

Zdzisław JASKÓŁA, Michał PLOCH

ZASTOSOWANIE WSKAŹNIKA BEZPIECZEŃSTWA W OBLICZENIACH WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH KÓŁ ZĘBATYCH

Streszczenie. Aktualnie zalecane metody obliczeń konstrukcyjnych uzębień są oparte na współczynniku bezpieczeństwa. W ostatnich latach rozwiązano efektywnie wiele problemów z teorii niezawodności elementów wykorzystując wskaźnik bezpieczeństwa β jako miarę zapasu bezpieczeństwa. Praca ilustruje wyniki badań własnych wykorzystania wskaźnika β w obliczeniach wytrzymałościowych kół zębatach przedkładni.

APPLICATION OF SAFETY INDEX IN STRENGTH CALCULATION OF TOOTHED WHEELS

Summary. Actually proposed calculation methods of toothed wheels are based on safety coefficient. In last years has been effectively solved a lot of problems from the reliability theory, using safety index β as a measure of safety margin. In this paper the results of own research works and investigations of applying the safety index to strength calculation of toothed wheels was presented.

ANWENDUNG EINES SICHERHEITS-INDEXES IN FESTIGKEITBERECHNUNGSVERFAHREN VON ZAHNRÄDER

Zusammenfassung. Die aktuell als gültig empfohlene Berechnungsmethoden, die eine Dimensionierung der Zähne erlauben, basieren auf dem Sicherheitsbeiwert. In der letzten Jahren wurden effektiv viele Probleme aus dem Gebiet Zuverlässigkeitstheorie von Bauelementen mit Hilfe Sicherheit - Indexes β als ein Maß einer Reserve der Sicherheit. Diese Arbeit zeigt die Resultate der eigenen Untersuchungen der Anwendung des Indexes β in Festigkeitsberechnungen von Zahnräder der Getriebe.

1. WPROWADZENIE

1.1. Problem badawczy

Głównym problemem współczesnych zagadnień projektowo–konstrukcyjnych jest uzgadnianie wymagań stawianych przez kryteria maksymalizacji osiągnięć mierzonych ilością mocy przypadającej na jednostkę masy (lub wielkością obciążenia przypadającego na jednostkę ciężaru maszyny) i kryterium niezawodności. Oba te kryteria wiąże ze sobą współczynnik bezpieczeństwa.

Pierwszym i podstawowym warunkiem spełnienia obu tych kryteriów jest wyeliminowanie przypadkowych współczynników bezpieczeństwa. Uwielokrotniają one bowiem rzeczywiste potrzeby i prowadzą do ogromnej rozrzutności w gospodarowaniu zasobami surowcowo–energetycznymi. Nie gwarantują również wymaganej przez użytkownika niezawodności. Przyjmowany w obliczeniach wytrzymałościowych współczynnik bezpieczeństwa powinien być rzeczywistą miarą bezpieczeństwa, a nie miarą naszej niewiedzy. Nie powinien być stosowany dla wyrównania braku wiedzy o własnościach tworzywa, jego zachowaniu się pod obciążeniem eksploatacyjnym czy braku wiedzy o rzeczywistym stanie naprężeń.

Pracownicy Zakładu Podstaw Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Energetycznych Pol. Śl. zajmują się tym problemem już od wielu lat. Rozwijane przez zespół badania zmierzają nie tylko do pogłębienia podstaw teoretycznych tego zagadnienia, ale również do praktycznego ich wykorzystania m.in. w badaniach konstrukcji przekładni zębatych [4, 10].

Analiza produkcji kół zębatych wykazała, że w pewnym okresie wykonywano w Polsce rocznie około 22 miliony sztuk kół z kilkunastu gatunków stali oraz innych tworzyw, stosując różną obróbkę cieplną, cieplno–chemiczną i wykańczającą. Taka różnorodność, przy równoczesnej niedostatecznej znajomości wytrzymałości zmęczeniowej uzębień, nie sprzyja racjonalnej gospodarce materiałami. W porównaniu z innymi krajami zużycie tworzywa na koła zębate w Polsce jest większe, większe są gabaryty i większa jest masa przekładni zębatych. Współczesny rozwój konstrukcji przekładni zębatych charakteryzuje się natomiast stałym zmniejszaniem masy oraz gabarytów. Osiąga się to przez:

- stosowanie nowych tworzyw o wysokiej wytrzymałości na zginanie i nacisk powierzchniowy, przy jednoczesnym stosowaniu optymalnej obróbki cieplnej lub cieplno–chemicznej,
- doświadczalne badania własności wytrzymałościowych stosowanych tworzyw na koła zębate,
- bardziej szczegółową analizę tych czynników, które wpływają na własności wytrzymałościowe oraz nośność przekładni zębatych,
- rozwój konstrukcji zarówno samych przekładni zębatych, jak i różnych układów z przekładnią zębatą.

Badania wytrzymałości i trwałości kół zębatych, do których ograniczone zostaną rozważania, są prowadzone w dwojaki sposób: metodą klasyczną i systemową. Pierwsza zakłada, że przedmiot badań stanowi zbiór niezależnych czynników, co pozwala na stosowanie zasady „badaj poszczególne czynniki niezależnie od siebie”. Druga, że czynniki są wzajemnie powiązane i zmiana jednego z nich może wwołać zmianę zachowania się innych.

Badania własne są oparte na metodzie, która spełnia wymagania badań systemowych. Oznacza to, że zarówno stanowisko badawcze, koła próbki, sposób przeprowadzenia badań, jak i założenia przyjmowane w obliczeniach wytrzymałościowych tworzą pewną spójną całość. Uwzględniają zarówno postęp badań, jaki dokonał się w badaniach modelowych trwałości maszyn i urządzeń, jak i obowiązujące zalecenia normatywne, odnoszące się do przekładni zębatych.

1.2. Badania niezawodnościowe

Wspólną cechą wielu określeń niezawodności jest to, że opierają one definicję na wyznaczeniu pewnego prawdopodobieństwa. Tak pojęta niezawodność nie zadowala jednak wielu, ponieważ dostrzega się, że dla badań potrzebne są dodatkowe pojęcia i sposoby postępowania.

W szerszym rozumieniu w pojęciu niezawodności należy rozróżniać:

- skuteczność działania identyfikowaną dobranymi kryteriami działania,
- okoliczność działania,
- trwałość układu materialnego,
- pewność skutecznego działania przy założonej trwałości i w zidentyfikowanych okolicznościach [1].

Układ działa skutecznie, jeśli jego działanie odpowiada oczekiwanej regule zachowania się, a więc jeśli działanie jest zgodne z przyjętymi przez projektanta i konstruktora cechami działania (parametrami pracy). Skuteczność można równocześnie pojmować jako określony stopień przystosowania środka technicznego do wykonania zadań wynikających z celu eksploatacji lub takie użytkowanie urządzeń, które jest zgodne z ich przeznaczeniem. Ogólną natomiast miarą skuteczności eksploatacyjnej mogą być wszelkie miary odnoszące się do wyników, korzyści i nakładów (strat).

W badaniach pominiemy wpływ okoliczności działania. Ograniczymy rozważania do badań trwałości i pewności działania w warunkach laboratoryjnych bez uwzględniania wpływów eksploatacyjnych.

W szerszym rozumieniu trwałością nazywamy długość okresu działania liczoną od chwili wytworzenia elementu (prostego lub złożonego) do chwili utraty przez element jego zdolności do działania, tzn. do chwili, w której „umiera” on w sensie technicznym. Tak pojęta trwałość jest pewną właściwością wszystkich obmyślanych i wytwarzanych przez człowieka układów materialnych.

Trwałość nie zawsze jest pojmowana jednoznacznie, ponieważ środek techniczny, gdy się zepsuje, jest naprawiany bardzo często dopóty, dopóki jest to możliwe. Próg, po osiągnięciu którego środek techniczny uważa się za ostatecznie uszkodzony, stanowi odrębny problem badawczy.

Badania trwałości środka technicznego mogą być prowadzone w dwojaki sposób: „od wewnątrz” oraz „z zewnątrz”. W pierwszym przypadku rozpoznajemy, jaki jest jego system i jaka jest konstrukcja środka technicznego. Badamy jego istotę działania, sposób jego reagowania na oddziaływanie różnych rodzajów wejść, identyfikujemy czynniki, które wywołują uszkodzenie elementów. Bada się, w jaki sposób powstają określone zjawiska po to, aby móc prognozować ich rozwój. W tych badaniach środek techniczny jest traktowany jako tzw. „biała” czy „przezroczysta” skrzynka.

W drugim przypadku środek techniczny jest traktowany jako „czarna skrzynka”. Badamy, kiedy i w jakich okolicznościach powstały uszkodzenia lub zaszły pewne zjawiska. Czynimy to w tym celu, aby móc wiedzieć, kiedy one wystąpią. Zbieramy informacje o tym, co zaszło w przeszłości (tworzymy bank informacji), na podstawie których wyprowadza się następnie pewne reguły oparte na statystyce.

Trwałość elementu osiągnana w warunkach eksploatacyjnych zależy od bardzo wielu czynników. Związane z nimi zależności są tak uwikłane, że w przewidywaniu trwałości można się pomylić wielokrotnie, nie podejrzewając możliwości tak ogromnych odchyień.

Prognozowanie trwałości elementów maszyn jest oparte zarówno na modelowych badaniach analitycznych, jak i doświadczalnych. Dzięki tym badaniom dochodzimy do informacji, która umożliwia nam budowanie prognoz. Jednym ze źródeł informacji należących do szeroko pojmowanego otoczenia są normy techniczne. Są to dokumenty techniczno-prawne określające własności i właściwości znormalizowanego przedmiotu lub określające zasady obliczania, pomiaru wielkości (wartości) czy dokonywania oceny jakości o zakresie stosowania danej metody.

W najnowszych opracowaniach normatywnych określenie „zakres stosowania metody” zastąpiono pojęciem „poziomu” lub „stopnia” i jako kryteria bezpieczeństwa przyjmuje się:

- współczynnik bezpieczeństwa,
- wskaźnik bezpieczeństwa (stopień 2),
- prawdopodobieństwo awarii (stopień 3),
- wskaźnik klasy bezpieczeństwa (stopień 4).

Międzynarodowe zalecenia normatywne z zakresu przekładni zębatej przewidują możliwość stosowania różnych metod obliczania wytrzymałości łożysk i wyznaczania współczynników. Metody te są oznaczone wg malejącej dokładności kolejnymi literami alfabetu od A do D. Wymagania natomiast

odnoszące się do jakości materiału, obróbki cieplnej i cieplno–chemicznej sklasyfikowano wg trzech stopni jakości oznaczając je jako: ML, MQ, ME [7].

2. KRYTERIA BEZPIECZEŃSTWA

2.1. Współczynnik bezpieczeństwa δ

W metodzie obliczeń wytrzymałościowych, której zasady zostały opracowane przez L.M. Naviera, przyjmuje się dla materiałów sprężysto–plastycznych, że element będzie działał bezpiecznie, jeśli spełniony zostanie warunek:

$$\sigma_e \leq k_e \overset{\text{df}}{=} \left(\frac{R_e}{\delta} \text{ lub } \frac{R_{e0,2}}{\delta} \right)$$

gdzie:

- σ_e – naprężenie obliczeniowe wynikające z nominalnych obciążeń elementu, występujących w warunkach eksploatacyjnych,
- k_e – naprężenie dopuszczalne,
- R_e – normowa granica plastyczności materiału zagwarantowana przepisami kontroli,
- $R_{e0,2}$ – umowna granica plastyczności,
- δ – współczynnik bezpieczeństwa.

Metodę oparto na następujących założeniach:

- wszystkie wielkości, które uwzględnione zostały w obliczeniach wytrzymałościowych, są zdeterminowane,
- każdy element konstrukcyjny jest ciałem sprężystym, w którym naprężenia zależą liniowo od obciążeń,
- w obliczeniach można przyjąć także takie obciążenia zewnętrzne i ich kojarzenie, które nigdy nie pojawiają się przez cały czas eksploatacji maszyny (wyznacza się σ_{\max}),
- możliwą niedokładność określenia sił i naprężeń kompensuje się współczynnikiem bezpieczeństwa δ (przy odpowiednim jego wyborze można zapewnić nawet niezniszczalność elementu),
- wszystkie obciążenia zewnętrzne rozpatruje się jako działające w sposób ciągły, a wywołane przez nie naprężenia sumuje się zgodnie z obowiązującymi zasadami składania naprężeń,
- warunek wytrzymałości rozpatruje się porównując naprężenia wywołane wyłączeniem z naprężeniami granicznymi,
- obliczenia trwałościowe, które należy przeprowadzić w przypadku oddziaływania wielokrotnie powtarzających się obciążeń zmiennych, sprowadza się za pomocą odpowiednich współczynników również do porównania naprężeń, tak aby zapewnić niezniszczalność elementu.

W ten sposób ogromną różnorodność maszyn i ich elementów sprowadza się do jednego modelu, do opisanego którego wystarczają równania teorii sprężystości i znajomość niektórych wielkości, charakteryzujących własności mechaniczne stosowanych tworzyw (współczynniki sprężystości, granica proporcjonalności i plastyczności, doraźna wytrzymałość, wytrzymałość zmęczeniowa).

W metodzie podstawowe znaczenie ma współczynnik bezpieczeństwa δ . Jest to liczba, która określa wartość ilorazu średniej wytrzymałości do średniego wyężenia. Przy wskaźnikowym oznaczeniu stosunku otrzymamy:

$$\delta = \frac{R_u}{\sigma_u}$$

gdzie:

- δ – liczba bezpieczeństwa,
- R_u – uogólniona miara wytrzymałości,
- σ_u – uogólnione wyężenie elementu.

Pierwszym, który stosował współczynniki bezpieczeństwa w procesie konstruowania, był prawdopodobnie C.A. Coulomb. Przyjmowane w przeszłości liczby bezpieczeństwa wahały się w granicach od kilku do ok. 20.

W drugiej połowie ubiegłego stulecia przy konstruowaniu elementów wykonanych z metalu zaczęto powszechnie przyjmować liczbę $\delta = 4$. W 1881 r. C. Bach wydał podręcznik pt.: „Die Maschinenelemente”, w którym umieścił tablice dopuszczalnych naprężeń dla niektórych gatunków stali.

Z biegiem czasu zaczęto zdawać sobie sprawę z faktu, że termin „współczynnik bezpieczeństwa” nie odpowiada istocie rzeczy. Co więcej, jest mylący, ponieważ daje fałszywy obraz zapasu bezpieczeństwa. Do takiego wniosku doszli równocześnie R. Luper w USA i F. Nixon w Wielkiej Brytanii, którzy wykazali niezależnie od siebie, że współczynnik bezpieczeństwa jest jedynie miarą stopnia naszej niewiedzy [9].

2.2. Wskaźnik bezpieczeństwa β

Metody stopnia II zostały po raz pierwszy zaproponowane przez A.P. Rzacnicyna w latach czterdziestych, szerzej natomiast zastosowane dopiero w latach sześćdziesiątych i siedemdziesiątych dzięki pracom różnych autorów [12].

KONCEPCJA OGÓLNA – Rozważania ograniczone zostaną do klasycznej metody II stopnia, gdzie przyjmuje się rozkłady dwuparametrowe, które charakteryzowane są za pomocą wartości średnich \bar{X}_1 i odchylenia standardowego σ_x . Przyjmuje się, że element ulega uszkodzeniu, jeśli wywołane w nim wyężenie (naprężenie σ) przekroczy wytrzymałość elementu R , tzn. gdy:

$$\sigma - R > 0$$

Równocześnie zakłada się, że wielkości losowe σ i R mają rozkład normalny i ponadto, że są to zmienne niezależne.

Pojęcie metody stopnia drugiego nie jest jednak jednoznaczne. Występują różnice, które dotyczą przyjmowanych założeń co do postaci rozkładu zmiennych losowych, jak i uproszczeń przyjmowanych przy obliczaniu prawdopodobieństwa uszkodzenia elementu. Do zalecanych sposobów wyznaczania miar bezpieczeństwa elementu zalicza się następujące określenia ilorazowe:

$$\frac{\text{naprężenie maksymalne} - \text{wytrzymałość średnia}}{\text{odchylenie standardowe wytrzymałości}}$$

lub

$$\frac{\text{naprężenie średnie} - \text{wytrzymałość średnia}}{\text{odchylenie standardowe różnicy}}$$

ZAPAS BEZPIECZEŃSTWA Z – Według danych literaturowych [8], pierwszym, który wprowadził pojęcie zapasu bezpieczeństwa, był F. Nixon. Wyodróżnione powyżej dwie koncepcje ogólne różnią się jednak sposobem określenia zapasu bezpieczeństwa.

Przyjmijmy najpierw, że dany jest tylko rozrzut wytrzymałości, a stan wyężenia jest zdeterminowany jedną wartością. Zapas bezpieczeństwa stanowi wówczas odległość wartości wyężenia mierzoną w stosunku do wartości średniej wytrzymałości. Prowadzi to do zależności, która pozwala wyznaczyć wartość naprężenia dopuszczalnego w sposób następujący:

$$\sigma(P) = \bar{\sigma} - z \cdot S$$

gdzie:

$\sigma(P)$ – naprężenie dopuszczalne jako funkcja pewności P ,

$\bar{\sigma}$ – naprężenie średnie wytrzymałości,

S – odchylenie standardowe,

z – odchylenie standaryzowane dobrane ze względu na założone P .

W drugiej koncepcji natomiast zapasem bezpieczeństwa Z nazywa się różnicę:

$$Z = R - \sigma$$

przy czym: Z , σ , R są to wielkości losowe, gdzie R jest wytrzymałością elementu, a σ – wyężeniem elementu.

Przyjmuje się następnie, że Z jest liniową funkcją zmiennych X_i wyznaczających wartości R i σ . Udowadnia się, że jeśli X_i ma rozkład normalny, to również zmienna losowa Z ma rozkład normalny. Odchylenie standardowe dla zmiennej losowej Z wyznacza się w zależności:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_\sigma^2}$$

gdzie: σ_R i σ_σ oznaczają odchylenia standardowe wytrzymałości R i wyciężenia σ .

Miarą zapasu bezpieczeństwa Z jest wówczas wskaźnik bezpieczeństwa β zdefiniowany jako stosunek:

$$\beta = \frac{Z}{\sigma_z}$$

gdzie:

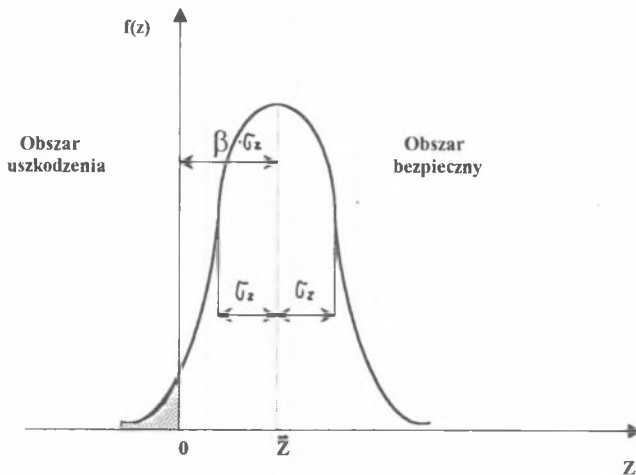
Z – średnia wartość zapasu bezpieczeństwa,

σ_z – odchylenie standardowe zapasu bezpieczeństwa.

Wartość średnią Z obliczamy na podstawie zależności:

$$Z = \bar{R} - \bar{\sigma}$$

Wartość β jest więc „odległością” wartości średniej Z od punktu zerowego $z = 0$ (rys. 1). Tak pojęty wskaźnik jest miarą prawdopodobieństwa, że $Z < 0$, które możemy obliczyć ze wzoru:



Rys. 1. Interpretacja wskaźnika bezpieczeństwa β

Fig. 1. Interpretation of safety index β

$$p = \phi(-\beta)$$

gdzie ϕ jest unormowaną funkcją Laplace'a [12].

2.3. Rozkłady wytrzymałości i trwałości

Zniszczenie zmęczeniowe ma charakter statystyczny. Funkcję Wöhlera należy więc traktować jako funkcjonalny związek zbioru krzywych, z których każda wskazuje na określone prawdopodobieństwo uszkodzenia.

Najogólniejszą statystyczną charakterystyką krzywej zmęczeniowej (funkcji Wöhlera) jest rozkład prawdopodobieństwa dwuwymiarowej zmiennej losowej (σ, N) , gdzie σ jest naprężeniem, N – liczbą cykli. Ze względów praktycznych wykorzystuje się dwa sposoby przedstawienia parametrów rozkładu zmiennej losowej (σ, N) , a mianowicie podaje się:

- warunkową dystrybuantę $F(\sigma/N)$, która określa prawdopodobieństwo zniszczenia przy $\sigma_g < \sigma$, gdzie σ_g jest naprężeniem granicznym dla określonej liczby cykli N ,
- warunkową dystrybuantę $F(N/s)$, która określa prawdopodobieństwo zniszczenia przy $N_g < N$, gdzie N_g jest graniczną liczbą cykli dla określonego naprężenia σ .

W obu przypadkach może zachodzić jeden z następujących rozkładów:

- rozkład normalny (Gaussa),
- rozkład logarytmiczno-normalny,
- rozkład wykładniczy,
- rozkład Weibulla.

Rozkład trwałości zmęczeniowej łożysk tocznych, jak i rozkład trwałości i wytrzymałości zębów kół przekładni z dokładnością wystarczającą dla praktyki, można wyrazić za pomocą parametrów rozkładu Weibulla [3].

Rozkład Weibulla zmiennej losowej X typu ciągłego ma rozkład gęstości określony wzorem:

$$f(x) = \frac{\delta}{\theta} (x - x_0)^{\delta-1} \exp \left[-\frac{(x - x_0)^\delta}{\theta} \right] \quad \text{dla } x > x_0$$

gdzie:

$\delta > 0$ – parametr kształtu,

$\theta > 0$ – parametr skali,

x_0 – parametr położenia (parametr progowy rozkładu).

Wartość oczekiwana $E(X)$ zmiennej losowej X jest określona wzorem:

$$E(X) = x_0 + \theta^{1/\delta} \Gamma \left(\frac{1}{\delta} + 1 \right)$$

gdzie: Γ – funkcja gamma Eulera.

Odchylenie średnie zmiennej losowej X wyraża się wzorem:

$$\sigma = \theta^{1/\delta} \sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{\delta} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)}$$

Mediana zmiennej losowej X wyraża się wzorem:

$$M_e(X) = x_0 + (\theta \ln 2)^{1/\delta}$$

Wartość modalna zmiennej losowej X może być wyznaczona za pomocą wzoru:

$$M_o(X) = x_0 + \left[\theta \left(1 - \frac{1}{\delta}\right)\right]^{1/\delta}$$

Badania kół zębatych są prowadzone na podstawie następujących założeń. Bada się bądź rozkład wytrzymałości stopy lub boku zęba dla założonej liczby cykli zmian obciążenia bądź rozkład trwałości dla danej wartości wytrzymałości, przyjmując, że w obu przypadkach właściwości losowe wyraża rozkład Weibulla. Związek, jaki zachodzi pomiędzy parametrami tego rozkładu, a niezawodnością R dla funkcji Wöhlera można przedstawić w następującej postaci [3]:

$$\sigma(R) = \left[\sigma_M^a + (\sigma_E^a - \sigma_M^a) \frac{\left[\ln \frac{1}{R} \right]^{1/\delta}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right)} \right]^{1/a}$$

gdzie:

$\sigma(R)$ – jest wytrzymałością elementu możliwą do osiągnięcia z prawdopodobieństwem R dla danej liczby cykli zmian obciążenia,

σ_E – jest wartością progową, dla której $R \approx 1$,

σ_M – jest wartością oczekiwaną,

R – jest funkcją niezawodności, która przyjmuje wartości liczbowe w przedziale $R \in (0, 1)$,

a – jest wykładnikiem potęgowym funkcji Wöhlera lub

$$N(R) = N_M + (N_E - N_M) \frac{\left[\ln \frac{1}{R} \right]^{1/\delta}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right)}$$

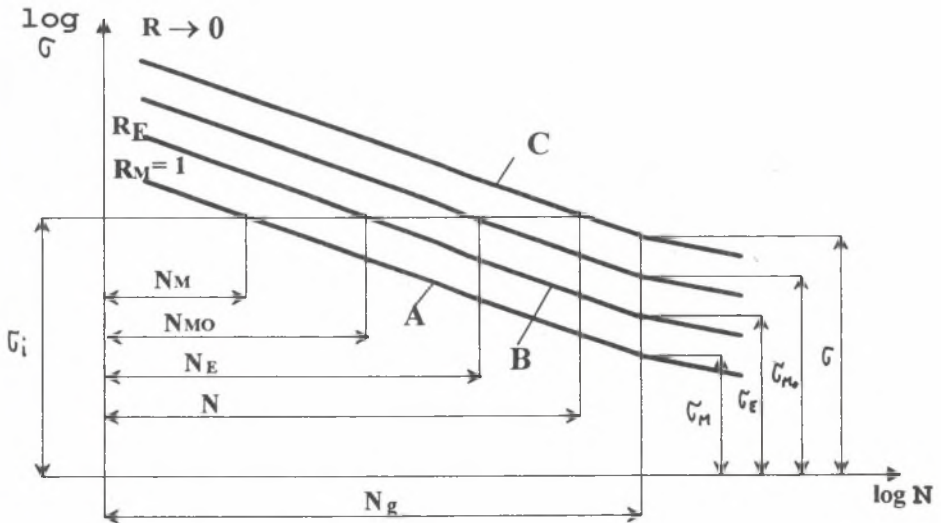
gdzie:

$N(R)$ – jest trwałością elementu możliwą do osiągnięcia z prawdopodobieństwem R na danym poziomie naprężenia,

N_M – jest wartością progową, dla której $R \approx 1$,

N_E – jest wartością oczekiwaną.

Na podstawie tych zależności można wyznaczyć zbiór linii, z których każda wskazuje określone prawdopodobieństwo osiągnięcia wytrzymałości σ przy danej liczbie cykli N lub liczby cykli N zmian naprężeń σ na danym jego poziomie (rys. 2).



Rys. 2. Funkcja niezawodności R

Fig. 2. Reliability function R

3. BADANIE WSKAŹNIKA BEZPIECZEŃSTWA β UZĘBIENŃ KÓŁ

3.1. Badanie funkcji trwałości

W ramach prac badawczych [7, 10] prowadzonych w Zakładzie Podstaw Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Energetycznych nt.: „Typizacja gatunków stali na koła zębate walcowe, wyznaczenie wytrzymałości zmęczeniowej na zginanie i na naciski powierzchniowe”, przeprowadzona została próba wytrzymałości σ_{Flim} uzębień kół wykonanych ze stali 16HG (tabl. 1). Badania prze-

przewodzone zostały na zlecenie Zakładów Mechanicznych ZAMECH w Elblągu. Celem tych badań było wyznaczenie wytrzymałości σ_{Flim} oraz sprawdzenie przydatności stali 16HG na koła zębate. W badaniach wykorzystane zostały koła – próbki, których konstrukcja, technologia wykonania, obejmująca zarówno obróbkę mechaniczną, jak i obróbkę ciepło–chemiczną, opracowane zostały przez zleceniodawcę i odpowiadały warunkom klasy jakości MQ. Próba przeprowadzona została na stanowisku własnej konstrukcji metodą badań, która spełniała założenia przyjmowane w metodzie B wg DIN 3990.

Tablica 1

Własności mechaniczne stali 16 HG

Lp.	Tworzywo	Stan tworzywa	R_m MPa	R_e MPa	A_5	Z	U Nm/cm ²	HB
1	16 HG	hartowanie 800°C odpuszczanie 180°C olej – powietrze	850	600	12%	45%	80	187 stan zmiękczoney

W wyniku przeprowadzonej próby wyznaczone zostały trzy równania linii ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej: $\sigma^a \cdot N = \text{const} \mid_{ABC}$ (rys. 2), przy założeniu, że ich położenie ma odpowiadać następującym funkcjom niezawodności:

$$\text{linia A} \rightarrow R = R_M \equiv 1$$

$$\text{linia B} \rightarrow R = R_E$$

$$\text{linia C} \rightarrow R = 0,00001$$

Równania linii A B C podane są w tablicy 2.

Tablica 2

Funkcje ograniczonej trwałości

Lp.	Tworzywo	Oznaczenie linii na rys.	Równania trwałości na podstawie badań eksperymentalnych	Współczynnik kierunkowy a
1	Stal 16 HG	linia A	$\sigma^{11,333} \cdot N = 10^{36,0015^*}$	11,333
		linia B	$\sigma^{11,333} \cdot N = 10^{36,338^*}$	
		linia C	$\sigma^{11,333} \cdot N = 10^{36,675^{**}}$	

* Linie graniczne, które wyznaczono, prowadząc je przez krańcowe punkty rozproszenia uzyskane w próbie.

** Linię C wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów.

Do podstawowych parametrów charakteryzujących otrzymaną funkcję Wöhlera należą:

- współczynnik kierunkowy $a = 11,333$
- współrzędne punktów ograniczających „od góry” funkcję trwałości:

$$\left[N_0, [\text{cykli}]; \quad \sigma = R_{eABC}(1-r) [N/\text{mm}] \right]$$

– współrzędne punktów ograniczających „od dołu” funkcję trwałości:

$$\left[N_g = N_{\text{lim}} [\text{cykli}]; \quad \sigma = Z_{ABC} [N/\text{mm}] \right]$$

gdzie:

Z_{ABC} – jest oznaczeniem wytrzymałości zmęczeniowej,

R_{eABC} – granicą plastyczności,

N_{lim} – jest bazową liczbą cykli zmian przyjmowaną przy wyznaczaniu wytrzymałości,

N_0 – współrzędną początku układu odniesienia.

W próbie wytrzymałości stopy kół próbek przyjęto następujące kryterialne liczby cykli:

$$N_0 = 10^4 \text{ cykli}$$

$$N_{\text{lim}} = 10 \cdot 10^6 \text{ cykli}$$

gdzie:

N_{lim} – liczba bazowa przyjmowana dla zębów powierzchniowo wg niektórych zaleceń normatywnych.

Dla bazowej liczby $N_{\text{lim}} = 10 \cdot 10^6$ cykli zmian naprężeń wyznaczone zostały wartości wytrzymałości zmęczeniowej (tablica 3), dla której przyjęto oznaczenia:

$$Z = \sigma_{F;(R)} = (\sigma_M, \sigma(0, 9), \sigma_{\text{mod}}, \sigma_{\text{med}}, \sigma_E, \sigma_{F\text{lim}}, \sigma(0,0001))$$

zależnie od rozpatrywanego prawdopodobieństwa R .

Jako umowną wartość wytrzymałości stopy zęba koła próbki przyjęto wytrzymałość możliwą do osiągnięcia z prawdopodobieństwem odpowiadającym funkcji niezawodności $R = 0,9$: $\sigma(0, 9) = \sigma_{F\text{lim}}$. Wielkość wyznaczono z podanej poprzednio zależności $N(R)$ po wyznaczeniu parametrów rozkładu Weibulla (tablica 3).

3.2. Badania naprężeń w stopie zęba σ_F

Naprężenia w stopie zęba δ_F , zgodnie z zaleceniem normatywnym DIN 3990, oblicza się dla największego wyciężenia na podstawie zależności:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_e \cdot Y_\beta$$

Tablica 3

Wskaźnik bezpieczeństwa β

Lp.	Nazwa	Wielkości						
1	Materiał	stal 16 HG						
2	Parametry rozkładu Weibulla	Parametr kształtu $\sigma = 2,38$		Parametr skali $\theta = 1690,7$		Parametr położenia $\sigma_0 = 391,87$ [MPa]		
3	Wytrzymałość zmęczeniowa σ_{Fg} [MPa]	σ_M 385	$\sigma(0,9)$ 399	σ_{moda} 409,9	$\sigma_{mediana}$ 411,3	σ_E 412	σ_{Flim} 428	$\sigma(0,0001)$ 441
4	Wartość funkcji gęstości $f(\sigma)$	—	0,0197	0,0426	0,0422	0,0417	0,0097	0,0006
5	Funkcja niezawodności R	1	0,9	0,56	0,5	0,47	0,019	0,00001
6	Średnie odchylenie standard. σ_S [MPa]	$\sigma_S = 9$						
7	Naprężenie $\bar{\sigma}_F$ [MPa]	376		358		294		
8	Odchylenie st. σ_σ [MPa]	9		9		9		
9	Wskaźnik bezpieczeństwa β	$\beta = -2,83$		$\beta = -4,25$		$\beta = -9,29$		
10	Prawdopodobieństwo złamania	$p = 0,002$		$p = 0,00001$		$p \approx 0$		
11	Współczynnik bezpieczeństwa	$\delta_F \approx 1,1$		$\delta_F = 1,15$		$\delta_F = 1,4$		

gdzie: F_t – nominalne obciążenie występujące w płaszczyźnie czołowej styczne do okręgu podziałowego. Pozostałe wielkości są podane w DIN 3990.

Naprężenia σ_F wyznaczone na tej podstawie są traktowane jako wartość maksymalna i zdeterminowana. W rzeczywistości naprężenie w stopie zęba σ_F jest wielkością losową.

Przed wszystkim rzeczywiste obciążenie, występujące na wejściu i wyjściu przekładni zębatej, jest obciążeniem zmiennym i na ogół jest wielkością losową. Miarą zmiany obciążenia jest współczynnik przeciążenia K_A . Dla uściślenia analizy międzyzębnego obciążenia należy, zarówno dla obciążeń zdeterminowanych o strukturze poliharmonicznej, jak i obciążeń losowych, wyznaczyć widmo obciążenia. Aby natomiast określić zapas bezpieczeństwa, należy wyznaczyć funkcję gęstości rozkładu obciążenia (naprężenia). Do chwili uzyskania w pełni miarodajnych wyników w badaniach własnych przyjęto, że zmiana losowa σ_F ma rozkład normalny.

3.3. Wyznaczenie wskaźnika β

Próba wytrzymałości stopy zęba s kół próbek wykonanych ze stali 16HG pozwoliła na wyznaczenie (tablica 3):

- parametrów rozkładu Weibulla,
- wytrzymałości zmęczeniowej $\sigma_{F_g}(R)$ dla danej funkcji niezawodności R ,
- wartości średniej σ_E i średniego odchylenia standardowego σ_S

wytrzymałości stopy zęba kół próbek dla bazowej liczby N_g cykli.

Założenie, aby do analizy wskaźnika β brane były rozkłady normalne można uznać za częściowo spełnione, jeśli weźmie się pod uwagę wyznaczone parametry rozkładu Weibulla. Ponieważ są to badania, które miały na celu rozpoznanie możliwości prowadzenia obliczeń wytrzymałościowych na podstawie wskaźnika β , przyjęto w pierwszym przybliżeniu, że są to rozkłady normalne.

Aby wyznaczyć wskaźnik bezpieczeństwa β , przyjęto wstępnie następujące parametry funkcji gęstości rozkładu Gaussa dla naprężeń stopy zęba σ_F :

- średnie naprężenia w podstawie zęba, przyjęto, że mogą one np. wynosić: ($\bar{\sigma}_F = 376$, $\bar{\sigma}_F = 358$, $\bar{\sigma}_F = 294$) [N/mm],
- odchylenie standardowe $\sigma_\sigma = 9$ [N/mm], podobnie jak w rozkładzie wytrzymałości (tablica 3).

Wskaźnik bezpieczeństwa wyznaczono na podstawie zależności:

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_F - \sigma_E}{\sigma_z}$$

przy czym: $\sigma_z = \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_\sigma^2} = 12,7$ [N/mm] i następnie wyznaczono prawdopodobieństwo złamania p . Wyniki badań przedstawiono w tablicy 3 i zilustrowano na rys. 3.

Dla porównania wskaźnik bezpieczeństwa obliczony na podstawie zależności:

$$\beta = \frac{\sigma_{F_{\max}} - \sigma_E}{\sigma_R}$$

gdy przyjmiemy, że $\sigma_{F_{\max}} = \sigma_E - 3\sigma_R = 385$ [N/mm] będzie równał się: $\beta = -3$, co oznacza, że prawdopodobieństwo uszkodzenia wynosi $p = 0,0013$, czyli jest ono mniejsze od prawdopodobieństwa liczonego dla wskaźnika β uwzględniającego zarówno losowość σ_E jak i σ_{F_g} .

Liczbę bezpieczeństwa wyznaczono na podstawie zależności:

$$\delta = \frac{\sigma_E}{\sigma_F}$$

Aby wyznaczyć wskaźnik bezpieczeństwa β przyjęto, że losowe własności wytrzymałości podstawy zęba kół są zgodne z wyznaczonymi w próbie kół wzorcowych. Oznacza to, że pozostałe współczynniki pominięte zostały w rozważaniach. W dalszych badaniach dążyć się będzie do tego, aby je uwzględnić.

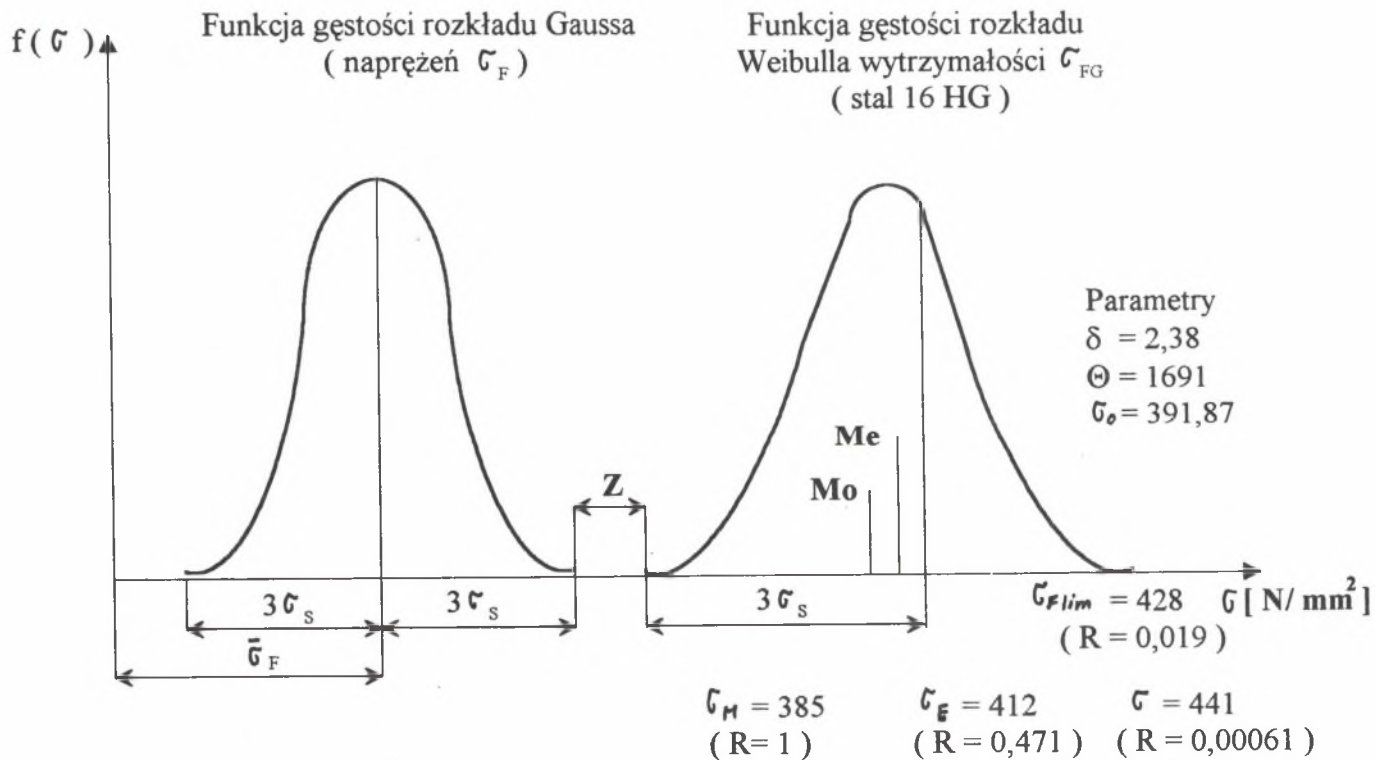
4. WNIOSKI

W wyniku przeprowadzonych badań w zakresie możliwości zastosowania metody stopnia II w obliczeniach wytrzymałościowych uzębień można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Uzyskane wyniki badań wskazują, że znaczący postęp w kierunku racjonalnego doboru zapasu bezpieczeństwa przy wyznaczaniu nośności uzębienia można osiągnąć stosując metodę II stopnia. Przyczyną takiego stanu jest możliwość uwzględnienia łącznego wpływu zmiennych losowych – wyteżenia i wytrzymałości na zapas bezpieczeństwa i to w sposób pozwalający na jego świadomy wybór.
2. Z dwóch różnych sposobów wyznaczania wskaźnika bezpieczeństwa, sposób oparty na zależności

$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_F - \bar{\sigma}_E}{\sigma_Z}$$

charakteryzuje się większą dokładnością oceny prawdopodobieństwa uszkodzenia zęba.



Rys. 3. Interpretacja zapasu bezpieczeństwa Z

Fig. 3. Interpretation of safety margin Z

3. Zalecana liczba bezpieczeństwa δ_F dla stopy zęba wg DIN 3990 wynosi $\delta_F \geq 1,4$. W porównaniu do otrzymanych wyników badań oznacza to, że jeśli zachowane zostaną w procesie wytwórczym wszystkie wymagania stawiane metodzie B, to dla tej liczby prawdopodobieństwo złamania $p \equiv 0$. Zalecenie normatywne przyjmuje, że wynosi ono 1%, co może świadczyć, iż przyjęte uproszczenia w metodzie badań nie miały istotnego wpływu na wyniki badań.
4. Wyznaczona w próbie wytrzymałość zmęczeniowa $\sigma_{F\lim}$ została zweryfikowana metodą opartą na prawdopodobieństwie wystąpienia uszkodzenia, która opracowana została w ramach wcześniej prowadzonych badań. Badania potwierdziły, że jeśli zachowane zostaną wymagania stawiane klasie jakości MQ, wówczas można osiągnąć standard kół zębatych porównywalny z osiąganym przez liczących się producentów kół zębatych.

LITERATURA

- [1] Dietrych J.: System i konstrukcja. WNT, Warszawa 1985.
- [2] Dietrich M.: Podstawy konstrukcji maszyn, t. 4. PWN, Warszawa 1991.
- [3] Gnilke W.: Lebensdauerberechnung der Maschinenelemente. VEB Verlag Technik, Berlin 1980.
- [4] Jaskóła Z.: Podstawy konstrukcji maszyn. Badania nośności przekładni zębatych ogólnego przeznaczenia. Skrypty uczelniane, nr 720, Pol. Śl., Gliwice 1977.
- [5] Jaskóła Z.: Problemy jakości i niezawodności środków technicznych. Referaty problemowe. XVI Sympozjon Podstaw konstrukcji maszyn. Warszawa 1993.
- [6] Jaskóła Z.: Dobór cech konstrukcyjnych elementów maszyn na podstawie zasad konstrukcji. Problemy metodologii i komputerowego wspomaganie technicznego. Wyd. Pol. Wrocław, Wrocław 1994.
- [7] Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.: Przekładnie walcowe. WKiŁ, Warszawa 1992
- [8] Juran J.M., Frank M., Gryna J.R.: Jakość. Projektowanie i analiza. WNT, Warszawa 1974.
- [9] Nixon F.: Jakość i niezawodność a zarządzanie przedsiębiorstwem. PWE, Warszawa 1974.
- [10] Ploch M.: Wybrane zagadnienia trwałości kół zębatych i wytrzymałości stopy zęba. III Konferencja nt.: „Trwałość elementów i węzłów konstrukcyjnych maszyn górniczych. Pol. Śl., Ustroń – Zawodzie, 9–10.11.1994.
- [11] Ploch M.: Nośność a trwałość uzębień kół zębatych. III Konferencja nt.: „Trwałość elementów i węzłów konstrukcyjnych maszyn górniczych. Pol. Śl., Ustroń–Zawodzie, 9–10.11.1994.

- [12] Praca zbiorowa: Zastosowanie probabilistyki w nowoczesnych normach konstrukcji i obciążeń. Studia z zakresu inżynierii nr 25. PWN, Warszawa – Łódź 1987.

Abstract

Temporary applied measures of (operational) safety are not objective. It relates to traditional measures, for example: allowable stress, total factor of safety and even to the method of partial factors of safety.

In this work first researches results of factor of safety application for strength calculations of gears has been presented. The researches has been started because quality and strength test complied with the DIN 3990 standard. During the development of this researches will be taken into consideration the other factors, which are any assumptions in this work.