



Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

Eksperymentalne i numeryczne badanie zjawiska kawitacji dla różnych warunków przepływu

Dorota Homa

Rozprawa doktorska Obszerne streszczenie

Promotor: dr hab. inż. Włodzimierz Wróblewski, prof. PŚ Promotor pomocniczy: dr inż. Grzegorz Peczkis

Gliwice, 2018

Spis treści

1	Wp	rowadzenie	3		
2	Cel i zakres pracy				
3	Prz	egląd metod numerycznych modelowania kawitacji	7		
4	Bac	lanie eksperymentalne zjawiska kawitacji	10		
	4.1	Wizualizacja 1: z użyciem konwencjonalnej kamery	12		
	4.2	Wizualizacja 2: z użyciem szybkiej kamery	13		
5	Syn	nulacje numeryczne przepływu z kawitacją	19		
	5.1	Ustawienia symulacji	19		
	5.2	Przebiegi zmian podstawowych parametrów przepływu	20		
	5.3	Wizualizacja wybranych przypadków przebadanych numerycznie	22		
	5.4	Porównanie obrazów struktur – obliczenia numeryczne i eksperyment	25		
6	Wp	ływ obecności powietrza w cieczy na zjawisko kawitacji	29		
7	Obliczenia przepływu z kawitacją w pompie wirowej				
8	Podsumowanie i wnioski				
9	Lite	eratura	37		

1 Wprowadzenie

Zjawisko kawitacji można zdefiniować jako utrata ciągłości fazy ciekłej w obszarze niskiego ciśnienia na skutek pojawienia się i rozrostu pęcherzy parowych lub parowo – gazowych. Kawitacja może wystąpić zarówno w cieczy będącej w spoczynku jak i w ruchu. Z punktu widzenia projektowania i eksploatacji maszyn i urządzeń wirnikowych istotna jest kawitacja przepływowa, będąca przedmiotem niniejszej rozprawy. Kawitacja przepływowa odnosi się do sytuacji, gdy obniżenie ciśnienia spowodowane jest przyspieszeniem płynu. W przepływie fazy ciekłej pojawiają się struktury parowe, które następnie przepływają do rejonów o wyższych ciśnieniu i zapadają się. Kawitację przepływową można zaobserwować w dyszy Venturiego, w przewężeniach np. w szczelinach zaworów, a także podczas opływu profili hydraulicznych oraz na łopatkach maszyn wirnikowych.

Występowanie kawitacji w przepływie ma generalnie negatywny wpływ na pracę układów hydraulicznych. Przerwanie ciągłości fazy ciekłej skutkuje zmianą warunków pracy układu, co objawia się między innymi redukcją siły nośnej i podwyższeniem siły oporu w przypadku opływu profilu czy obniżeniem sprawności maszyn wirnikowych. Ponadto zapadające się pęcherze są źródłem hałasu i wibracji, a także erozji kawitacyjnej. Tymczasowa praca w obszarze możliwego wystąpienia kawitacji często jest nie do uniknięcia, ale nie dopuszcza się dłuższej eksploatacji przy rozwiniętej kawitacji.

Oprócz negatywnych skutków kawitacji w przypadku maszyn i urządzeń hydraulicznych, istnieje szereg zagadnień, w których kawitacja wywoływana jest celowo, np.:

- czyszczenie powierzchni za pomocą strug kawitacyjnych,
- produkcja emulsji,
- dezintegracja osadów ściekowych,
- terapie onkologiczne.

Matematyczny opis zjawiska kawitacji należy rozpocząć od zdefiniowania równań opisujących dynamikę wzrostu i implozji pojedynczego pęcherza parowego, powstającego z zarodzi kawitacyjnych obecnych w fazie ciekłej. Równanie opisujące zmiany promienia pęcherza parowego *R* znane jest jako równanie Rayleigha-Plesseta [1]:

$$\rho \left[R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right] = p_{sat} - p_{\infty}(t) - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R}$$
(1.1)

 p_{sat} – ciśnienie nasycenia dla temperatury cieczy, ρ – gęstość cieczy, σ – napięcie powierzchniowe, μ – lepkość dynamiczna cieczy

Równanie (1.1) jest używane do opisu procesu zapadania się pęcherza. W większości przypadków dominującą rolę odgrywają siły bezwładnościowe, a lepkość i napięcie powierzchniowe zostają pominięte. W poniższej analizie zaniedbano także obecność gazu w pęcherzu. Na podstawie równania (1.1), przy założeniu wymienionych uproszczeń, zmiana promienia pęcherza podczas procesu zapadania się:

$$\frac{dR}{dt} = -\sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{\infty} - p_{sat}}{\rho} \left[\frac{R_0^3}{R^3} - 1\right]}$$
(1.2)

Zapadanie się pęcherza i w rezultacie generowanie mikrostrug uważa się za źródło uszkodzeń materiału w procesie erozji kawitacyjnej. Należy pamiętać że w przypadku kawitacji przepływowej dochodzi nie do jednego, lecz do szeregu implozji generujących mikrostrugi uderzające w powierzchnię ścian i odrywające porcje materiału. Problem erozji kawitacyjnej jest złożony, ponieważ obejmuje zarówno opis zjawiska silnie niestacjonarnego i reakcję materiału, stąd formuły określające potencjalny ubytek z niej wynikający mają głównie empiryczny charakter.

Na podstawie parametrów przepływu określa się bezwymiarową liczbę kawitacji, służącą do oceny prawdopodobieństwa wystąpienia kawitacji. Jest ona definiowana następująco [2]:

$$\sigma = \frac{p_{\infty} - p_{sat}(T)}{0.5\rho u_{\infty}^2} \tag{1.3}$$

 p_{∞} – ciśnienie statyczne niezakłóconego przepływu, u_{∞} – prędkość niezakłóconego przepływu, $p_{sat}(T)$ – ciśnienie nasycenia dla temperatury cieczy, ρ – gęstość cieczy.

Struktury kawitacyjne mogą przybierać różne kształty, przy czym Franc i Michel [3] zaproponowali, by podzielić je na trzy główne grupy:

- Przejściowe, pojedyncze pęcherze pary pojawiają się w obszarach niskiego ciśnienia, zanikające po przejściu w rejon wyższego ciśnienia, (*transient isolated bubbles*)
- Cyklicznie zmienne oraz stałe w czasie struktury kawitacyjne struktury parowe i parowo powietrzne, występujące w przypadku łopatek po stronie podciśnieniowej (*attached, partial cavities, supercavitation*)
- Kawitacyjne wiry pojawiają się na wierzchołku łopatek pędników okrętowych lub pomp/turbin śmigłowych (*tip vortex cavitation*)

Struktury kawitacyjne częściowe rozwijają się najczęściej w przepływach z oderwaniem, takich jak opływ wokół profilu hydraulicznego lub przepływ przez dyszę Venturiego. Te dwa rodzaje przepływu są szczególnie istotne z punktu widzenia projektowania i eksploatacji maszyn i urządzeń hydraulicznych. W przypadku opływu profilu, wraz z obniżaniem liczby kawitacji można zaobserwować kolejne typy struktur kawitacyjnych. Wpływ na otrzymywane struktury ma także kąt natarcia profilu, stąd dla danej liczby kawitacji można otrzymywać różne rodzaje struktur przy zmiennym kącie natarcia. Częściowa kawitacja jest zdefiniowana jako zjawisko pomiędzy kawitacją zaczątkową (długość struktury L wynosząca 0) a superkawitacją (przyjęto, że superkawitacja występuje, gdy długość struktury L jest równa długości cięciwy profilu c). Można wyróżnić dwa główne rodzaje struktur kawitacyjnych

- kawitacja warstwowa, w której zarówno długość jak i grubość struktur jest niewielka, struktury są stabilne lub ich długość ulega niewielkim wahaniom,
- kawitacja chmurowa, w której struktury stają się grubsze i niestabilne. Ich długości istotnie zmieniają się w czasie. Zmiany mają charakter cykliczny.

Charakterystycznym zjawiskiem dla kawitacji chmurowej jest powstawanie w przepływie tzw. strugi powrotnej (*reentrant jet*). Struga powrotna powstaje na granicy fazy gazowej i ciekłej w bliskim sąsiedztwie ściany. Zakrzywienie linii prądu ograniczających strukturę kawitacyjną, na skutek różnicy ciśnień między wnętrzem struktury a opływającą cieczą, skierowane jest do wnętrza struktury. Między strukturę kawitacyjną a ścianę zaczyna się wdzierać struga powrotna cieczy, przemieszczająca się w kierunku krawędzi natarcia profilu.

W zależności od warunków przepływu struga powrotna może przyjąć stałą w czasie lokalizację, powodować oderwania niewielkich części struktury kawitacyjnej, bądź przedostać się aż do krawędzi natarcia profilu, powodując oderwanie całej struktury kawitacyjnej. Oderwane struktury niesione są przez przepływ główny do obszaru wyższego ciśnienia i zapadają się, a nowa struktura pojawia się przy krawędzi natarcia.

Schematyczne przedstawienie dynamiki zmian podczas jednego okresu kawitacji chmurowej w kierunku wzdłuż przepływu głównego zawiera Rys. 1.1. Istotną rolę odgrywa struga powrotna, która powoduje, że struktura kawitacyjna dzieli się na dwie osobne chmury, mniej więcej w czasie 1/3 okresu. Jedna struktura oderwana przez strugę powrotną od ściany profilu przemieszcza się w kierunku krawędzi spływu i zanika pod koniec okresu zmian *T*, natomiast druga rośnie zajmując coraz większy obszar ściany profilu. Struga powrotna przemieszcza się z prędkością tego samego rzędu co prędkość niezakłóconego przepływu u_{∞} , jest zwykle tylko nieznacznie od niej mniejsza [3]. Grubość strugi powrotnej została oszacowana na 15–30 % maksymalnej grubości struktury kawitacyjnej [4]. Powstawanie strugi powrotnej jest przyczyną cykliczności zmian struktur kawitacji chmurowej.



Rys. 1.1 Schemat zmian kształtu struktur kawitacyjnych podczas jednego okresu kawitacji chmurowej, na podstawie [5]

2 Cel i zakres pracy

Obecne metody projektowania elementów maszyn i urządzeń wymagają coraz dokładniejszej znajomości złożonych zjawisk przepływowych, w których odbywają się przejścia fazowe. Kawitacja jest bez wątpienia jednym z nich. Rozpoznanie procesów związanych z pojawieniem się kawitacji w przepływie oraz dynamiki procesów tworzenia się fazy gazowej ułatwia identyfikację obszarów najbardziej narażonych na działanie erozji kawitacyjnej oraz stanowi punkt wyjścia do opracowania metod przedłużania żywotności elementów maszyn i unikanie ich awarii.

Celem pracy doktorskiej była analiza numeryczna i eksperymentalna dynamiki przepływu kawitacyjnego występującego w przepływie wody w różnych warunkach przepływowych oraz dla różnych konfiguracji geometrycznych.

Zakres pracy obejmował rozwiązanie szeregu zadań oraz realizację celów szczegółowych takich jak:

- budowa modelu obliczeniowego i jego walidacja w oparciu o dane literaturowe,
- budowa stanowiska laboratoryjnego do badań kawitacji na profilu opracowanie koncepcji pomiarów, wykonanie projektu instalacji, skompletowanie elementów stanowiska oraz elementów systemu pomiarowego,
- wykonanie pomiarów dla różnych warunków przepływowych i konfiguracji geometrycznych wraz z opracowaniem i analizą wyników,
- krytyczna ocena modeli obliczeniowych stosowanych do badań dynamiki przepływu z kawitacją,
- identyfikacja parametrów i zjawisk fizycznych odpowiadających za dynamikę procesu tworzenia się i zapadania struktur gazowych,
- przeprowadzenie na podstawie analiz numerycznych oceny wpływu obecności powietrza w cieczy na przebieg zjawiska kawitacji w opływie profilu oraz w przepływie przez dyszę zbieżno-rozbieżną,
- ocena zgodności wyników badań eksperymentalnych z wynikami przeprowadzonych symulacji numerycznych,
- analiza wpływu zjawiska kawitacji w rzeczywistym wirniku pompy na charakterystykę pracy pompy.

3 Przegląd metod numerycznych modelowania kawitacji

Modelowanie przepływu w którym występuje kawitacja jest zadaniem złożonym, gdyż dotyczy przepływów dwufazowych z przejściami fazowymi o dużej dynamice zmian parametrów. Podczas implozji pęcherza parowego pojawiają się duże gradienty ciśnienia. Równanie Rayleigha-Plesseta opisujące dynamikę zmian promienia pęcherza, nawet w uproszczonej formie, jest silnie nieliniowe. Na dodatek w przypadku przepływów rzeczywistych (wokół profilu, w zwężkach, w wirnikach pomp czy turbin) geometria układu wpływa na otrzymywany rozkład parametrów w przepływie i do implozji nie dochodzi w symetrycznym, jednorodnym środowisku. Pęcherze tworzą struktury o różnych kształtach, stacjonarne bądź zmienne w czasie, więc oprócz zjawisk występujących w mikroskali dochodzą zjawiska związane z zapadaniem się czy tworzeniem całych chmur kawitacyjnych.

W modelach wielopłynowych oraz jednopłynowych rozwiązuje się odpowiednią liczbę równań zachowania, w zależności od rozważanej liczby faz w przepływie. Podstawowe równania wykorzystywane przy opisie przepływu to: równanie ciągłości (zachowania masy), momentu (równanie Naviera-Stokesa) i energii (w modelach kawitacji rzadko wykorzystywane).

Równanie ciągłości:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u}) = 0 \tag{3.1}$$

Równanie momentu:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \boldsymbol{u}) + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{u} \boldsymbol{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \boldsymbol{u} + \nabla \boldsymbol{u}^T)] + \rho \boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}_j$$
(3.2)

Równanie energii:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\boldsymbol{u}(\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) + S_h$$
(3.3)

W modelach przepływu mieszaniny (zwanych też modelami uśrednionymi), rozwiązywane są równania zachowania dla mieszaniny fazy ciekłej i gazowej. Parametry mieszaniny określa się na podstawie udziałów poszczególnych faz. Gęstość i lepkość mieszaniny:

$$\rho = \rho_l \alpha_l + \rho_v \alpha_v \tag{3.4}$$

$$\mu = \mu_l \alpha_l + \mu_v \alpha_v \tag{3.5}$$

Modele mieszaniny homogenicznej są obecnie najpopularniejsze. Różnią się one między sobą metodą określania rozkładu pola gęstości. W pracy badano modele wykorzystujące równanie transportu pary wodnej (*transport equation models – TEM*). W modelach tego typu wprowadza się równanie zachowania masy dla fazy ciekłej:

$$\frac{\partial \rho_l \alpha_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \alpha_l \boldsymbol{u}) = \Gamma$$
(3.6)

Gdy ciśnienie w danym punkcie domeny spadnie poniżej ciśnienia nasycenia w równaniu (3.6) pozostaje człon źródłowy Γ_{vap} , redukujący masę fazy ciekłej. W przypadku wzrostu

ciśnienia powyżej ciśnienia nasycenia aktywowany jest człon Γ_{cond} , zwiększający masę fazy ciekłej. Stąd:

$$\Gamma = \begin{cases} \Gamma_{cond} & dla \ p > p_{sat} \\ \Gamma_{vap} & dla \ p < p_{sat} \end{cases}$$
(3.7)

Analogiczne równanie obowiązuje dla fazy gazowej, przy czym zwiększenie udziału zachodzi przy ciśnieniu niższym niż ciśnienie nasycenia, a redukcja przy ciśnieniu wyższym niż ciśnienie nasycenia. Równanie transportu pary ma najczęściej postać:

$$\frac{\partial \alpha_{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_{\nu} \boldsymbol{u}) = \frac{\Gamma}{\rho_{\nu}}$$
(3.8)

Gdzie α_v jest udziałem objętościowym pary. Człony źródłowe Γ_{vap} i Γ_{cond} aktywują się w zależności od otrzymywanego ciśnienia.

W pracy przedstawiono wyniki obliczeń otrzymane z wykorzystaniem modelu Kunza, Schnerra i Sauera oraz Singhala. Model przedstawiony w pracy Kunza i in. [6] wprowadza następujące formuły określające człony źródłowe w równaniu (3.6):

$$\Gamma_{cond} = \frac{C_c \rho_v \alpha_l^2 (1 - \alpha_l)}{t_{\infty}}$$
(3.9)

$$\Gamma_{vap} = -\frac{C_v \rho_v \alpha_l (p_{sat} - p)}{0.5 \rho_l u_\infty^2 t_\infty}$$
(3.10)

Obliczenia z zastosowaniem przedstawionego modelu zostały przeprowadzone dla przepływów stacjonarnych i niestacjonarnych dla serii osiowosymetrycznych pocisków różnego kalibru zanurzonych w cieczy. Wartość współczynników empirycznych C_c i C_v zależy od geometrii ciała na powierzchni którego pojawiają się struktury kawitacyjne, w pracy [6] przyjęto C_c =100 oraz C_v =100. Dobranie odpowiednich wartości współczynników C_c i C_v może być kłopotliwe w przypadku braku wyników pomiarów na których można by zwalidować model.

W 2001 Schnerr i Sauer [7] zaproponowali model, w którym formuły określające człony źródłowe w równaniu (3.8) pozbawione są empirycznych współczynników:

$$\frac{\Gamma_{vap}}{\rho_v} = \frac{n_0}{1 + \frac{4}{3}n_0\pi R^3} 4\pi R^2 \sqrt{\frac{2}{3}\frac{(p_{sat} - p)}{\rho_l}}, p < p_{sat}$$
(3.12)

$$\frac{\Gamma_{cond}}{\rho_{v}} = -\frac{n_{0}}{1 + \frac{4}{3}n_{0}\pi R^{3}} 4\pi R^{2} \sqrt{\frac{2}{3}\frac{(p - p_{sat})}{\rho_{l}}}, p > p_{sat}$$
(3.13)

Gdzie n_0 jest liczbą zarodzi na jednostkę objętości płynu. Przekształcając do postaci odpowiedniej do równania (3.6) otrzymuje się:

$$\Gamma_{cond} = \frac{\rho_{\nu}\rho_l}{\rho} \alpha_{\nu} (1 - \alpha_{\nu}) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p - p_{sat})}{\rho_l}}, p > p_{sat}$$
(3.14)

$$\Gamma_{vap} = -\frac{\rho_{v}\rho_{l}}{\rho}\alpha_{v}(1-\alpha_{v})\frac{3}{R}\sqrt{\frac{2}{3}\frac{(p_{sat}-p)}{\rho_{l}}}, p < p_{sat}$$
(3.15)

Autorzy skorzystali z równania Rayleigha-Plesseta w uproszczonej formie, dzięki czemu otrzymali równanie wzrostu promienia pęcherza parowego:

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_B - p_\infty}{\rho_l}}$$
(3.16)

gdzie p_B jest ciśnieniem fazy ciekłej na granicy pęcherza parowego, a p_{∞} ciśnieniem fazy ciekłej w dalekiej odległości od pęcherza. W obliczeniach przyjęto, że $p_B=p_{sat}$, a wartość p_{∞} jest równa ciśnieniu w otaczających pęcherz komórkach siatki. Autorzy przedstawili wyniki obliczeń dla przepływu w dyszy oraz dla profilu NACA 0015 w kanale zamkniętym oraz w kanale otwartym (z powierzchnią swobodną cieczy).

W 2002 r. pojawił się model zwany "pełnym modelem kawitacji" (*full cavitation model*), który zaproponował Singhal i in. [8]. Nazwa "pełny" wynika z uwzględnienia w modelu obecności gazów niekondensujących, możliwego poślizgu między fazami oraz efektów termicznych. W członach źródłowych występuje także wartość lokalnej kinetycznej energii turbulencji *k* oraz napięcie powierzchniowe σ . Obydwie fazy można traktować jako ściśliwe. Wartość ciśnienia nasycenia jest skorygowana przez uwzględnienie energii turbulencji:

$$p_{sat_corr} = p_{sat} + \frac{1}{2}(0.39\rho k)$$
 (3.17)

$$\Gamma_{cond} = C_c \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p - p_{sat_corr})}{\rho_l}} f_v, p > p_{sat_corr}$$
(3.18)

$$\Gamma_{vap} = -C_v \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p_{sat_corr} - p)}{\rho_l}} \left(1 - f_v - f_{ng}\right), p < p_{sat_corr}$$
(3.19)

Singhal i in. zwalidowali swój model w obliczeniach dla przypadku przepływu z kawitacją dla profilu NACA MOD 66, ciała cylindrycznego i ostrokrawędziowej kryzy. Współczynniki przyjmują wartości: C_{ν} =0.02 oraz C_{c} =0.01.

Modelowanie turbulencji w przepływie z kawitacją stanowi istotne zagadnienie. Dla tego samego modelu wymiany masy, lecz różnych modeli turbulencji można otrzymać różne obrazy struktur kawitacyjnych, jak również różną dynamikę zmian. W obliczeniach przepływów z kawitacją stosowane są modele: RANS, LES, hybrydowe LES/RANS oraz DNS.

4 Badanie eksperymentalne zjawiska kawitacji

W ramach prowadzonych badań została wybudowana instalacja do badań kawitacji przepływowej, która zlokalizowana jest w Hali Maszyn Hydraulicznych, Instytutu Maszyn i Urządzeń Energetycznych w Gliwicach.

Schemat stanowiska do badań kawitacji został przedstawiony na Rys. 4.2. Woda ze zbiornika otwartego (1) jest pompowana przez pompę wirową (2) do komory pomiarowej (5). W komorze pomiarowej znajduje się łopatka o profilu ClarkY (Rys. 4.1), osadzona na obrotowej tarczy umożliwiającej zmianę kąta natarcia. Strumień objętościowy cieczy jest mierzony za pomocą przepływomierza elektromagnetycznego Magnetoflow 200/16 (3). Przed komora następuje zmiana przekroju rurociągu z okrągłego na prostokątny o wymiarach 189x70 mm. Woda po przejściu przez komorę pomiarową jest kierowana z powrotem do zbiornika (1). Podczas pracy instalacji mierzone jest ciśnienie względne za pompa oraz ciśnienie absolutne przed i za komorą pomiarową (użyto piezorezystancyjnych przetworników ciśnienia). Za wylotem z komory jest mierzona temperatura za pomocą termometru rezystancyjnego Pt100. Sygnały z przyrządów pomiarowych są przekazywane do komputera (6), gdzie następuje ich zapis. W celu zaobserwowania różnych rodzajów kawitacji prędkość obrotowa silnika pompy była zmieniana w zakresie między 70-92% prędkości obrotowej znamionowej. Silnik pompy był przystosowany do zmian prędkości obrotowej za pomocą falownika. Prędkość obrotowa wału pompy była mierzona czujnikiem zbliżeniowym indukcyjnym IS-65-C3-S1 połączonym z tachometrem STI-73 i stale monitorowana podczas pomiaru. Zakres możliwej zmiany kąta natarcia wynosił od 0 do 20°. Dzięki znacznej objętości zbiornika otwartego (ok. 35 m³), temperatura wody utrzymywała się na stałym poziomie, nawet po kilku godzinach ciągłej pracy pompy. W komorze pomiarowej w ścianie górnej i dolnej oraz w jednej ścianie bocznej zamontowano szyby ze szkła akrylowego. Wewnetrzne wymiary komory pomiarowej wynosza: 70x189x500 mm.

Zaprojektowany układ pozwalał na osiągnięcie prędkości cieczy w komorze w zakresie 8–18 m/s, co odpowiadało prędkościom uzyskiwanym w innych tunelach kawitacyjnych. Do badań wybrano łopatkę o profilu ClarkY 11.7%. Profil ten został wybrany ze względu na dostępność w literaturze licznych wyników badań eksperymentalnych oraz numerycznych. Krawędź spływu została zaokrąglona promieniem 0.5 mm. Łopatkę wraz ze stopką do osadzenia na tarczy wykonano w technologii druku 3D. Materiał druku: PLA (poliaktyd), grubość warstwy 0.1 mm. Następnie łopatkę poddano obróbce, gdyż istniało ryzyko, że chropowatość powierzchni wpłynie na inicjację zjawiska kawitacji.



Rys. 4.1 Łopatka Clark Y 11.7 %, wydruk 3D przed obróbką



Rys. 4.2 Schemat instalacji do badań kawitacji przepływowej: 1 – zbiornik wody; 2 – pompa; 3 – przepływomierz Magnetoflow, 4 – zmiana przekroju rurociągu z kołowego na prostokątny; 5 – komora pomiarowa; 6 – komputer; P – pomiar ciśnienia; T – pomiar temperatury [9]

Wyniki pomiarów były zapisywane na komputerze z częstotliwością próbkowania 1.67 Hz. Otwory pomiarowe do mierzenia ciśnienia znajdowały się w odległości 5 cm od wlotu/wylotu z komory. Otwór pomiarowy pod termometr znajdował się w odległości 7 cm za wylotem z komory. Na Rys. 4.3 przedstawiono umiejscowienie czujników ciśnienia i temperatury. Zmierzono także udział rozpuszczonego tlenu w wodzie w zbiorniku zasilającym sondą ELMETRON COG-1. Dla temperatury 17.4°C otrzymano wynik 5.8 mgO₂/l.



Rys. 4.3 Komora pomiarowa. Umiejscowienie czujników ciśnienia i temperatury

4.1 Wizualizacja 1: z użyciem konwencjonalnej kamery

Przy pierwszych seriach pomiarowych wizualizacja przepływu z kawitacją została przeprowadzona przy użyciu konwencjonalnego wideo rejestratora Panasonic Lumix DMC-FT5, z prędkością nagrywania 50 klatek/s. Łopatka była oświetlana z góry lampą stroboskopową. Przeprowadzono pomiary dla kątów natarcia od 0 do 10°, z krokiem 2°. Prędkość obrotowa silnika pompy była zmieniana w zakresie ok. 64-82 % prędkości nominalnej (zakres zmian ustawień falownika 32–41 Hz). Liczba kawitacji została zdefiniowana jako:

$$\sigma = \frac{p_{in} - p_{sat}(T)}{0.5\rho_l(T)u^2} \tag{4.1}$$

Prędkość przepływu wyznaczono na podstawie pomiaru strumienia objętościowego Q:

$$u = \frac{Q}{hd} \tag{4.2}$$

gdzie: *h*–wysokość komory oraz *d*–szerokość komory. Dla różnych kątów natarcia, lecz przy takich samych ustawieniach falownika otrzymano zbliżone wartości prędkości. Z uzyskiwanych wartości prędkości i ciśnień określono liczbę kawitacji, charakteryzującą dany przypadek (Tab. 4.1). Kolorem szarym zaznaczono przypadki w których był zauważalny obłok kawitacyjny. Temperatura we wszystkich przypadkach przepływu utrzymywała się na poziomie 17.5°C.

Kąt natarcia, ° Częstotliwość, Hz	0	2	4	6	8	10
32	1.473	1.469	1.463	1.476	1.510	1.536
34	1.245	1.249	1.272	1.291	1.330	1.353
36	1.081	1.088	1.085	1.102	1.150	1.187
38	0.940	0.943	0.950	0.964	0.993	1.012
40	0.800*	0.807	0.821	0.839	0.845	0.865

Tab. 4.1 Liczba kawitacji uzyskana w trakcie pomiarów, wizualizacja 1

* - obłok kawitacyjny zaobserwowano po ciśnieniowej stronie łopatki

Wizualizacja 1 przeprowadzona z użyciem konwencjonalnego aparatu i kamery dostarczyła wstępnych informacji o charakterze przepływu z kawitacją. Wykonano fotografie przepływu tylko w jednym widoku – widoku bocznym łopatki. Udało się jednak zidentyfikować warunki przepływu, dla których wystąpi kawitacja oraz zaobserwować wpływ kąta natarcia na intensywność zjawiska. Na podstawie fotografii przepływu uzyskanych w trakcie wizualizacji 1 wytypowano przypadki do wizualizacji 2, która odbyła się z wykorzystaniem szybkiej kamery.

Przykład uzyskanych w trakcie wizualizacji 1 fotografii przedstawiono na Rys. 4.4.



Rys. 4.4 Wizualizacja 1 przepływu z kawitacją, $\alpha = 8^{\circ}$

4.2 Wizualizacja 2: z użyciem szybkiej kamery

Kolejną serię pomiarową i wizualizację przeprowadzono z użyciem szybkiej kamery Phantom Miro C110. Prędkość nagrywania wynosiła 1200 klatek/s przy rozmiarze klatki 1280x720 pikseli i rozdzielczości 907 dpi. Do oświetlenia łopatki użyto iluminatora LED IL–105/6X. Na Rys. 4.5 przedstawiono stanowisko podczas przeprowadzania wizualizacji 2. Wybrano 12 przypadków, dla których przeprowadzono wizualizację w dwóch widokach: widok z boku oraz widok z góry. Ze względu na dostępność tylko jednej kamery przeprowadzono serię wizualizacji w jednym widoku, następnie zmieniono położenie kamery i oświetlacza i powtórzono pomiary. W Tab. 4.2 zebrano wartości liczby kawitacji osiągnięte w trakcie serii pomiarowej z wizualizacją 2. Temperatura cieczy podczas pomiarów wynosiła 16.3°C. Wybrany przebieg zjawiska kawitacji na łopatce zostały przedstawione na Rys. 4.6 i Rys. 4.7. W celu lepszego zobrazowania struktur zastosowano inwersję kolorów na klatkach.



Rys. 4.5 Stanowisko pomiarowe podczas wizualizacji 2, nagrywanie widoku bocznego; 1 – kamera Phantom Miro C110; 2 – komputer połączony z kamerą; 3 – stanowisko badawcze; 4 – iluminator IL – 105/6X

Tab. 4.2 Liczba kawitacji uzyskana w	r trakcie pomiarów, wizualizacja 2
--------------------------------------	------------------------------------

Kąt natarcia, ° Częstotliwość falownika, Hz	4	6	8
36	1.288	1.341	1.374
39	1.053	1.073	1.094
42	0.837	0.855	0.896
44	0.715	0.750	0.750



Rys. 4.6 Jeden okres zmian struktur kawitacyjnych, $\alpha = 6^\circ$; $\sigma = 0.750$; widok boczny, T = 56.7 ms



Rys. 4.7 Jeden okres zmian struktur kawitacyjnych, $\alpha = 6^{\circ}$; $\sigma = 0.750$; widok z góry, T=55 ms

Podczas analizy obrazu oraz szacowania częstotliwości zmian struktur kawitacyjnych należało uwzględnić, że struktury nie są jednorodne w kierunku prostopadłym do kierunku przepływu (*spanwise direction*), dlatego w widoku bocznym na obrazie obserwuje się kilka struktur nakładających się jednocześnie. Rzut z góry jest z kolei ograniczony ze względu na wymiar okna pomiarowego. Szerokość łopatki wynosiła 70 mm (jedna cięciwa), natomiast szerokość okna pomiarowego była równa 46 mm, stąd w rzucie z góry nie była możliwa obserwacja wszystkich struktur widocznych na rzucie z boku. Niemniej jednak zanotowano pewne tendencje w kształtach i częstotliwościach zmian struktur.

Przebadane przypadki można podzielić na 3 grupy, co zostało przedstawione na Rys. 4.8:

- Grupa I kawitacja częściowa struktury osiągają długości mniejsze niż cięciwa profilu, można zaobserwować momenty w których nie widać żadnej struktury, w widoku z góry struktury nie obejmują całego obszaru okna
- Grupa II kawitacja chmurowa osiągają długość bliską długości cięciwy profilu, są znacznie grubsze niż struktury z grupy I, w widoku z góry można zauważyć momenty, gdy struktury zapełniają cały obszar okna pomiarowego
- Grupa III kawitacja chmurowa/superkawitacja struktury wydłużają się i osiągają długości znacznie większe niż cięciwa profilu, ich grubość jest mniejsza niż struktur z grupy II, w widoku z góry struktury przez cały czas trwania wizualizacji zapełniają cały obszaru okna pomiarowego

Na podstawie obserwacji obrazów oszacowano częstotliwość zmian obłoków kawitacyjnych (Tab. 4.3).

Tab. 4.3 Liczba kawitacji i częstotliwość zmian struktur kawitacyjnych uzyskane w trakcie pomiarów, wizualizacja 2

α, °	4			
σ, -	1.288	1.053	0.837	0.715
<i>f</i> , Hz	37.5	28.6	25.5	15.8
α, °	6			
σ, -	1.341	1.073	0.855	0.750
<i>f</i> , Hz	33.3	20.3	18.8	17.6
α, °	8			
σ, -	1.374	1.094	0.896	0.750
<i>f</i> , Hz	35.3	22.6	18.7	16.7

Dla stałego kąta natarcia, im niższa liczba kawitacji, tym dłuższy czas życia struktur i niższa częstotliwość ich zmian. Precyzyjne ustawienie parametrów przepływu aby otrzymać tę samą liczbę kawitacji dla różnych kątów natarcia jest, ze względu na niestacjonarność zjawiska, bardzo trudne. Dlatego trudno jest precyzyjnie ocenić wpływ kąta natarcia na zjawisko tworzenia się struktur kawitacyjnych. Dla liczby kawitacji równej 0.75 oraz dla kąta natarcia wynoszącego 8° zaobserwowano niższą częstotliwość zmian w porównaniu z kątem natarcia wynoszącym 6°. Dla przypadków należących do tej samej grupy częstotliwości zmian struktur kawitacyjnych są zbliżone.



Rys. 4.8 Różne typy kawitacji w zależności od liczby kawitacji i kąta natarcia łopatki

5 Symulacje numeryczne przepływu z kawitacją

Symulacje zostały przeprowadzone w środowisku OpenFOAM – *Open source Field Operation And Manipulation*. Jest to darmowy i ogólnodostępny pakiet do obliczeń CFD. Zawiera narzędzia zarówno do pre- jak i postprocessingu. Kod źródłowy można modyfikować według potrzeb użytkownika.

Do przeprowadzenia symulacji przepływu z kawitacją wokół profilu wybrano solver *interPhaseChangeFoam*. Jest to solver służący do obliczeń izotermicznego przepływu dwóch nieściśliwych, niemieszających się ze sobą płynów z możliwością zmiany fazy. Wykorzystywana jest metoda VOF – *Volume of Fluid* do wyznaczania granicy faz. Rozwiązywane jest jedno równanie momentu dla mieszaniny faz, której własności określane są na podstawie udziałów objętościowych poszczególnych faz. Rozwiązywanie równań definiujących człony źródłowe wymiany masy między fazami Γ_{cond} i Γ_{vap} odpowiednie dla wybranego modelu kawitacji jest podzielone na dwie części: jedna rozwiązywana w pętli związanej z udziałem objętościowym fazy ciekłej (*alphaEqnSubCycle*) oraz druga rozwiązywania w pętli związanej z ciśnieniem (*PISO loop*). W pętli pierwszej wszystkie parametry poza udziałem objętościowym fazy ciekłej są stałe, w pętli drugiej wszystkie parametry poza ciśnieniem są stałe. Obliczenia prowadzone w dwóch pętlach występujących po sobie pozwalają na iterowanie rozwiązania z tylko jedną zmienną na raz, co upraszcza i przyspiesza proces obliczeniowy.

Do obliczeń zastosowano siatkę złożoną z elementów typu *hexahedra*, wygenerowaną w programie ICEM CFX. Wymiary obszaru obliczeniowego odpowiadały długości i wysokości komory pomiarowej. Wokół profilu zastosowano siatkę typu *O-grid*. Przebadano kilka siatek numerycznych o różnej liczbie i rozkładzie węzłów. Ze względu na najlepszą zgodność z dostępnymi danymi eksperymentalnymi do dalszych obliczeń została wybrana siatka charakteryzująca się liczbą węzłów równą 160 000.

Zbadano także wpływ szerokości domeny obliczeniowej na otrzymywane częstotliwości i amplitudy zmian objętości pary wodnej w domenie. Na podstawie przeprowadzonych symulacji zdecydowano kontynuować obliczenia na siatce 2D wyciągniętej w kierunku prostopadłym do przepływu głównego na szerokość 0.9 mm (trzy elementy o szerokości 0.3 mm każdy).

Przeprowadzono trzy testy, w których badano różne modele kawitacji dla przypadków przepływu z kawitacją o różnym stopniu intensywności. Do symulacji reprezentujących przypadki przebadane eksperymentalnie wybrano model Kunza jako najbardziej stabilny numerycznie oraz pozwalający uzyskać wynik charakteryzujący się dynamiką zmian będący w dobrej zgodności z dostępnymi danymi eksperymentalnymi.

5.1 Ustawienia symulacji

Na wybranej siatce numerycznej przeprowadzono symulacje dla warunków odpowiadających każdemu punktowi pomiarowemu z wizualizacji 2 (patrz punkt 4.2). Dodatkowo przeprowadzono symulacje dla kąta natarcia 10° (nieprzebadanego eksperymentalnie) dla podobnych wartości liczby kawitacji, jakie uwzględniono dla kątów 4°, 6° i 8°. Dzięki temu rozszerzono zakres analizy wpływu kąta natarcia na otrzymywane częstotliwości zmian udziałów objętościowych pary w domenie, a także zmian wartości współczynników siły nośnej i oporu.

Dla zapewnienia stabilnego rozwiązania zastosowano następujący algorytm prowadzenia obliczeń. W pierwszym kroku prowadzono obliczenia dla przepływu jednofazowego (uniemożliwiano wystąpienie kawitacji poprzez przyjęcie współczynników $C_v=C_c=1$), 10 000 iteracji ze stałym krokiem czasowym wynoszącym $\Delta t=10^{-6}$ s. Jako warunki brzegowe przyjmowano prędkość na wlocie oraz ciśnienie statyczne na wylocie. Po zakończeniu obliczeń sprawdzano wartość ciśnienia na wlocie do domeny. W razie potrzeby modyfikowano ciśnienie na wylocie tak, aby na wlocie dostać wartość zapewniającą jak najbliższą wartość liczby kawitacji do tej uzyskanej w wizualizacji 2. Wraz z pojawieniem się dynamicznych zmian struktur kawitacyjnych (σ =0.838 lub σ =0.715) dochodzi do gwałtownych skoków ciśnienia wlotowego. Stąd dysponowano jedynie średnią wartością ciśnienia na wlocie i na jej podstawie określano liczbę kawitacji. W konsekwencji liczba kawitacji z obliczeń w niektórych przypadkach nie odpowiada dokładnie liczbie kawitacji osiąganej podczas pomiarów.

W drugim kroku prowadzono obliczenia z kawitacją, w których stosowano stały krok czasowy $\Delta t=10^{-6}$ s, ale wraz z obniżaniem liczby kawitacji i wzrostem kąta natarcia dla niektórych przypadków konieczne było obniżenie kroku czasowego do wartości $\Delta t=5\cdot 10^{-7}$ s (np. przypadek $\sigma=0.75$ oraz $\alpha=8^{\circ}$). Maksymalne wartości liczby Couranta znajdowały się w zakresie: 0.21 – 0.36 (wartości średnie liczby w zakresie: 0.003–0.0036). W obliczeniach stosowano model turbulencji k- ω SST.

5.2 Przebiegi zmian podstawowych parametrów przepływu

Na Rys 5.1 przedstawiono przebieg w czasie wartości udziału pary wodnej w domenie podczas obliczeń dla wybranego kąta natarcia równego 8°. Przebiegi takie otrzymano także dla pozostałych badanych kątów natarcia.

W Tab. 5.1–5.4 zestawiono otrzymane wartości częstotliwości zmian oraz wartości uśrednione w czasie udziału objętościowego pary wodnej w domenie, współczynnika siły nośnej oraz współczynnika siły oporu.



Rys. 5.1 Przebieg zmienności objętości pary wodnej w domenie, $\alpha = 8^{\circ}$

σ, -	1.29	1.05	0.838	0.715
<i>f</i> , Hz	-	-	25.64	33.56
Średnie $\alpha_{tot} \cdot 10^4$	0	1.288	2.006	3.720
Średnie C_L	0.7751	0.77756	0.62955	0.54266
Średnie C_D	0.0156	0.0211	0.0466	0.0562

Tab. 5.1 Zestawienie wyników dla α =4°

Tab. 5.2 Zestawienie wyników dla α =6°

σ, -	1.34	1.07	0.85	0.75
f, Hz	-	19.23	30.46	31.06
Średnie $\alpha_{tot} \cdot 10^4$	1.528	4.517	5.344	7.087
Średnie C_L	0.9485	0.7761	0.7949	0.7836
Średnie C_D	0.0288	0.0674	0.0973	0.1089

Tab. 5.3 Zestawienie wyników dla α =8°

σ, -	1.34	1.07	0.86	0.75
<i>f</i> , Hz	19.31	19.49	19.70	19.52
Średnie $\alpha_{tot} \cdot 10^4$	4.472	7.968	10.398	10.912
Średnie C_L	0.9667	0.8354	0.7359	0.6469
Średnie C_D	0.1001	0.1152	0.1235	0.1180

Tab.5.4 Zestawienie wyników dla α =10°

σ, -	1.31	1.00	0.85	0.75
<i>f</i> , Hz	34.05	28.28	20.23	nie uzyskano
Średnie $\alpha_{tot} \cdot 10^4$	11.335	13.581	15.720	rozwiązania
Średnie C_L	0.9849	0.7959	0.6940	
Średnie C_D	0.1655	0.1591	0.1451	

Przykładowy przebieg w czasie wartości współczynników C_L i C_D przedstawione jest na Rys. 5.2. Maksymalne wartości współczynnika siły nośnej występują przy maksymalnych wartościach udziału objętościowego pary w domenie. Maksymalne wartości współczynnika siły oporu następują po wystąpieniu maksimum współczynnika C_L z przesunięciem w czasie ok. 4 ms. Analizując wyniki zawarte w Tab. 5.1-5.4 stwierdzono, że obliczenia z kątem natarcia 8° obejmują zakres, w których można zauważyć wystąpienie maksimum wartości współczynnika C_D . Dla kątów natarcia 4° i 6° współczynnik C_D monotonicznie rośnie, dla kąta wynoszącego 10° - monotonicznie maleje. Dla wszystkich przebadanych kątów natarcia wraz z obniżaniem się liczby kawitacji wartość współczynnika siły nośnej C_L maleje.



Rys. 5.2 *Zmiany współczynników siły nośnej i oporu podczas obliczeń*, $\alpha = 4^\circ$, $\sigma = 0.838$

5.3 Wizualizacja wybranych przypadków przebadanych numerycznie

Dla wybranych przypadków przedstawiono przebieg zjawiska kawitacji w przyjętym interwale czasowym *T*. W przypadku 4_0.84 uzyskano oscylującą strukturę kawitacyjnej, ale bez wystąpienia podziałów i oderwań. Przebieg zjawiska dla tego przypadku przedstawiony jest na Rys. 5.3. Zjawisko wykazuje powtarzalność osiąganych parametrów. Można zaobserwować następujące po sobie tworzenie się niewielkiej struktury, jej zmniejszenie, następnie rozrost do maksymalnej wartości objętości i spadek do zera. Na Rys. 5.4 pokazano przypadek 6_0.85, o bardzo zbliżonych do przypadku 4_0.84 warunkach przepływu, ale dla wyższego kąta natarcia. Zjawisko tworzenia się kawerny staje się mniej powtarzalne. W domenie powstaje średnio ponad dwa razy większa objętość pary w porównaniu z przypadkiem 4_0.84.



Rys. 5.3 *Przypadek* α =4°, σ =0.838, u_{∞} =11.37 m/s, p_{out} =55.2 kPa, T=36 ms



Rys. 5.4 *Przypadek*, $\alpha = 6^{\circ}$, $\sigma = 0.855$, $u_{\infty} = 11.33$ m/s, $p_{out} = 55.4$ kPa, T = 60 ms

Analiza obrazów struktur z całego badanego zakresu dostarczyła informacji na temat wpływu kąta natarcia na kształty struktur kawitacyjnych i przebiegi udziału pary wodnej w domenie. Przy podobnej liczbie kawitacji, lecz dla wzrastających wartości kąta natarcia, oprócz wyraźnie większego udziału pary wodnej w domenie można też zauważyć wzrost amplitud zmian tego parametru. Dla kątów natarcia wynoszących 8° oraz 10° kształty obłoków kawitacyjnych są zdecydowanie bardziej złożone niż dla kątów 4° i 6°. W badanym zakresie liczb kawitacji i kątów natarcia nie zaobserwowano stałych, rozległych struktur superkawitacyjnych, w dwóch przypadkach odnotowano niewielkie, stabilne obłoki kawitacyjnych. Udało się odtworzyć mechanizm powstawania mikrostrugi penetrującej wzrastającą strukturę kawitacyjną i przyczyniającą się do oderwania części obłoku od górnej powierzchni profilu.

5.4 Porównanie obrazów struktur – obliczenia numeryczne i eksperyment

W tym punkcie przeprowadzono porównanie obrazów struktur kawitacyjnych otrzymanych z obliczeń wykonanych w pakiecie OpenFOAM z obrazami zarejestrowanymi w trakcie eksperymentu. Na Rys. 5.5 przedstawiono porównanie struktur kawitacyjnych dla przypadku z katem natarcia $\alpha=6^{\circ}$, natomiast na Rys. 5.6 przedstawiono porównanie tych struktur dla przypadku z kątem natarcia $\alpha = 8^{\circ}$. Generalnie można stwierdzić, że struktury zaobserwowane w trakcie eksperymentu osiągają większe rozmiary (zarówno jeśli chodzi o maksymalną grubość jak i maksymalną długość) niż struktury otrzymane z symulacji numerycznych. Przyczyna tych rozbieżności wynika z kilku czynników. Na obrazach z eksperymentu widoczny jest cały rozkład wzdłuż szerokości łopatki - struktury nachodzą na siebie. W wynikach symulacji otrzymuje się jedynie zmiany dwuwymiarowe w kierunkach x i y. Na obrazach z eksperymentu trudno jest także stwierdzić, jaki jest udział fazy gazowej w poszczególnych lokalizacjach. Nie bez znaczenia jest również fakt, że woda użyta w trakcie eksperymentu nie była odgazowana, więc to co można oglądać na obrazach z kamery to w zasadzie struktury parowo – powietrzne. Na wynik obliczeń istotnie wpływa także przyjęty model turbulencji. Niemniej jednak widać pewne podobieństwa w uzyskanych obrazach, np. podział struktury na mniejsze części, oderwania, zanik za krawędzią spływu. Można uznać, że obserwowane w symulacjach dynamika i mechanizm zmian struktur kawitacyjnych są zbliżone do zaobserwowanych w trakcie eksperymentu. Dla przypadku przedstawionego na Rys. 5.6 uzyskane częstotliwości zmian różnią się nieznacznie. Dla przypadku z Rys. 5.5 częstotliwość zmian otrzymana w symulacji jest ok. 50% wyższa niż oszacowana na podstawie eksperymentu. W Tab. 5.5 zestawiono wszystkie częstotliwości zmian struktur na podstawie obrazów z eksperymentu oraz oszacowane otrzymane w wyniku przeprowadzenia symulacji przepływu w OpenFOAM.



Rys. 5.5 Porównanie obrazów struktur, eksperyment i CFD, α =6°; σ =0.750



Rys. 5.6 *Porównanie obrazów struktur, eksperyment i CFD,* α =8°; σ =0.750

α, °	4				
σ, -	1.288	1.053	0.837	0.715	
f_{exp}, Hz	37.5	28.6	25.5	15.8	
f_{CFD} , Hz	brak kawitacji	stała struktura	25.6	33.5	
α, °		6	6		
σ, -	1.341	1.073	0.855	0.750	
$f_{exp},$ Hz	33.3	20.3	18.8	17.6	
f_{CFD} , Hz	stała struktura	19.23	30.46	31.06	
α, °		8			
σ, -	1.374	1.094	0.896	0.750	
f_{exp} , Hz	35.3	22.6	18.7	16.7	
f_{CFD} , Hz	19.3	19.4	19.7	19.5	

Tab. 5.5 Porównanie częstotliwości zmian, obliczenia numeryczne vs eksperyment

Otrzymane częstotliwości są tego samego rzędu, maksymalna rozbieżność wynosi 16 Hz, minimalna: 0.1 Hz. W symulacjach nie zauważono jednoznacznego trendu zmniejszania się częstotliwości (wydłużania się okresu zmian) wraz z obniżaniem liczby kawitacji dla danego kąta natarcia. W przypadku kąta natarcia wynoszącego 6° trend jest wręcz odwrotny, a w przypadku kąta natarcia równego 8° dla całego zakresu badanych liczb kawitacji częstotliwości są zbliżone.

W przyszłych badaniach należałoby poszukiwać przyczyn rozbieżności poprzez stosowanie bardziej złożonych modeli obliczeniowych oraz przez udoskonalenie warunków prowadzenia eksperymentu i rejestracji parametrów, tak aby możliwa była ilościowa analiza porównawcza wyników eksperymentalnych z numerycznymi.

6 Wpływ obecności powietrza w cieczy na zjawisko kawitacji

Obecność w fazie ciekłej gazów rozpuszczonych lub w postaci mikropecherzy istotnie wpływa na dynamikę procesu wzrostu i zapadania się pęcherzy parowo - gazowych. Ciśnienie wewnątrz pęcherza gazowo - parowego zwiększa się o ciśnienie cząstkowe gazu. Ciśnienie równowagi cieczy jest wtedy wyższe niż w przypadku przepływu dwufazowego, co powoduje spadek napięcia krytycznego. Rozpuszczony gaz obniża potencjalną wytrzymałość cieczy na rozciąganie. Jeżeli udział gazu będzie wystarczająco wysoki, wytrzymałość na rozciąganie fazy ciekłej przyjmie wartość ujemną i pęcherzyk będzie w stanie rosnąć przy ciśnieniu cieczy większym niż ciśnienie nasycenia pary. Obecność w pęcherzu gazu wpływa na obniżenie energii zapadania się pęcherza [2] i złagodzenie fali uderzeniowej rozchodzącej się w przepływie. Prowadzone na przestrzeni kilkudziesięciu lat badania wykazały olbrzymi potencjał metody kontrolowania różnych typów kawitacji poprzez wprowadzanie do przepływu strumienia powietrza. W związku z tym w ramach pracy doktorskiej przeprowadzono badania związane z uwzględnieniem w modelach kawitacji obecności powietrza. Korzystając z doświadczenia Autorki nabytego podczas pobytu na VSB w Ostrawie zaimplementowano przypadek liczony wcześniej w OpenFOAM do środowiska ANSYS FLUENT. Badano przypadek charakteryzujący się kątem natarcia α =6 oraz σ =1.03.

Do modelowania przepływu z uwzględnienim powietrza wybrano model kawitacji Singhala, uwzględniający w przepływie obecność gazów niekondensujących (*non condensable gases* – NCG). W modelu Singhala rodzaj gazu nie jest sprecyzowany, chociaż z opisu w pracy [8] wynika, że jest to powietrze, którego gęstość jest określana poprzez rozwiązane równania Clapeyrona. Niezalecane jest używanie tego modelu z zerowym masowym udziałem NCG [10]. Wszystkie obliczenia prowadzono jako niestacjonarne, z krokiem czasowym $\Delta t=10^{-6}$ s. Zastosowano schemat numeryczny *Coupled* oraz model turbulencji k- ω SST. Użyty schemat czasowy był niejawny, pierwszego rzędu dokładności. Schematy dla równania momentu oraz udziału objętościowego faz były pierwszego rzędu dokładności, natomiast schematy dla równań energii kinetycznej turbulencji oraz jednostkowej dyssypacji energii kinetycznej turbulencji – drugiego rzędu. Ciśnienie referencyjne wynosiło 0 Pa. Na podstawie przeprowadzonych testów określono minimalny poziom udziału masowego NCG równy $f_g=2\cdot10^{-6}$.

Przeprowadzano symulacje przepływu z różnymi wartościami udziału masowego NCG. Na Rys. 6.1 przedstawiono przebieg udziału objętościowego pary w domenie dla czterech różnych udziałów f_8 . Otrzymane wyniki zawarto w Tab. 6.1. Częstotliwości zmian nieznacznie różnią się od siebie. Średni udział fazy gazowej wzrasta odpowiednio do zwiększanej wartości f_g . Do poziomu $f_g=15$ ppm rośnie amplituda zmian udziały fazy gazowej. Dla udziału NCG wynoszącego 20 ppm stwierdzono wytłumienie oscylacji udziału fazy gazowej w domenie - po pewnym czasie struktura staje się stabilna. Średnie wartości współczynników C_L i C_D są zbliżone dla wszystkich badanych wartości f_g . Na Rys. 6.2 pokazano obrazy powstających struktur w momentach, gdy udział objętościowy pary w domenie osiąga maksimum (dla $f_g=2$, 8 oraz 15 ppm) i strukturę otrzymaną po czasie obliczeń 0.65 s dla $f_g=20$ ppm. Obrazy otrzymanych struktur są znacząco inne. Wraz ze wzrostem udziału NCG obłok parowy staje się krótszy i wyższy oraz rozmywa się - nie ma już ostrej granicy między fazą gazową a ciekłą, jak to ma miejsce dla obliczeń z $f_g=2$ ppm. Wyniki obliczeń potwierdzają raportowane w literaturze rozmycie granicy faz w związku z podwyższonym udziałem powietrza w cieczy [11]. Stwierdzono, że przy pewnym poziomie udziału gazów nieskraplających się w przepływie następuje wytłumienie oscylacji zmian struktur gazowych. Może to mieć wpływ na takie efekty wystąpienia kawitacji jak erozja kawitacyjna, hałas i wibracje.



Tab. 6.1 Porównanie wyników symulacji FLUENT, model Singhala, różne udziały NCG

Rys. 6.1 Przebieg udziału objętości fazy gazowej w domenie, FLUENT, model Singhala, σ =1.073, α =6°, różne udziały NCG



Rys. 6.2 *Obrazy struktur kawitacyjnych FLUENT, model Singhala,* σ =1.073, α =6°, *różne udziały NCG*

7 Obliczenia przepływu z kawitacją w pompie wirowej

Kawitacja może istotnie wpływać na pracę pompy. Pojawiają się pulsacje ciśnienia (objawiające się wahaniami ciśnienia na króćcu ssawnym), trzaski, drgania, spadek wydajności, a także spadek pobieranej mocy pompy oraz obniżenie sprawności [12]. Rozwinięta kawitacja, obejmująca cały przekrój kanału międzyłopatkowego prowadzi do zerwania ciągłości strumienia i zatrzymania pracy maszyny. Ponadto w przypadku dłuższej pracy w warunkach rozwiniętej kawitacji może dojść do znacznego ubytku materiału łopatek i obudowy wirnika na skutek działania erozji kawitacyjnej.

W czasie pracy pompy występuje nadwyżka energii ciśnienia i prędkości w przekroju wlotowym króćca ssawnego nazywana *NPSH – Net Positive Suction Head*, definiowana w następujący sposób:

$$NPSH = \frac{p_s - p_{sat}}{\rho g} + \frac{u_s^2}{2g}$$
(7.1)

gdzie p_s , u_s – odpowiednio ciśnienie (absolutne) oraz prędkość w przekroju króćca ssawnego.

Niezbędna (wymagana) wartość $NPSH_{kr}$ jest definiowana jako wartość NPSH dla której w przepływie pojawia się kawitacja.

$$NPSH_{kr} = \frac{p_{sk} - p_{sat}}{\rho g} + \frac{u_s^2}{2g}$$
(7.2)

gdzie: p_{skr} – ciśnienie w króćcu ssawnym przy początkowej kawitacji. Warunkiem pracy bezkawitacyjnej jest utrzymanie rozporządzalnej wartości *NPSH*, oznaczanej *NPSH*_r, powyżej wartości krytycznej, z pewnym zapasem bezpieczeństwa [12]:

$$NPSH_r \ge (1.1 - 1.3)NPSH_{kr}$$
 (7.3)

Wartość krytyczną *NPSH* określa się eksperymentalnie, wyznaczając zależność wysokości podnoszenia pompy *H* (przy stałej wydajności, temperaturze, prędkości obrotowej) od wartości *NPSH_r*. Zmiana *NPSH_r* następuje poprzez obniżanie ciśnienia w zbiorniku dolnym lub podnoszenie wysokości ssania pompy. Przy pewnej wartości *NPSH_r* występuje załamanie wysokości podnoszenia. Jako wartość krytyczną *NPSH_{kr}* przyjmuje się wartość *NPSH_r* występująca przy 3% spadku wysokości podnoszenia *H*.

Charakterystykę kawitacyjną określa producent pompy. Badania są często czasochłonne i kosztowne. Ponadto wskazane byłoby, aby już na etapie projektowania geometrii układu przepływowego pompy określić wartość wymaganego *NPSH* i skonfrontować ją z możliwymi do osiągnięcia wartościami (wynikającymi z warunków otoczenia pracy projektowanej pompy). Wykorzystanie dostępnych narzędzi analizy przepływu do przeprowadzenia symulacji przepływu z kawitacją i numeryczne określenie krytycznej wartości *NPSH*_{kr} jest więc uzasadnione.

W ramach pracy doktorskiej przeprowadzono symulację przepływu z kawitacją w pompie wirowej helokoidalnej, składającej się z trzech wirników dwustrumieniowych. Część wyników analizy opisanej w niniejszym rozdziale została opublikowana w pracy [14]. Geometria pojedynczego wirnika oraz układu wirnik – kierownica przedstawiona jest na Rys. 7.1. Wirnik zawierał 7 łopatek, jego średnica zewnętrzna wynosiła 470 mm. Wirnik współpracował z kierownicą łopatkową (10 łopatek). W dwustrumieniowym wirniku założono symetrię przepływu w przekroju czołowym, dzięki czemu możliwe było ograniczenie liczby elementów siatki numerycznej. Podzielono także wirnik i kierownicę na segmenty, w liczbie równej liczbie łopatek.



Rys. 7.1 Geometria badanej pompy, po lewej wirnik, po prawej wirnik i kierownica

Badanie numeryczne przeprowadzono w programie ANSYS CFX, zarówno przypadek przepływu bez kawitacji, jak i z kawitacją. Zdecydowano się na to narzędzie ze względu na dobrą zgodność wyznaczanych charakterystyk H(Q) pomp wirowych z charakterystykami pomiarowymi, a także na stabilny numerycznie, wbudowany model kawitacji używany też w innych pracach dotyczących maszyn wirnikowych [15,16]. W pierwszym etapie przeprowadzono studium niezależności siatki numerycznej.

Przeprowadzono szereg symulacji przepływu przez pompę w celu wyznaczenia charakterystyki H(Q) pompy w normalnych warunkach pracy (bez kawitacji lub ze szczątkowymi strukturami kawitacyjnymi). Przebadano zakres wydajności od 5000 do 9000 m³/h. Obliczenia były stacjonarne, z krokiem czasowym Δt =1.94·10⁻³ s. Podczas obliczeń monitorowano parametry globalne, takie jak: przyrost ciśnienia, wysokość podnoszenia, moment generowany na łopatce wirnika, sprawność hydrauliczna. Wysokość podnoszenia jest zdefiniowana jako:

$$H = \frac{p_{out} - p_{in}}{\rho g} \tag{7.4}$$

gdzie: p_{in} – średnie ciśnienie na wlocie do wirnika, p_{out} – średnie ciśnienie na wylocie z kierownicy. Sprawność hydrauliczna została zdefiniowana jako:

$$\eta_h = \frac{H\rho g Q}{\omega M z_w} \tag{7.5}$$

gdzie: ω – prędkość kątowa, M – moment na łopatce wirnika, z_w – liczba łopatek wirnika. W obliczeniach nie uwzględniano strat wolumetrycznych wynikających z przepływów przez szczeliny, ani strat mocy na tarcie tarcz wirujących w cieczy. Sprawność całkowita będzie więc mniejsza od sprawności wyznaczonej w programie ANSYS CFX o ok 5 p.p.

Wyznaczona numeryczne charakterystyka H(Q) oraz charakterystyka sprawności $\eta_h(Q)$ zostały przedstawione na Rys. 7.2. Maksymalna sprawność wynosząca 92.7 % została uzyskana dla wydajności Q=8000 m³/h. Wysokość podnoszenia przy tej wydajności wynosi

22.2 m. Dla wydajności równej 8000 m³/h (nominalna wydajność pompy) zasymulowano badanie kawitacyjne, obniżając stopniowo ciśnienie całkowite na włocie do wirnika i monitorując wysokość podnoszenia *H*. Wynik tej analizy został przedstawiony na Rys. 7.3. Dla wartości *NPSH* wynoszącej 5.35 m wartość wysokości podnoszenia spada o 3% względem wysokości podnoszenia w przypadku przepływu bez kawitacji. Jest to więc krytyczna wartość *NPSH* dla badanego układu przepływowego. Rozwój kawitacji w wirniku zwizualizowano wyświetlając izopowierzchnie o stałej wartości udziału objętościowego pary (α_v =0.1) dla czterech różnych wartości NPSH, oznaczonych na Rys. 7.3 cyframi 1 – 4 (Rys. 7.4).



Rys. 7.2 Charakterystyka H(Q) oraz $\eta_h(Q)$ badanej pompy

Rys. 7.3 Charakterystyka H(NPSH) badanej pompy, obliczenia stacjonarne



Rys. 7.4 Obszary występowania struktur kawitacyjnych w wirniku (kolor czerwony): 1 – NPSH=11.0 m, 2 – NPSH=5.3 m, 3 – NPSH=3.9 m, 4 – NPSH=3.7

8 Podsumowanie i wnioski

Zjawisko kawitacji jest złożonym, dynamicznym procesem polegającym na naprzemiennym powstawaniu i zapadaniu się w przepływie fazy ciekłej pęcherzy fazy gazowej. Pęcherze fazy gazowej mogą tworzyć złożone struktury o skomplikowanym kształtach charakteryzujące się dużą dynamiką zmian. Efekty wystąpienia w przepływie rozwiniętej kawitacji w przypadku maszyn i urządzeń energetycznych są generalnie niepożądane. Wiąże się to z towarzyszącymi kawitacji zjawiskami takimi jak: rozchodzenie się w przepływie fal uderzeniowych, generowanie drgań, hałasu, uszkodzenie materiału (łopatek, kadłuba, kanału itp.). Wystąpienie kawitacji w wirnikach pomp czy turbin wodnych może prowadzić do załamania się charakterystyk pracy, a w przypadku rozwiniętej kawitacji – do zerwania ciągłości przepływu i zatrzymania pracy maszyny.

W zagadnieniach z dziedziny inżynierii istotne jest badanie struktur kawitacyjnych traktowanych jako skupiska drobnych pęcherzy. Z tego powodu analizie poddano proces tworzenia się, rozwijania i zapadania się struktur kawitacyjnych traktując je jako całość. Skupiono się na analizie zjawiska kawitacji zachodzącej na profilu łopatki, jako że jest to przepływ najbliższy rzeczywistym przepływom występującym w wirnikach maszyn i urządzeń energetycznych. Zjawiska, które zbadano to: proces inicjacji wzrostu struktury parowej, proces podziału struktury na skutek występowania tzw. strugi powrotnej, oderwanie i zanik skupisk pęcherzy w okolicach krawędzi spływu profilu.

Na podstawie przeprowadzonego przeglądu stosowanych modeli matematycznych kawitacji oraz modeli turbulencji zdefiniowano główne problemy pojawiające się w symulacjach przepływów z kawitacją. Są one związane z nagłymi zmianami parametrów, takich jak: ciśnienie, gęstość i lepkość przy zmianach fazy odbywających się w bardzo krótkim czasie (ułamek milisekundy). Z tego powodu obliczenia dotyczące kawitacji charakteryzują się niską stabilnością i konieczne jest opracowanie właściwego algorytmu postępowania oraz dobór odpowiednich schematów obliczeniowych oraz ich parametrów w celu uzyskania stabilnego rozwiązania.

Przedstawiono wyniki badań eksperymentalnych przepływu z kawitacją w przypadku opływu profilu ClarkY 11.7%. Przedstawiono obrazy struktur otrzymane podczas wizualizacji przepływu z wykorzystaniem szybkiej kamery. Zaobserwowano charakterystyczne dla okresowo zmiennych struktur kawitacyjnych zjawiska: tworzenie się strugi powrotnej, oderwanie się części struktury od profilu, zanik struktur przy krawędzi spływu łopatki. Stwierdzono, że im niższa liczba kawitacji, tym większe rozmiary otrzymywanych struktur kawitacyjnych oraz niższa częstotliwość ich zmian. Zakres częstotliwości zmian w obserwowanych przypadkach wynosił od 37.5 Hz–15 Hz. Zaobserwowano różne typy kawitacji w badanym zakresie liczb kawitacji: niewielkie struktury kawitacji zaczątkowej, struktury kawitacyjne częściowe oraz rozwinięte struktury kawitacji chmurowej.

Przedstawiono wyniki szeregu symulacji numerycznych przepływu z kawitacją przeprowadzonych w środowisku OpenFOAM. Wybrano OpenFOAM ze względu na łatwą dostępność, dość powszechne aplikacje prezentowane w literaturze oraz możliwość doboru schematu rozwiązania. Wszystkie prowadzone symulacje uwzględniały zmienność zjawiska w czasie. Na podstawie przeprowadzonej analizy porównawczej wyników obliczeń 2D oraz 3D stwierdzono, że otrzymane przebiegi zmian objętości pary wodnej w domenie w czasie są bardzo zbliżone. Prowadzenie obliczeń dla pełnej, trójwymiarowej geometrii pozwoliło wprawdzie uzyskać pełniejszy obraz zmian zachodzących na łopatce, jednak ze względu na słabą stabilność schematu i czasochłonność obliczeń uznano stosowanie modelu 2D jako

najbardziej efektywne. W kolejnym teście porównano wyniki uzyskane dla modelu Scherra-Sauera i modelu Kunza. Dla modelu Schnerra-Sauera zmiana wartości stałych modelu nie wpłynęła znacząco na wynik. Dla modelu Kunza przyjęte wartości stałych modelu w istotny sposób wpłynęły na otrzymane amplitudy i częstotliwości oscylacji struktur parowych. Po kolejnym teście przeprowadzonym dla warunków rozwiniętej kawitacji, biorąc pod uwagę jakość rozwiązania oraz koszt obliczeniowy, wybrano model Kunza z odpowiednio dobranymi stałymi modelu. Uzyskanie stabilnego rozwiązania było silnie powiązane z kolejnością prowadzonym obliczeń. Zastosowano dwukrokowy algorytm postępowania. W pierwszym kroku przeprowadzono określoną liczbę iteracji z bardzo niskimi wartościami stałych modelu, co uniemożliwiało rozwinięcie się kawitacji w przepływie. W drugim kroku uzyskany rozkład parametrów posłużył jako rozkład początkowy do obliczeń z wartościami stałych modelu, które dobrano na podstawie wcześniejszych testów. Stosowany schemat numeryczny wykazywał wysoką wrażliwość na zadawaną wartość kroku czasowego.

W obrazach struktur otrzymanych w ramach prowadzonych symulacji numerycznych zauważono charakterystyczne dla tego typu przepływu zjawiska, co świadczy o poprawnym doborze modelu obliczeniowego. Otrzymano częstotliwości zmian tego samego rzędu jak podczas badania eksperymentalnego. Różnice mieściły się w przedziale 0.1–16 Hz. Rozbieżności w wartościach częstotliwości wynikają zarówno z uproszczeń przyjętych w obliczeniach, jak i w metodzie szacowania częstotliwości na podstawie obrazów z szybkiej kamery. Obszary zajmowane przez struktury kawitacyjne były większe w przypadku badań eksperymentalnych. Ze względu na ograniczenia pomiarowe ocena struktur otrzymanych eksperymentalnie przeprowadzona była w sposób jakościowy.

Przeprowadzono symulacje opływu profilu z uwzględnieniem obecności powietrza w cieczy stosując model kawitacji Singhala. Zastosowano kilka różnych wartości udziału gazów niekondensujących f_g . Wpływ na częstotliwości zmian był nieznaczny. Do poziomu $f_g = 15$ ppm rosła amplituda zmian udziału fazy gazowej, ale dla udziału $f_g = 20$ ppm nastąpiło wytłumienie oscylacji - po pewnym czasie struktura stała się stabilna. Średnie wartości współczynników siły nośnej i oporu były zbliżone dla wszystkich badanych wartości f_g . Obrazy otrzymanych struktur różniły się od siebie. Wraz ze wzrostem udziału gazów niekondensujących obłok gazowy stawał się krótszy i wyższy oraz jego granice rozmywały się – nie zauważono wyraźnej granicy między fazą gazową a ciekłą. Wyniki obliczeń potwierdzają opisywane w literaturze rozmycie granicy faz w związku z podwyższonym udziałem powietrza w cieczy. Przeprowadzono także obliczenia z drugim rzędem dokładności w czasie, które wykazały, że wytłumienie oscylacji zmian objętości fazy gazowej zachodzi już dla $f_g = 8$ ppm.

Przedstawiono także wyniki symulacji zjawiska kawitacji powstającej w pompie o złożonej geometrii. Przedmiotem analizy był przepływ w wirniku i kierownicy pompy wirowej, helokoidalnej. Analizę przeprowadzono w programie ANSYS CFX. Zdecydowano się na to narzędzie ze względu na bardzo dobrą stabilność rozwiązania schematu obliczeniowego z wbudowanym modelem kawitacji. Ta cecha modelu przydatna jest do modelowania złożonych układów charakterystycznych dla zastosowań inżynierskich, jednak nie jest efektywna do bardziej szczegółowych analiz uwzględniających niestacjonarność zjawiska kawitacji. Wykreślono charakterystykę wysokości podnoszenia pompy *H* w funkcji nadwyżki antykawitacyjnej *NPSH*. Zidentyfikowano wartość *NPSH* przy którym następuje 3% spadek wysokości podnoszenia pompy, określane jako *NPSH* krytyczne. Badanie wykazało przydatność narzędzia numerycznego do określania własności antykawitacyjnych układu przepływowego.

Przeprowadzone badania numeryczne wykazały, że modelowanie przepływu z kawitacją z uwzględnieniem złożoności i dynamiki tego zjawiska wymaga starannego dobrania stałych

modelu kawitacji, schematu numerycznego oraz parametrów procesu obliczeniowego, takich jak wartość kroku czasowego, rozkład początkowy parametrów czy wartości współczynników relaksacji. Wskazane jest dalsze rozbudowywanie modelu w kierunku modyfikacji modelu turbulencji oraz uwzględnienia ściśliwości płynu. Jednak należy mieć na uwadze, że przy bardziej rozbudowanych i szczegółowych modelach otrzymanie stabilnego rozwiązania będzie zadaniem trudniejszym.

Wyniki obliczeń ze zmienną wartością udziału powietrza w przepływie wskazują na znaczny wpływ tego parametru na powstające w przepływie struktury fazy gazowej. Zaobserwowany w obliczeniach efekt tłumienia oscylacji struktur kawitacyjnych przez wprowadzanie do przepływu powietrza będzie przedmiotem dalszych badań numerycznych i eksperymentalnych. W celu uzyskania dodatkowych parametrów przepływu z kawitacją dla oceny ilościowej planowane jest rozszerzenie badań eksperymentalnych o pomiar rozkładu ciśnienia na profilu oraz pomiary generowanego hałasu.

9 Literatura

- [1] Hammit F.: *Cavitation and Multiphase Flow Phenomena*, Mc-Graw Hill, New York, 1980.
- [2] Brennen C.: *Cavitation and Bubble Dynamics*, Cambridge University Press, New York, 1995.
- [3] Franc J.-P., Michel J.-M.: *Fundamentals of cavitation*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2004.
- [4] Callenaere M., Franc J.-P., Michel J.-M., Riondet M.: *The cavitation instability induced by the development of a re-entrant jet*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 444, 2001, s. 223–256.
- [5] Le Q., Franc J.-P., Michel J.-M.: *Partial cavities: global behaviour and mean pressure distribution*, Journal of Fluids Engineering, vol. 115, 1993, s. 243–248.
- [6] Kunz R. F., Boger D. A., Stinebring D. R., Chyczewski T. S., Lindau J. W., Gibeling H. J., Venkateswaran S., Govindan T. R.: A preconditioned Navier-Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction, Computers and Fluids, vol. 29, nr 8, 2000, s. 849–875.
- [7] Schnerr G. H., Sauer J.: *Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation Dynamics* w: 4th International Conference on Multiphase Flows, New Orleans, 2001,
- [8] Singhal A. K., Athavale M. M., Li H., Jiang Y.: *Mathematical basis and validation of the full cavitation model*, Journal of Fluids Engineering, vol. 124, 2002, s. 617–624.
- [9] Homa D.: *Cavitation phenomenon research for different flow conditions*, World Scientific News, vol. 73, nr 1, 2017, s. 2–11.
- [10] Cavitation models w: Fluent Theory Guide. Southpointe: ANSYS Inc., 2016.
- [11] Wang C., Huang B., Zhang M., Wang G., Wu Q., Kong D.: *Effects of air injection on the characteristics of unsteady sheet/cloud cavitation shedding in the convergent- divergent channel*, International Journal of Multiphase Flow, vol. 106, 2018, s. 1–20.
- [12] Korczak A., Rokita J.: *Ssanie pomp wirowych i zjawisko kawitacji* w: Pompy i układy pompowe. Gliwice: Skrypt Politechniki Śląskiej, 1985. s. 103–111.
- [13] Jędral W.: *Kawitacja i charakterystyki kawitacyjne* w: Pompy wirowe. S.I.: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2014. s. 253–269.
- [14] Homa D., Wróblewski W.: *Modelling of flow with cavitation in centrifugal pump*, Journal of Physics: Conference Series, vol. 530, nr 1, 2014,

- [15] Rakibuzzaman M., Kim K., Suh S.-H.: *Numerical Analysis of Cavitation Phenomena with Variable Speed Centrifugal Pump*, Open Access Journal Journal of Power Technologies, vol. 96, nr 4, 2016, s. 306–311.
- [16] Bakir F., Rey R., Gerber A., Belamri T., Hutchinson B.: Numerical and Experimental Investigations of the Cavitating Behavior of an Inducer, The International Journal of Rotating Machinery, vol. 10, nr 1, 2004, s. 15–25.