ralston: A First Course In Numerical Analysis. McGraw-Hill Book Company, London, 1965.

[3] E.Świtoński, A.Mężyk, Z.Rak: Dynamic of the Mining Machines Including Electromechanical Phenomena. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, No 9-10 (259), 1991, pp. 111-116 (also in Polish).

[4] Identifing of dynamic properties of prototype coal shearer's gearhead with respect to evaluation its technical state. Research report NB-222/RMT-4/87/CPBP 1.1, Gliwice 1989 (in Polish).

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jerzy Maryniak

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1993r.

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI WARTOŚCI WŁASNYCH NA PARAMETRY KONSTRUKCYJNE UKŁADÓW NAPĘDOWYCH

Streszczenie

Znaczący wpływ na dynamikę układów napędowych mają ich częstości drgań swobodnych. Znajomość wartości tych częstości pozwala na wyznaczenie obszarów rezonansowych, dla których siły dynamiczne w parach kinematycznych układu przekraczają wartości nominalne. Należy dążyć więc do takiego projektowania układów napędowych, aby ich częstości drgań swobodnych znacznie różniły się od częstości sił wymuszających, wynikających z prędkości wirowania wałów, częstości zazębień itd. Na poszczególne częstości drgań swobodnych układu największy wpływ mogą mieć tylko niektóre jego elementy. Ocenę wpływu poszczególnych cech konstrukcyjnych na częstości swobodne można określić przeprowadzając analizę wrażliwości. Problem sprowadza się do wyznaczenia pochodnych wartości własnych względem parametrów konstrukcyjnych (2) [1] dla zagadnienia własnego (1). Macierze $\boldsymbol{M}$ i $\boldsymbol{K}$ są odpowiednio symetrycznymi macierzami bezwładności i sztywności skrętnej układu napędowego. Przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń pochodnych wartości własnych dla układu napędowego głowicy kombajnu węglowego (rys.1). Parametry modelu dynamicznego o 13. stopniach swobody zamieszczono w tablicy 1 [3,4]. W tablicy 2. przedstawiono wszystkie częstości drgań swobodnych tego układu napędowego. W tablicy 3. przedstawiono pochodne wartości własnych względem trzech parametrów modelu dynamicznego, które miały największy wpływ na pierwszą częstość drgań swobodnych. Otrzymane wyniki można sprawdzić metodą przewidywania wartości własnych na podstawie zależności (4), gdzie $\Delta\delta$ jest wektorem zmian konstrukcyjnych, porównując otrzymany wynik z wartościami własnymi obliczonymi dla układu z parametrami modelu dynamicznego zmienionymi o wektor $\Delta\delta$.

Przedstawiona metoda umożliwia wyznaczenie pochodnych wartości własnych względem parametrów konstrukcyjnych, a tym samym określenie wrażliwości częstości drgań swobodnych układu napędowego na jego parametry konstrukcyjne.

The work was conducted as a part of the research project No. PB0994/P4/93 supported by the Committee of Scientific Researches in gears 1993 - 1995.