

Krzysztof MAGNUCKI, Zygmunt SEKULSKI
Instytut Mechaniki Stosowanej
Politechnika Poznańska

OPTIMALNE GRUBOŚCI WARSTW SANDWICZOWEJ POWŁOKI WALCOWEJ Z UWZGLĘDNIENIEM STATECZNOŚCI

Streszczenie. Otwarta sandwiczowa powłoka walcowa zbudowana jest z dwóch warstw nośnych o różnych grubościach i własnościach fizycznych oraz z warstwy wypełniającej z lekkiego tworzywa. Obciążenie krytyczne powłoki wyznaczono z rozwiązania równań różniczkowych stateczności. Poszukiwane są optymalne proporcje między grubościami warstw ze względu na maksymalne obciążenie krytyczne przy ustalonej masie powłoki. Rezultaty obliczeń numerycznych przedstawiono na wykresach.

THE OPTIMAL THICKNESSES OF THE LAYERS OF A SANDWICH SHELL USING THE STABILITY CONDITIONS

Summary. An opened sandwich cylindrical shell consists of two face layers having different thickness and mechanical properties, and of core layer made of a lightweight plastic form. The critical loads of the shell are determined from the solution of the differential equations of the stability. The optimal properties between the thicknesses of the faces are searched for, considering the maximum critical load with a constant shell mass. The numerical results are presented in the diagrams.

ОПТИМАЛЬНЫЕ ТОЛЩИНЫ СЛОЕВ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С УЧЕТОМ УСТРОЙЧИВОСТИ

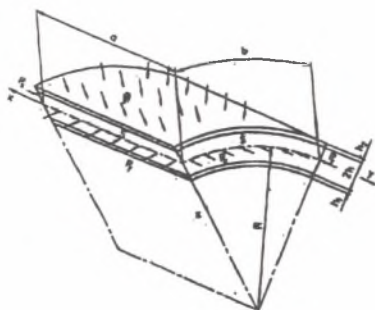
Резюме. Трехслойная цилиндрическая панель построена из двух несущих слоев разной толщины и разных физических свойств, и третьего - заполнителя из пенопласта. Критическая нагрузка оболочки определена из решения дифференциальных уравнений устойчивости. Ищется оптимальных отношений между толщинами слоев по максимальной критической нагрузке при фиксированном весе оболочки. Результаты численных вычислений представлены в виде графиков.

1. WSTĘP

Powłoki trójwarstwowe, ze względu na swą specyficzną budowę, wyróżnia racjonalne wykorzystanie właściwości materiałów, są więc z tego względu ekonomiczne, a optymalizacja jest ich dalszym doskonaleniem. Praca [1] przedstawia optymalizację sandwichowej powłoki stożkowej, prace [2], [3] dotyczą optymalizacji powłok walcowych. Wyznaczone są grubości warstw ze względu na minimum ciężaru. W niniejszej pracy przedstawiono dobór proporcji między grubościami warstw nośnych dla paneli walcowej ze względu na maksymalne obciążenie krytyczne w zakresie sprężystym przy ustalonej masie powłoki.

2. OBCIĄŻENIE KRYTYCZNE DLA PANELI WALCOWEJ

Otwarta powłoka walcowa składa się z dwóch cienkich warstw nośnych o grubościach h_i ($i = 1$ -wewnętrzna, $i = 2$ -zewnętrzna) wykonanych z materiałów o izotropowych właściwościach sprężystych (E_i - moduł Younga, ν_i - liczba Poissona). Obie warstwy połączone są z nieściśliwą w kierunku normalnym do powierzchni warstwą wypełniającą o grubości $h_3 = 2h$ i module E_3 .



Rys. 1. Powłoka walcowa
Fig. 1. Cylindrical shell

Powłoka może być poddana jednoczesnemu działaniu sił ściskających P_x równomiernie rozłożonych na krzywoliniowych brzegach, sił stycznych S rozłożonych równomiernie na całym konturze brzegu powłoki oraz stałego ciśnienia zewnętrznego p . Stan dokrytyczny przyjęto jako bezmomentowy, zatem ciśnienie wywołuje siły błonowe, $P_y = pR$ w kierunku obwodowym. Schemat otwartej powłoki z obciążeniami pokazano na rysunku 1. Na brzegach powłoka zamknięta jest przeponami łączącymi warstwy. Założono, że powłoka jest cienkościenna, małowyniosła i posiada stałą grubość $H = h_1 + h_2 + 2h$. Proporcje między poszczególnymi obciążeniami są ustalone.

Rozwiązanie równań stateczności sandwichowej powłoki walcowej [4] pozwala na określenie obciążenia krytycznego, które jest najmniejszym dodatnim pierwiastkiem równania.

$$a_0 + a_1 q_x + a_2 q_x^2 + a_3 q_x^3 + a_4 q_x^4 = 0, \quad (1)$$

gdzie:

$$q_x = \frac{ab}{BH^2} P_x \quad - \text{bezwymiarowe obciążenie,}$$

$$B = B_1 + B_2 + 2B_3 \quad - \text{szywność na rozciąganie.}$$

Szywności na rozciąganie poszczególnych warstw odpowiednio wynoszą:

$$B_i = \frac{E_i h_i}{1 - \nu_i^2}, \quad i=1,2; \quad B_3 = \frac{E_3 h}{1 - \nu_3^2}$$

Pozostałe współczynniki a_j ($j = 0, 1, 2, 3, 4$) występujące w równaniu (1) zależą od fizycznych i geometrycznych wielkości powłoki oraz od proporcji między obciążeniami. Ze względu na złożoną ich budowę nie zostały one tutaj zamieszczone.

3. OPIS OPTYMALIZACJI

Poszukiwane są proporcje między grubościami warstw nośnych, dla których obciążenie krytyczne osiągnie wartość największą przy ustalonej masie powłoki. Funkcją celu jest więc maksimum obciążenia krytycznego. Masa elementu powłoki wynosi

$$m = ab(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + 2\rho_3 h), \quad (2)$$

gdzie ρ_i ($i = 1, 2, 3$) są gęstościami materiałów warstw.

Zgodnie z przyjętym założeniem, że powłoka jest cienka, musi być spełniony warunek geometryczny $\frac{H}{R} \leq \frac{1}{20}$ oraz wytrzymałościowy $\sigma_1 \leq \sigma_{\text{dop}}$.

Zmiennymi decyzyjnymi są proporcje między grubościami warstw:

$$\xi_1 = \frac{h_1}{h_2}, \quad \xi_2 = \frac{h_1 + h_2}{H}, \quad (0 \leq \xi_2 \leq 0,3). \quad (3)$$

Masa powłoki (2) wyrażona za pomocą tych zmiennych przyjmuje postać

$$m(\xi_1, \xi_2) = abH\rho_1 \left[\frac{\rho_{21} + \xi_1}{1 + \xi_1} \xi_2 + (1 - \xi_2)\rho_{31} \right] = \text{const}, \quad (4)$$

gdzie

$$\rho_{21} = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad \rho_{31} = \frac{\rho_3}{\rho_1}.$$

Sformułowany model optymalizacji, w którym masa elementu jest stała, pozwala zapisać związek między zmiennymi decyzyjnymi

$$\xi_2 = (c_m - \rho_{31}) \left(\frac{\rho_{21} + \xi_1}{1 + \xi_1} - \rho_{31} \right)^{-1}, \quad (5)$$

gdzie

$$c_m = \frac{m}{abH\rho_1} - \text{bezwymiarowy parametr powłoki.}$$

Przy ustalonych wymiarach powłoki a , b ; masie m i gęstości ρ_1 wartość bezwymiarowego parametru c_m jest odwrotnie proporcjonalna do całkowitej grubości H . Obciążenie krytyczne wzrasta ze wzrostem całkowitej grubości powłoki. W obliczeniach numerycznych wygodnie będzie przyjmować różne wartości bezwymiarowego parametru powłoki.

4. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Opracowano szczegółowy program w języku TURBO PASCAL 6, za pomocą którego przeprowadzono analizę numeryczną postawionego zagadnienia optymalizacji powłoki. Do obliczeń przyjęto powłokę o wymiarach $a = 600$ mm, $b = 500$ mm, $R = 2000$ mm. Jako materiały warstw nośnych założono stal i duraluminium, dla których odpowiednie stałe wynoszą:

$$E_{st} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad \nu_{st} = 0,3; \quad \rho_{st} = 7,85 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

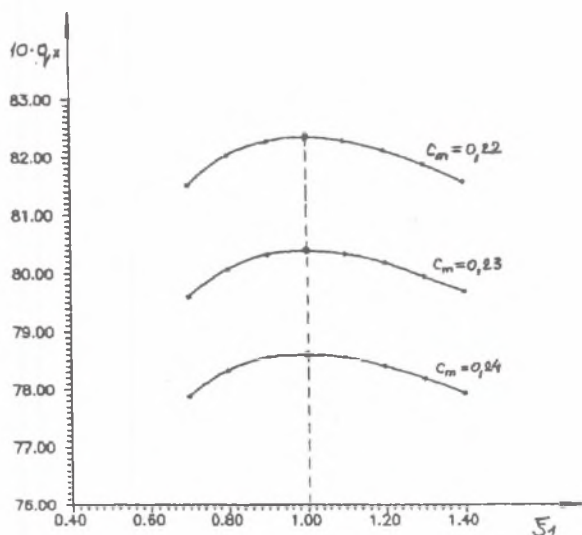
$$E_{Al} = 0,7 \cdot 10^5 \text{ MPa}, \quad \nu_{Al} = 0,33; \quad \rho_{Al} = 2,70 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Warstwa środkowa wykonana jest ze spienionego tworzywa o następujących właściwościach:

$$E_3 = 54 \text{ MPa}, \quad \nu_3 = 0; \quad \rho_3 = 0,2 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Przyjęto pojedyncze obciążenie ściskające powłokę wzdłuż tworzących. W pierwszej kolejności założono, że obie warstwy nośne wykonane są z tego samego materiału -

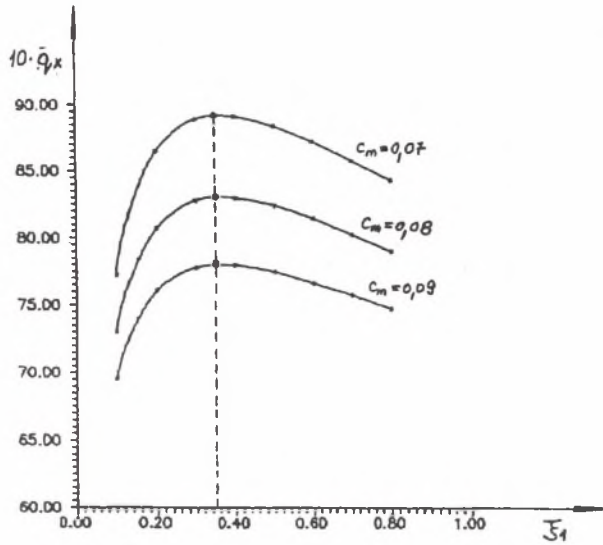
duraluminium. Na rysunku 2 pokazano wpływ proporcji między grubościami warstw nośnych (zmienna decyzyjna ξ_1) na wartość obciążenia krytycznego. Wynika z niego, że optymalną konstrukcją jest powłoka o jednakowych grubościach okładzin.



Rys. 2. Zmiana obciążenia krytycznego dla powłoki z okładzinami duraluminiowymi

Fig. 2. Change of critical load in the shell with duraluminium face layers

Następnie założono, że jedna okładzina wykonana jest ze stali a druga z duraluminium. Na rysunku 3 pokazano wpływ proporcji między grubościami tych warstw na wartość obciążenia krytycznego. Wynika z niego, że optymalną konstrukcją jest powłoka, dla której w tym przypadku poszukiwana proporcja wynosi $\xi_1 \cong 0,35$.



Rys. 3. Zmiana obciążenia krytycznego dla powłoki z okładzinami stalową i duraluminiową

Fig. 3. Change of critical loads in the shell with steel and duralumin face layers.

LITERATURA

- [1] Magnucki K.: Dobór optymalnej sztywności sandwiczowej powłoki stożkowej z uwzględnieniem stateczności. *Archiwum Budowy Maszyn*, 30 (1- 2), 1983.
- [2] Oswald M.: Optimum weight design of sanwich cylindrical shells under combined loads. *Computers & Structures*, vol. 37, 3, 1990.
- [3] Ostwald M., Sekulski Z.: Dobór optymalnych grubości warstw trójwarstwowej paneli walcowej poddanej osiowemu ścisnaniu. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Mechanika*, z. 92, Gliwice 1989.
- [4] Sekulski Z.: Nieliniowe zagadnienie stateczności trójwarstwowej paneli walcowej przy obciążeniu złożonym. *Archiwum Budowy Maszyn*, 30 (1 - 2), 1984.

Recenzent: prof.dr hab.inż.W. Gutkowski

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.