Andrzej DYMAREK, Tomasz DZITKOWSKI

Katedra Automatyzacji Procesów Technologicznych
i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Wydział Mechaniczny Technologiczny,
Politechnika Śląska, Gliwice

SYNTEZA DYSKRETNYCH I CIĄGŁYCH UKŁADÓW DRGAJĄCYCH Z UWZGLĘDNIENIEM TŁUMIENIA

Streszczenie. Zagadnienie poszukiwania struktury układu, spełniającego określone wymagania, dotyczące realizowania żądanych własności dynamicznych, jest zadaniem odwrotnym do problemu analizy, czyli jest to synteza. Należy w tym miejscu podkreślić, iż rozpatrywane zadanie jest inne od spotykanych w mechanice klasycznej czy teorii sterowania. Praca dotyczy sformułowania i rozwiązania problemu syntezy dyskretnych i ciągłych układów mechanicznych z uwzględnieniem tłumienia.

SYNTHESIS OF DISCRETE AND CONTINUOUS VIBRATING SYSTEMS WITH DAMPING

Summary. A process of researching the structure of a system, meeting certain conditions, is inverse to the process of analyzing it. In other words, it's a synthesis. We should emphasize that the considered problem varies from other issues met in classic mechanics or control theory. This paper concerns formulating and solving the problem of synthesis of discrete and continuous mechanical systems with damping.

1. Wprowadzenie

W analizie i syntezie stosowane są modele o parametrach rozłożonych w sposób ciągły lub modele dyskretno-ciągłe. Ze względu na stopień złożoności modeli do ich analizy lub syntezy bardzo często wykorzystuje się metody numeryczne. Aby możliwa była analiza i synteza modelu matematycznego za pomocą odpowiedniego programu komputerowego, zastosowana metoda modelowania musi cechować się łatwością algorytmizacji. Do typowych metod numerycznych zalicza się metodę elementów skończonych.

W przypadku natomiast analizy i syntezy układu zbudowanego z dużej liczby podukładów, a badanego za pomocą metod wymagających dekompozycji (np. metoda podatności dynamicznej), wyznaczenie charakterystyk dynamicznych sprowadza się do wielu pracochłonnych i czasochłonnych działań. Gdy zachodzi konieczność modyfikacji

struktury układu, należy każdorazowo formułować od początku równania różniczkowe ruchu lub od nowa budować macierze bezwładności, sztywności, tłumienia i inne [19, 20]. Z powodu tych niekorzystnych cech klasycznych metod modelowania zwiększa się zainteresowanie metodami sieciowymi, które umożliwiają automatyzację obliczeń podczas wyznaczania charakterystyk dynamicznych układu, a także pozwalają na graficzne przedstawienie struktury modelowanego układu. Takie metody badania układów mechanicznych, oparte na metodach grafów i liczb strukturalnych, określane są w literaturze jako „nieklasyczne". Metody topologiczne umożliwiają pełną algorytmizację i automatyzację obliczeń przy wyznaczaniu charakterystyki dynamicznej układu, a także bezpośrednie śledzenie wprowadzonych zmian strukturalnych. Ta cecha jest korzystna podczas rozwiązywania zadań analizy i syntezy tego typu układów. W metodach grafowych stosowane są takie klasy grafów, jak: grafy biegunowe, grafy przepływowe, grafy hybrydowe, hipergrafy. [5÷9,11÷14,17,21,23÷25]. Wybór odpowiedniej klasy grafów wykorzystywanych w procesie modelowania zależy od modelowanego układu oraz od przyjętego modelu dla tego układu. W niniejszej pracy do analizy i syntezy rozważanych układów zastosowano grafy biegunowe i hipergrafy, przyjmując definicję grafu biegunowego i hipergrafu [3,5,23÷25].

Z tego względu, iż złożoność modeli często wyklucza ręczne wykonanie obliczeń, wykorzystuje się metody modelowania umożliwiające automatyzację obliczeń, dzięki czemu obliczenia mogą być przeprowadzone na komputerach.

Dlatego też, o ile jest to możliwe, często rezygnuje się z klasycznych metod modelowania na rzecz metod sieciowych, ponieważ klasyczne zasady mechaniki nie zawsze pozwalają na rozwiązanie i sprostanie coraz to wyższym wymaganiom stawianym układom mechanicznym. Dlatego też istnieje konieczność poszukiwania i stosowania nowych metod projektowania i dostosowywania już istniejących maszyn do wymogów współczesnych procesów produkcyjnych. Wyznaczenie struktury i parametrów elementów drgających lub przekształcających drgania, które realizują podstawowe wymagania dotyczące przykładowo prędkości roboczych, dokładności pozycjonowania, sterowania czy gabarytów, przyczyniło się do opracowania metody projektowania drgających układów dyskretno-ciągłych jako podzespołów maszyn o żądanych własnościach dynamicznych. W tych warunkach metody oparte na doświadczeniu i intuicji stają się coraz mniej przydatne. Stosowanie ich przysparza wiele trudności sprowadzających się do wielu pracochłonnych i czasochłonnych działań. Dlatego naturalnym zjawiskiem jest potrzeba udoskonalania opisu oraz metod projektowania, tak aby formalizm matematyczny w pełni ujmował istotę problemu w żądanym zakresie zmian podstawowych wielkości, a wyniki obliczeń były możliwie bliskie danym z pomiarów wytworu z uwzględnieniem niezbędnych tolerancji parametrów. Pozytywne rozwiązanie tego problemu stwarza przesłanki nowych jakościowo poszukiwań, rozwiązań i uogólnień, które trudno było przewidzieć przy dotychczas stosowanych metodach opisu i projektowania zespołów o określonych właściwościach dynamicznych. Stąd wzrost zainteresowania

metodami sieciowymi opartymi na grafach i liczbach strukturalnych, które umożliwiają modelowanie, analizę oraz syntezę układów mechanicznych. Rozwijane od kilkudziesięciu lat w ośrodku gliwickim, między innymi przez autorów niniejszej pracy, zastosowania grafów i liczb strukturalnych zaowocowały bogatym piśmiennictwem [5÷9,10÷14,23÷25] (literatura z tego zakresu jest bardziej obszerna, por. np.[1÷4,10,15,16,22], por. również wykaz literatury cytowany w monografiach [2,15,16,22]). Dało to asumpt do podjęcia badań związanych z syntezą i projektowaniem drgających układów ciągłych, dyskretnych i dyskretno-ciągłych.

2. Synteza dyskretnych układów tłumionych z wykorzystaniem tłumienia proporcjonalnego do elementu sprężystego

W niniejszym rozdziale przedstawiona zostanie synteza dyskretnych układów tłumionych z wykorzystaniem tłumienia wiskotycznego proporcjonalnego do sztywności występujących w dyskretnym układzie drgającym [10,11]. Zakładając, że otrzymane dwójniki typu tłumiącego są proporcjonalne do sztywności wyznaczonych w wyniku syntezy, musi być spełniona zależność:

$$b_i = \lambda\, c_i \quad , \tag{1}$$

gdzie: b_i - tłumienie, c_i - sztywność, λ = idem - współczynnik proporcjonalności.

Współczynnik proporcjonalności λ wyznacza się z zależności:

$$\lambda = \frac{2h_n}{\omega_{bn}^2} \quad , \tag{2}$$

gdzie: h_n - współczynnik tłumienia, mający wymiar częstości, odpowiadający n - tej częstości rezonansowej, $\omega_{b1}, \omega_{b2}, \ldots, \omega_{bn}$ - częstości rezonansowe $(n = 1,2,3,\ldots,k)$.

Mając na uwadze rozważaną klasę układów dyskretnych o ruchu periodycznym (dyskretne układy drgające z tłumieniem) należy określić wartość współczynnika proporcjonalności λ, który powinien być dobrany z przedziału:

$$0 < \lambda < \frac{2}{\omega_n} \quad , \tag{3}$$

gdzie: ω_n - największa wartość częstości (rezonansowej, antyrezonansowej) różna od zera, którą ma spełniać otrzymany układ w wyniku przeprowadzonej syntezy.

Na podstawie zależności (1÷3) można sprecyzować żądane właściwości dynamiczne, które ma spełniać poszukiwany układ:

1. Przyjmuje się wartości częstości rezonansowych i antyrezonansowych w przypadku drgań własnych, czyli

$$\begin{cases} \omega_{b1}, \omega_{b2}, \ldots, \omega_{bn} \text{ - bieguny rozpatrywanej funkcji charakterystycznej,} \\ \omega_{z1}, \omega_{z2}, \ldots, \omega_{zn} \text{ - zera rozpatrywanej funkcji charakterystycznej.} \end{cases}$$

2. Wyznacza się wartość współczynnika proporcjonalności λ, korzystając z zależności (3).

3. Na podstawie wzoru (2) wyznacza się parametr h_n w następujący sposób:

$$h_n = \frac{\lambda \omega_{bn}^2}{2} \frac{1}{s} \tag{4}$$

lub podając dekrement tłumienia dla poszczególnych częstości rezonansowych i antyrezonansowych

$$\delta_n \approx \frac{2\pi h_n}{\omega_{(z)bn}}. \tag{5}$$

Na podstawie własności funkcji wymiernych, charakterystyki dynamiczne – w postaci powolności – poddane syntezie przyjmują następującą postać[5,12,14]:

- układów półokreślonych

$$U(s) = H \frac{d_l s^l + d_{l-1} s^{l-1} + \ldots + d_1 s}{c_k s^k + c_{k-1} s^{k-1} + \ldots + c_0}, \tag{6}$$

- układów utwierdzonych

$$U(s) = H \frac{d_l s^l + d_{l-1} s^{l-1} + \ldots + d_0}{c_k s^k + c_{k-1} s^{k-1} + \ldots + c_1 s}, \tag{7}$$

gdzie: l - parzysty stopień licznika przy $l - k = 1$, k - stopień mianownika, H - dowolna liczba rzeczywista dodatnia,

Syntezy funkcji charakterystycznych (6), (7), dokonuje się w dwóch etapach. W etapie pierwszym wyznacza się wartości elementów sprężystych i inercyjnych poprzez syntezę chrakterystyki dynamicznej, wyznaczonej na podstawie częstości drgań własnych (układy drgające nietłumione). W etapie drugim wyznacza się wartości elementów tłumionych, korzystając z równania (1). Ostatecznie otrzymuje się dyskretny układ mechaniczny tłumiony, którego charakterystyka dynamiczna równa jest (6) lub (7).

W celu otrzymania parametrów oraz struktury poszukiwanego układu przyjmuje się żądane własności dynamiczne w postaci częstości rezonansowych i antyrezonansowych. Następnie wyznacza się współczynnik λ według zależności (2). Funkcje charakterystyczne (6) i (7) przedstawia się w postaci powolności, opisującej drgania nietłumione, układów półokreślonych jako:

$$U'(s) = H\frac{d_l s^l + d_{l-2}s^{l-2} + \ldots + d_1 s}{c_k s^k + c_{k-2}s^{k-2} + \ldots + c_0} \tag{8}$$

lub układów utwierdzonych w formie:

$$U'(s) = H\frac{d_l s^l + d_{l-2}s^{l-2} + \ldots + d_0}{c_k s^k + c_{k-2}s^{k-2} + \ldots + c_1 s} \tag{9}$$

Tak przekształcone funkcje charakterystyczne (6) i (7) w postaciach (8) i (9) poddaje się syntezie metodą rozkładu charakterystyki na ułamek łańcuchowy oraz metodą rozkładu charakterystyki na ułamki proste [5,11,13,16,18,22] w celu wyznaczenia elementów sprężystych i inercyjnych. Parametry tłumienia wyznacza się na podstawie założenia (1).

Jako pierwszy przypadek rozpatruje się syntezę funkcji charakterystycznej (8) metodą jej rozkładu na ułamek łańcuchowy. Funkcję (8) przedstawia się w postaci ilorazu dwóch wielomianów:

$$U'(s) = \frac{L_l(s)}{M_{l-1}(s)} \tag{10}$$

Po podzieleniu w (10) licznika przez mianownik otrzymuje się:

$$\begin{aligned} U'(s) &= U^{(1)}(s) + \frac{L_l(s)}{M_{l-1}(s)} = U^{(1)}(s) + \frac{1}{\dfrac{M_{l-1}(s)}{L_{l-2}(s)}} = \\ &= U^{(1)}(s) + \frac{1}{V_1(s)} = m_1 s + \frac{1}{V_1(s)} \end{aligned} \tag{11}$$

Następnym etapem jest realizacja wyrażenia $V_1(s)$ w (11). Po podzieleniu $M_{l-1}(s)$ przez $L_{l-2}(s)$, uzyskuje się:

$$\begin{aligned} V_1(s) &= V^{(1)}(s) + \frac{M_{l-3}(s)}{L_{l-2}(s)} = V^{(1)}(s) + \frac{1}{\dfrac{L_{l-2}(s)}{M_{l-3}(s)}} = \\ &= V^{(1)}(s) + \frac{1}{U_2(s)} = \frac{s}{c_1} + \frac{1}{U_2(s)} \end{aligned} \tag{12}$$

Syntezowana powolność (8) przyjmuje postać:

$$U'(s) = m_1 s + \frac{1}{\dfrac{s}{c_1} + \dfrac{1}{U_2(s)}} \tag{13}$$

Powolność $U_2(s)$ w zależności (13) realizuje się jako:

$$U_2(s) = U^{(2)}(s) + \frac{L_{l-3}(s)}{M_{l-4}(s)} = U^{(2)}(s) + \frac{1}{\frac{M_{l-4}(s)}{L_{l-3}(s)}} = \tag{14}$$

$$= U^{(2)}(s) + \frac{1}{V_2(s)} = m_2 s + \frac{1}{V_2(s)}$$

Po wykonaniu działań określonych wzorem (14) otrzymuje się powolność w formie:

$$U'(s) = m_1 s + \cfrac{1}{\cfrac{s}{c_1} + \cfrac{1}{m_2 s + \cfrac{1}{V_2(s)}}} \tag{15}$$

Proces opisany zależnościami (10 ÷ 15) kontynuuje się aż do momentu, gdy w wyniku dzielenia wielomianów uzyska się $\frac{1}{s}$ lub s.

Ostatecznie powolność (8) przedstawia się w formie ułamka łańcuchowego:

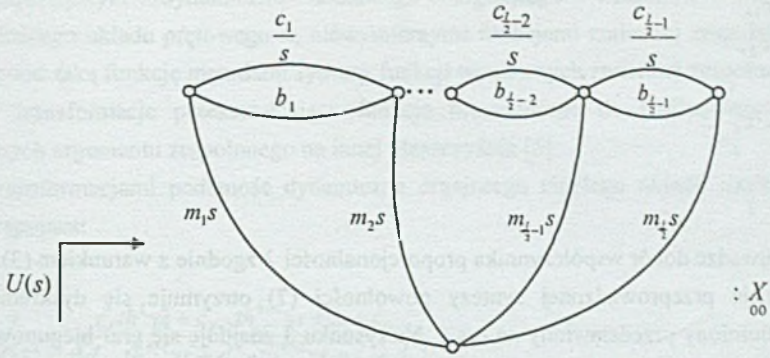
$$U'(s) = m_1 s + \cfrac{1}{\cfrac{s}{c_1} + \cfrac{1}{m_2 s + \ldots + \cfrac{1}{\cfrac{s}{c_{\frac{l+1}{2}-2}} + \cfrac{1}{m_{\frac{l+1}{2}-1} s + \cfrac{1}{\cfrac{s}{c_{\frac{l+1}{2}-1}} + \cfrac{1}{m_{\frac{l+1}{2}} s}}}}}} \tag{16}$$

W wyniku rozkładu funkcji charakterystycznej (8) na ułamek łańcuchowy (16) otrzymuje się wartości elementów typu sprężystego $c_1, \ldots, c_{\frac{l+1}{2}-2}, c_{\frac{l+1}{2}-1}$ i inercyjnego $m_1, m_2, \ldots, m_{\frac{l+1}{2}-1}, m_{\frac{l+1}{2}}$.

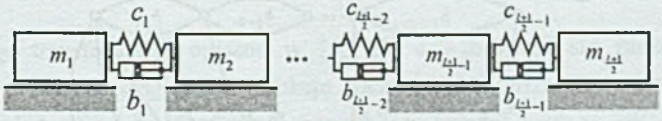
Uwzględniając zależność (1-3) wyznacza się wartości dwójników typu tłumiącego:

$$b_1 = \lambda \cdot c_1, b_2 = \lambda \cdot c_2, \ldots, b_{l-2} = \lambda \cdot c_{l-2}, b_{l-1} = \lambda \cdot c_{l-1}. \tag{17}$$

Powolność (6) podana syntezie jest funkcją charakterystyczną, wyznaczoną w przypadku grafu biegunowego, który przedstawiono na rys.1 [3,23,24]. Graf biegunowy (rys.1) jest z kolei modelem dyskretnego układu mechanicznego, przedstawionego na rys.2.



Rys. 1. Graf biegunowy jako graficzna realizacja wyrażenia (6)
Fig. 1. Polar graph as graphical illustration of equation (6)



Rys. 2. Dyskretny układ mechaniczny z tłumieniem
Fig. 2. Discrete mechanical system with damping

Jako drugi przypadek dokonuje się syntezy funkcji charakterystyczej (9) metodą jej rozkładu na ułamek łańcuchowy, otrzymując wartości elementów sprężystych i inercyjnych w postaci:

$$U(s)' = m_1 s + \cfrac{1}{\cfrac{s}{c_1} + \cfrac{1}{m_2 s + \ldots + \cfrac{1}{\cfrac{s}{c_{\frac{l}{2}-2}} + \cfrac{1}{m_{\frac{l}{2}-1} s + \cfrac{1}{\cfrac{s}{c_{\frac{l}{2}-1}} + \cfrac{1}{m_{\frac{l}{2}} s + \cfrac{c_{\frac{l}{2}}}{s}}}}}}} \tag{18}$$

gdzie: $m_1, m_2, \ldots, m_{\frac{l}{2}-1}, m_{\frac{l}{2}}$ - wartości mas otrzymane w wyniku syntezy powolności (9),

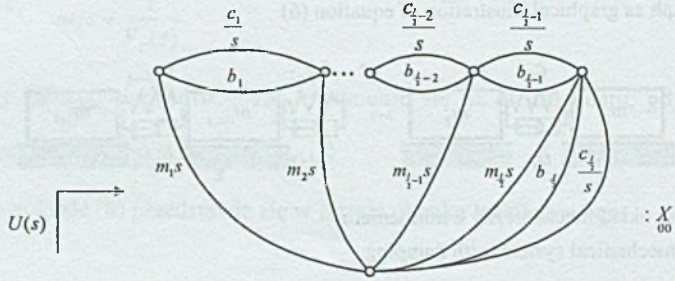
$c_1, c_2, \ldots, c_{\frac{l}{2}-2}, c_{\frac{l}{2}-1}, c_{\frac{l}{2}}$ - wartości sztywności otrzymane w wyniku syntezy powolności (9).

Wartości dwójników typu tłumiącego uzyskuje się na podstawie wzoru (1):

$$
\begin{aligned}
b_1 &= \lambda \cdot c_1, \\
b_2 &= \lambda \cdot c_2, \\
&\vdots \quad , \\
b_{\frac{l}{2}-1} &= \lambda \cdot c_{\frac{l}{2}-1}, \\
b_{\frac{l}{2}} &= \lambda \cdot c_{\frac{l}{2}},
\end{aligned}
\tag{19}
$$

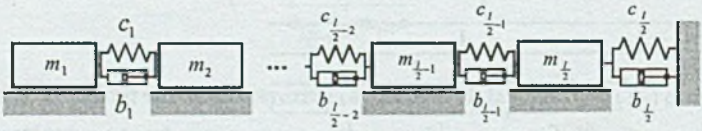
mając na uwadze dobór współczynnika proporcjonalności λ zgodnie z warunkiem (3).

W rezultacie przeprowadzonej syntezy powolności (7) otrzymuje się dyskretny układ drgający tłumiony przedstawiony na rys.4. Na rysunku 3 znajduje się graf biegunowy, który jest modelem układu (rys.4), a jego funkcja charakterystyczna (7) jest zgodna z powolnością poddaną syntezie.



Rys. 3. Graf biegunowy jako graficzna realizacja wyrażenia (7)

Fig. 3. Polar graph as graphical illustration of equation (7)



Rys. 4. Dyskretny układ mechaniczny z tłumieniem

Fig. 4. Discrete mechanical system with damping

3. Przekształcenia charakterystyk dynamicznych

W niniejszym rozdziale przedstawiono metody syntezy, które są wykorzystywane zarówno w przypadku układów dyskretnych, jak i układów ciągłych. W odniesieniu do tych metod zsyntezowano również przypadki układów dyskretno-ciągłych. Omówiono szczegółowo metody układów dyskretnych na płaszczyźnie zmiennej zespolonej s. Metody te opierają się na rozkładzie funkcji wymiernych.

Charakterystyki dynamiczne złożonego drgającego wzdłużnie lub skrętnie mechanicznego układu prętowego są niewymiernymi funkcjami zmiennej zespolonej s. Aby zsyntezować taką funkcję metodami syntezy funkcji wymiernych zmiennej zespolonej, należy określić transformacje przekształcające funkcje niewymierne do realizowanych funkcji wymiernych argumentu zespolonego na innej płaszczyźnie [5].

Przed transformacjami podatność dynamiczna drgającego ciągłego układu mechanicznego jest następująca:

$$Y(s)=\frac{1}{Z(s)}=\frac{c_k th^k \gamma s + c_{k-2} th^{k-2}\gamma s + \ldots + c_0}{s\left(d_{k-1} th^{k-1}\gamma s + d_{k-3} th^{k-3}\gamma s + \ldots + d_1\right)}, \tag{20}$$

gdzie: k – liczba naturalna, $c_k, c_{k-2}, \ldots, c_0, d_{k-1}, d_{k-3}, \ldots, d_1$ - liczby rzeczywiste, $\gamma=\sqrt{\frac{\rho}{E}}\cdot l$, $s=\sqrt{-1}\omega$.

Wykorzystując transformacje opisane w [5, 13] odwzorowuje się funkcję podatności dynamicznej Y układu ciągłego w funkcję ruchliwości V układu ciągłego lub funkcję sztywności układu ciągłego w funkcję powolności układu ciągłego. W dalszym ciągu względem danej charakterystyki stosuje się następujące transformacje:

transformację typu Wyndruma (por. np. [15])

$$p = th\gamma s, \tag{21}$$

lub transformację typu Richardsa (por. np. [22])

$$r = th\frac{1}{2}\gamma s. \tag{22}$$

Odwzorowaniem (21) i (22) przekształca się funkcję niewymierną ruchliwości $V(s)$ lub powolności $U(s)$ układu o parametrach rozłożonych w sposób ciągły w funkcję wymierną $V(p)$, $V(r)$ lub $U(p)$, $U(r)$, opisującą na płaszczyźnie zmiennej zespolonej p lub r układ o parametrach skupionych. Na tej podstawie funkcja (20) przyjmie postać:

$$V(p)=\frac{1}{U(p)}=\frac{c_k p^k + c_{k-2}p^{k-2} + \ldots + c_0}{d_{k-1}p^{k-1} + d_{k-3}p^{k-3} + \ldots + d_1} \tag{23}$$

$$V(r)=\frac{1}{U(r)}=\frac{c_k r^k + c_{k-2}r^{k-2} + \ldots + c_0}{d_{k-1}r^{k-1} + d_{k-3}r^{k-3} + \ldots + d_1} \tag{24}$$

Zależności (23) i (24) są podstawowymi funkcjami, które umożliwiają syntezę ciągłych układów prętowych ścisłymi metodami syntezy układów dyskretnych opisanymi w rozdziale

piątym. W wyniku syntezy układów na płaszczyznach p i r otrzymuje się wartości parametrów, które należy przetransformować z płaszczyzny p lub r na płaszczyznę s [4]. Retransformacja otrzymanych rezultatów syntezy układów o parametrach skupionych jest przekształceniem wzajemnie jednoznacznym zarówno co do realizowanej struktury, jak również wartości elementów i przyjmuje postać:

$$H(\rho F)^{(i)} = \beta m_p^{(i)}, \tag{25}$$

$$H(EF)^{(i)} = \frac{1}{\beta} c_p^{(i)}, \tag{26}$$

gdzie: $\beta = \sqrt{\rho / E}$, $m_p^{(i)}$ – wartość elementu inercyjnego uzyskana na płaszczyźnie p lub r, $c_p^{(i)}$ – wartość elementu sprężystego uzyskana na płaszczyźnie p lub r.

Warto podkreślić, iż jednym z głównych celów syntezy, zarówno układów dyskretnych jak i ciągłych, jest obliczenie wartości c i m. Różnica między metodami polega na tym, iż w przypadku układów dyskretnych otrzymuje się parametry na płaszczyźnie zmiennej zespolonej s, natomiast w przypadku syntezy układów ciągłych na płaszczyźnie p lub r.

4. Idea syntezy pręta drgającego wzdłużnie z tłumieniem

Rozważane są drgające układy prętowe o stałym przekroju z tarciem wewnętrznym. Własności te wygodnie jest charakteryzować za pomocą współczynnika dyssypacji wewnętrznej ψ lub związanego z nim logarytmicznego dekrementu tłumienia δ za pomocą znanej zależności:

$$\psi = 2\delta \tag{27}$$

Obydwie wielkości występujące we wzorze (27), wyznaczone jak wiadomo doświadczalnie, są związkami pomiędzy przemieszczeniami a naprężeniami normalnymi i stycznymi w zależności od rodzaju drgań.

Stosując takie ujęcie, rzeczywistą charakterystykę tworzywa zastępuje się modelem sprężysto – plastycznym (Voigta), przy czym w przypadku drgań wzdłużnych naprężenia normalne σ związane są odpowiednimi odkształceniami ε za pomocą związku:

$$\sigma = E\left(\varepsilon + \beta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right), \tag{28}$$

gdzie: w zależności (28) oznaczono odpowiednio: E - moduł Younga, natomiast zlinearyzowany współczynnik tłumienia β definiuje się następująco"

$$\beta = \frac{\Psi}{2\pi\omega} \tag{29}$$

Własności tłumienia modelowane w układach dyskretnych modelem Voighta (4) opisane są dekrementem tłumienia dla poszczególnych częstości rezonansowych zależnością:

$$\delta \approx \frac{2\pi h_n}{\omega_{bn}} \tag{30}$$

Wykorzystując (27) i (30) w (29) otrzymuje się:

$$\beta = \lambda = \frac{2h_n}{\omega_{bn}^2} \tag{31}$$

Mając na uwadze rozważaną klasę układów prętowych o ruchu periodycznym należy oszacować wartość zlinearyzowanego współczynnika tłumienia, w przypadku syntezy układów prętowych, z przedziału:

$$0 < \beta < \frac{2}{\omega_n}, \tag{32}$$

gdzie ω_n - największa częstość rezonansowa.

5. Wnioski

Największe natężenie drgań występuje w stanach rezonansowych. Uniknie się ich poprzez właściwy dobór częstotliwości drgań własnych. Wyjście ze sfery rezonansu jest podstawowym warunkiem pracy urządzenia, lecz nie eliminuje całkowicie problemu drgań. W niejednej maszynie pojawia się wiele częstości drgań własnych.

Tłumienie odgrywa w tych przypadkach rolę decydującą, ponieważ obniża w sposób istotny amplitudę drgań. Jednocześnie duża liczba otrzymanych w wyniku syntezy układów i parametrów, które spełniają te same własności dynamiczne w postaci drgań tłumionych, mogą wpłynąć znacząco na racjonalny dobór rozpatrywanego obiektu (urządzenia).

Literatura

1. Arczewski K., *Analiza i synteza drgających układów mechanicznych metodą liczb strukturalnych*. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1974.
2. Bellert S., Woźniacki H., *Analiza i synteza układów elektrycznych metodą liczb strukturalnych*. WNT, Warszawa 1968.
3. Berge C., *Graphs and hypergraphs*. Amsterdam-London: North Holland Publishing Co, American Elsevier Publishing Co, Inc., New York 1973.
4. Białko M. (red.), *Filtry aktywne RC*. WNT, Warszawa 1979.

5. Buchacz A., *Synteza drgających układów prętowych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Mechanika z. 104, Gliwice 1991.
6. Buchacz A., Dymarek A., Dzitkowski T, *Synthesis of Discrete, Continuous and discrete–continuous vibrating systems represented by graphs*. Sixth International Scientific and Engineering Conference - Machine-Building and Technosphere on the Border of the XXI Century, Donetsk 1999, Vol. 3, pp. 243÷245.
7. Buchacz A., Dymarek A., Dzitkowski T, *Synthesis vibrating k≥2 fixed systems represented by graphs*. Donetsk State University, Inernational Journal of Proceedings – Machine-Buildings and Systems, Donetsk 2000, pp. 282-289.
8. Buchacz A., Dymarek A., Dzitkowski T., *Synteza dyskretnych, ciągłych i dyskretno-ciagłych układów rozgałęzionych metodą mieszaną*. III Konferencja „Nowe kierunki rozwoju mechaniki", Wisła 2000, s.7÷10.
9. Buchacz A., Dymarek A., Dzitkowski T., *Modyfikacja klasycznych metod syntezy drgających układów utwierdzonych. Modyfikacja klasycznych metod syntezy drgających układów utwierdzonych*. 70-lecie urodzin i 45-lecie pracy naukowej Prof. dra hab. inż. Józefa Giergiela oraz V Szkoła Analizy Modalnej, Kraków 2000, s.61÷66.
10. Družinskij I. A.: Mechaničeskie cepi. Leningrad: Mašinostroenie, 1977.
11. Dymarek A., *Odwrotne zadanie dynamiki tłumionych mechanicznych układów drgających w ujęciu grafów i liczb strukturalnych*. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 2000.
12. Dymarek A., *The sensitivity as a criterion of synthesis of discrete vibrating fixed mechanical system*. Journal of Materials Processing Technology, Vol. 157-158, Complete 2004, pp.138-143.
13. Dzitkowski T., *Odwrotne zadanie dynamiki dyskretno-ciągłych układów mechanicznych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych*. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 2001.
14. Dzitkowski T., *Computer aided synthesis of discrete – continuous subsystems of machines with the assumed frequency spectrum represented by graphs*. Journal of Materials Processing Technology, Vol. 157-158, Complete 2004, pp.144-149.
15. Heinlein W.E., Holmes W. H., *Active filters for integrated circuits*. fundamentals and design methods. r. oldenbourg verlag munchen, Wien 1974, Prentice-Hall International Inc. London, Springer-Verlag New York, Inc. New York.
16. Kamiński F., *Synteza obwodów liniowych o stałych rozłożonych*. Cz. I. Synteza schodkowych torów niejednorodnych. PWN, Warszawa 1975.
17. Kropka J., *Grafy wiązań i grafy hybrydowe w modelowaniu i badaniu układów technicznych* Praca doktorska, Gliwice 1998.

18. Mikołajuk K., Trzaska Z., *Elektrotechnika teoretyczna* Analiza i synteza elektrycznych obwodów liniowych. PWN, Warszawa 1984.
19. Osiński Z., *Teoria drgań*, PWN, Warszawa 1978.
20. Solecki R., Szymkiewicz J., *Układy prętowe i powierzchniowe*. Obliczenia dynamiczne. Arkady, Warszawa 1964.
21. Świder J., *Macierzowe grafy hybrydowe w opisie drgających, złożonych układów mechanicznych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Mechanika z. 106, Gliwice 1991.
22. Temeš G.C., Mitra S.K., *Modern filter theory and design*. NewYork: John Wiley and Sons, Inc., 1973.
23. Wojnarowski J., *Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych*. PTMTS, Gliwice 1977.
24. Wojnarowski J., *Zastosowanie grafów w analizie drgań układów mechanicznych*. PWN, Warszawa-Wrocław 1981.
25. Wojnarowski J., Buchacz A., Nowak A., Świder J., *Modelowanie drgań układów mechanicznych metodami grafów i liczb strukturalnych*. Gliwice: Skrypty Pol. Śląskiej, Nr 1266, Gliwice 1986.

Abstract

Modern machines must comply with increased requirements, concerning, not only their production capability, durability, energy – efficiency and safety, but also quiet and even operation run. These problems should be addressed at the design stage, as they may hinder the performance of the machines, which in turn, may lead to considerable worsening of the working conditions of their operators.

A process of researching the structure of a system, meeting certain conditions, is inverse to the process of analysing it. In other words, it's a synthesis. We should emphasize that the considered problem varies from other issues met in classic mechanics or control theory. The research has been undertaken on the basis of topological methods, developed in scholar environment of Gliwice, and on the basis of algebraically methods closely related to these topological ones – that is, methods of graphs and structural numbers.

Two functions are used in mechanical systems synthesis: a function of mobility and a reverse function of immobility. On the basis of these functions properties, which to a large degree affect the character of binary obtained by synthesis, a structure of the system is derived. This structure can be presented in the form of a polar graph. Applying synthesis methods we can present dynamical characteristics in the form of a chain fraction or in the form of simple fractions, which determine the shape of the polar graph structure for the synthesised mechanical system. Thus, a polar graph is a physical realization of a synthesised

dynamical function. The graph consists of edges, which may be incident or no incident with a pole of reference. The edges correspond with inertial or resilient binary.

Aim of paper is elaboration of new methods of synthesis vibrating discrete and continuous mechanical systems with damping represented by graphs and structural numbers. This paper concerns formulating and solving the problem of synthesis of vibrating discrete and continuous mechanical systems with damping. Such specified problem required of new methods of synthesis.