

Remigiusz ĆWIK  
Katedra Mechaniki Robotów i Maszyn  
Politechnika Śląska

## DOBÓR SZTYWNOŚCI SPRĘŻYN WIBROIZOLATORA KWAZIZEROWEJ SZTYWNOŚCI

**Streszczenie.** W pracy podano zależności między sztywnością sprężyny głównej, a sztywnością i siłą napięcia wstępnego sprężyn kompensacyjnych. Prawidłowy dobór tych wielkości zapewni skuteczną eliminację drgań obiektu wibroizolowanego.

## THE SELECTION OF SPRINGS WITH QUASI-ZERO STIFFNESS OF VIBROINSULATORS

**Summary.** In this paper the dependencies between springs' stiffness and primary strain of compensational stiffness are presented. The proper selection of these quantities enables the effective reduction of a given vibro-insulated object.

## ПРОБЛЕМА ВЫБОРА ЖЁСТКОСТИ ПРУЖИН ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ С КВАЗИНУЛЕВОЙ ЖЁСТКОСТЬЮ

**Резюме.** В работе приведены зависимости между жёсткостью главной пружины и жёсткостью и силой бступительного напряжения компенсационных пружин. Правильный выбор этих величин обеспечивает эффективную элиминацию колебаний объекта защищаемого от вибраций.

### 1. WPROWADZENIE

Wibroizolatory kwazizerowej sztywności WKS, zwane także wibroizolatorami o charakterystyce typu "stałej siły" cechują się tym, że posiadają sprężyny, których łączna sztywność przynajmniej w jednym punkcie osiąga wartość zerową. Zasadnicze znaczenie przy projektowaniu wibroizolatora będzie miało ustalenie takiej zależności między sztywnościami tych sprężyn, aby odcinek przemieszczenia, przy którym sztywność wibroizolatora wynosi zero lub blisko zero był możliwie długi. W dostępnej literaturze [1,3,4,5,6] zależności tej ściśle nie sformułowano; próbę uzupełnienia tego problemu podjęto w niniejszej pracy.

## 2. CHARAKTERYSTYKA STATYCZNA WIBROIZOLATORA KWAZIZEROWEJ SZTYWNOŚCI

Schemat wibroizolatora kwazizerowej sztywności pokazano na rys.1. Wibroizolator jest układem sprężyn umieszczonych w sztywnej ramie - sprężyny głównej o sztywności  $k_1$  i dwóch sprężyn kompensacyjnych o sztywnościach  $k_2$ . Punkty podparcia A i B prowadników sprężyn kompensacyjnych w ramie leżą na osi poziomej  $y$ , oś  $x$  jest prostopadła do osi  $y$ . Dowlone położenie kamienia CD oznaczono przez  $x$ , skrajne położenia przez  $h$  i  $h_1$ .

Kąt nachylenia prowadnika sprężyn kompensacyjnych do osi  $y$  wyznacza się z zależności

$$\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} \quad (1)$$

Siła  $P$  obciążająca wibroizolator jest przejmowana przez trzy sprężyny. Dla dowolnego położenia  $x$  siły w tych sprężynach będą:

- w sprężynie głównej

$$\bar{F}_1 = F_1 + k_1(h-x), \quad (2)$$

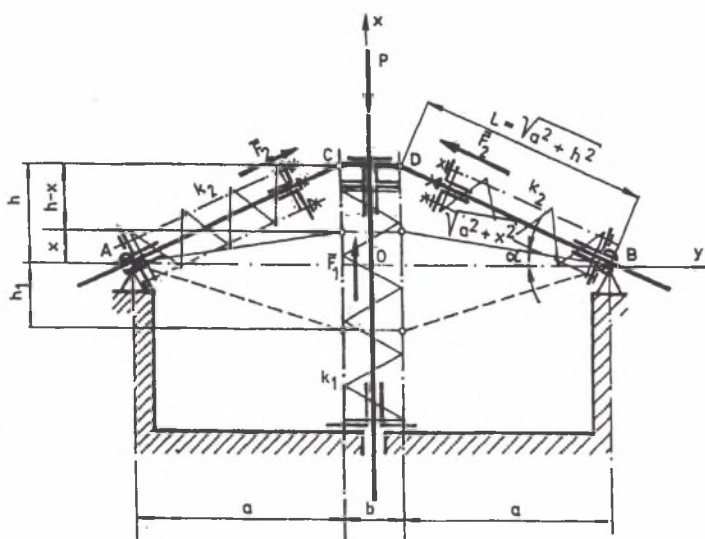
- w sprężynie kompensacyjnej

$$\bar{F}_2 = F_2 + k_2(L - \sqrt{a^2+x^2}), \quad (3)$$

gdzie:  $F_1$  i  $F_2$  - siły wstępnego napięcia sprężyn, odpowiednio głównej i kompensacyjnej.

Związek między siłą  $P$  a siłami  $F_1$  i  $F_2$  wynikający z równania równowagi statycznej układu sił (rys.1), jest:

$$P = \bar{F}_1 + 2\bar{F}_2 \sin\alpha. \quad (4)$$



Rys.1. Schemat wibroizolatora kwazizerowej sztywności  
Fig.1. The scheme of the quasi-zero stiffness vibroinsulator

Uwzględniając (1), (2) i (3) równanie (4) przyjmuje następującą postać:

$$P = F_1 + k_1 h - (k_1 + k_2)x + 2(F_2 + k_2 L) \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} \quad (5)$$

i będzie statyczną siłą charakterystyką wibroizolatora.

Różniczkując względem zmiennej  $x$  funkcję (5) wyznacza się charakterystykę sztywnościową wibroizolatora (sztywność wibroizolatora)

$$\frac{dP}{dx} = k(x) = -(k_1 + 2k_2) + 2(F_2 + k_2 L) \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}} \quad (6)$$

Dla  $x = 0$  sztywność wibroizolatora

$$k(0) = k = -(k_1 + 2k_2) + 2(F_2 + k_2 L) \frac{1}{a} \quad (7)$$

Z równania (7) wynika, że dla otrzymania zerowej sztywności  $k = 0$ , dla  $x = 0$  ( przy poziomym ułożeniu sprężyn kompensacyjnych) siła wstępnego napięcia sprężyn kompensacyjnych winna być

$$F_2 = \frac{k_1 a}{2} - k_2(L-a) \quad (8)$$

Po podstawieniu (8) do (5) otrzymuje się:

$$P = F_1 + k_1 h - (k_1 + 2k_2) \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \right) x \quad (9)$$

Z ostatniego równania wynika, że wartość siły pozostaje stała i sztywność wibroizolatora ma wartość zero, jeżeli

$$k_1 + 2k_2 = 0 \quad (10)$$

Stąd sztywność sprężyny kompensacyjnej

$$k_2 = -\frac{k_1}{2} \quad (11)$$

Jest to więc wibroizolator z ujemną sprężystą kompensacją [2,3].

Przykładowe przebiegi charakterystyk statycznych wibroizolatora WKS przygotowanego do badań laboratoryjnych przedstawiono dla różnych sztywności sprężyn kompensacyjnych i ich napięcia wstępnego przedstawiono w tabelicy 1 i pokazano na rys.2. Obliczenia zostały wykonane dla geometrycznych parametrów wibroizolatora  $a=30$  mm,  $b=170$  mm;  $h = h_1 = 16$  mm.

### 3. WNIOSKI

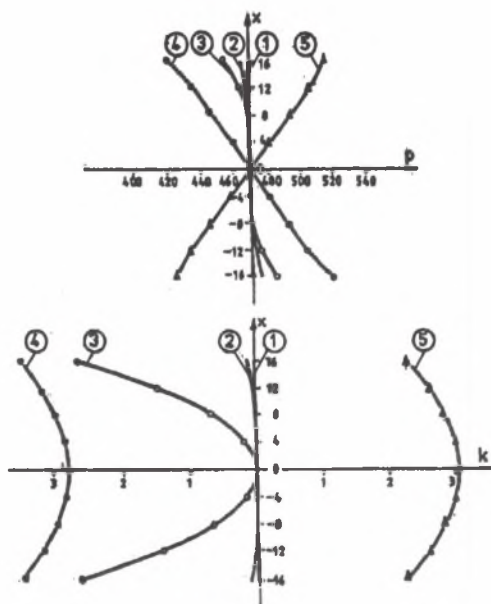
1. Zbudowanie wibroizolatora o zerowej lub bliskiej zeru sztywności dla zadanego obciążenia wymaga właściwego doboru sztywności sprężyn kompensacyjnych względem sztywności sprężyny głównej oraz wywołanie odpowiedniego napięcia wstępnego tych sprężyn.

2. Ściśnięcie sprężyny kompensacyjnej dla wywołania wstępnego napięcia zmniejsza również jej długość, dzięki czemu można zmniejszyć rozmiary wibroizolatora.

Tablica 1  
Charakterystyki statyczne WKS

x [mm]	Linia 1		Linia 2		Linia 3		Linia 4		Linia 5	
	$k_1 = 29,4$ [N/mm] $k_2 = -14,7$ [N/mm] $F_1 = 0$ $F_2 = 2510,0438$ [N]		$k_1 = 29,4$ [N/mm] $k_2 = 14,7$ [N/mm] $F_1 = 0$ $F_2 = 2487,9562$ [N]		$k_1 = 29,4$ [N/mm] $k_2 = -14,7$ [N/mm] $F_1 = 0$ $F_2 = 2250^{1)}$ [N]		$k_1 = 29,4$ [N/mm] $k_2 = -14,7$ [N/mm] $F_1 = 0$ $F_2 = 2750^{1)}$ [N]		$k_1 = 29,4$ [N/mm] $k_2 = 88,2$ [N/mm] $F_1 = 0$ $F_2 = 2432,7371$ [N]	
	P [N]	k [N/mm]	P [N]	k [N/mm]	P [N]	k [N/mm]	P [N]	k [N/mm]	P [N]	k [N/mm]
+16	470,400	0,000	466,260	-0,773	421,666	-3,535	515,369	2,270	455,912	-2,705
+12	470,400	0,000	468,648	-0,437	435,138	-3,215	505,551	2,623	464,270	-1,529
+8	470,400	0,000	469,880	-0,195	447,509	-2,985	494,516	2,878	468,580	-0,682
+4	470,400	0,000	470,335	-0,049	459,140	-2,846	482,663	3,032	470,172	-0,171
0	470,400	0,000	470,400	-0,000	470,400	-2,799	470,400	3,083	470,400	-0,000
-4	470,400	0,000	470,465	-0,049	481,660	-2,846	458,137	3,032	470,628	-0,171
-8	470,400	0,000	470,920	-0,195	493,291	-2,985	446,284	2,878	472,220	-0,682
-12	470,400	0,000	472,152	-0,437	505,662	-3,215	435,249	2,623	476,530	-1,529
-16	470,400	0,000	474,540	-0,773	519,134	-3,535	425,431	2,270	484,888	-2,705

<sup>1)</sup> wartości przyjęte bez obliczenia



Rys.2. Charakterystyki statyczne WKS: a) siłowa, b) sztywnościowa  
 Fig.2. Static characteristics of the vibroinsulator WKS: a) force characteristic b) stiffness characteristic

## LITERATURA

- [1] Badania drgań subharmonicznych układu wibroizolacji o "kwazierowej" sztywności. Prace Naukowe CPBP 02.05., Wyd.Pol.Warsz., Warszawa 1990
- [2] Cannon R.H. jr: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973
- [3] Cempel Cz., Dobry M.: Vibration isolators with negative elastic compensation. Zagadnienia Drgan Nie liniowych t.22, Warszawa 1984
- [4] Opracowanie układów wibroizolacji kabin operatorów maszyn roboczych ciężkich. Prace naukowe CPBP 02.05., Wyd.Pol.Warsz., Warszawa 1990
- [5] Vibrozaszczitnye sistemy s kwazinulewoj żestkostju. K.M.Ragulska (red). Maszynostrojenie, Leningrad 1986.
- [6] Wojnarowski J., Nowak A.: Optymalizacja wibroizolacji kwazierowej sztywności metodą analizy wrażliwości. Zeszyty Naukowe Pol.Łódzkiej, Nr 9 (1992).

Recenzent: prof. dr hab. inż. W. Gutkowski

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.