

Władysław KALIŃSKI

Katedra Automatykacji Procesów Technologicznych
i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Wydział Mechaniczny Technologiczny,
Politechnika Śląska, Gliwice

WIBROIZOLATORY KWAZIZEROWEJ SZTYWNOŚCI W PASYWNEJ IZOLACJI DRGAŃ MECHANICZNYCH O WOLNOZMIENNYCH SKŁADOWYCH WIDMA WYMUSZENIA DRGAŃ

Streszczenie. W artykule przedstawiono zagadnienia dotyczące kształtowania mechanicznych własności pasywnych układów wibroizolacji, przeznaczonych do ograniczania wolnozmiennych składowych drgań przewodzonych, zwłaszcza na stanowiska pracy operatorów dźwignic i urządzeń transportowych.

QUASIZERO STIFFNESS VIBROISOLATION SYSTEMS IN PASSIVE INSULATION OF THE MECHANICAL VIBRATIONS FOR LOW FREQUENCY COMPONENTS OF THE VIBRATIONS EXCITATIONS SPECTRUM

Summary. The formation problems of mechanical properties of passive vibroisolation systems have been introduced in the article. These systems are designed to reduce slowly changeable vibration components that influence especially on crane operators work stands and transport devices.

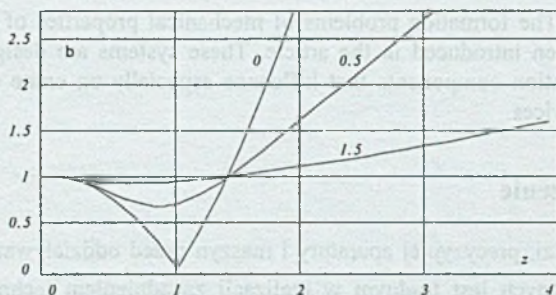
1. Wprowadzenie

Ochrona ludzi, precyzyjnej aparatury i maszyn przed oddziaływaniem wolnozmiennych drgań mechanicznych jest trudnym w realizacji zagadnieniem technicznym. Mechaniczne własności wielu transportowych i budowlanych maszyn roboczych oraz maszyn górnictwa odkrywkowego, sposób obsługi i towarzyszące ich działaniu obciążenia są podstawowymi czynnikami wzbudzenia wolnozmiennych drgań mechanicznych przekazywanych do środowiska oraz działających na ludzi [15], znajdujących się w strefie roboczej lub w kabinie operatora. Takie drgania skutecznie można izolować aktywnymi układami wibroizolacji lub pasywnymi, należącymi do grupy wibroizolatorów kwazizerowej sztywności [1,3,4,6,11,12].

Skuteczność pasywnego układu wibroizolacji przemieszczeń dyskretnego obiektu o jednym stopniu swobody, opisana liczbą β , zależy od wartości bezwymiarowego współczynnika tłumienia ρ , równego stosunkowi współczynnika tłumienia wiskotycznego lub jemu ekwiwalentnego [5, 9] do wartości współczynnika tłumienia krytycznego oraz od liczby rozstrojenia z – częstości (lub częstotliwości), definiowanej jako stosunek izolowanej składowej widma częstości ω przekazywanych drgań, do ω_n , naturalnej częstości nietłumionych drgań własnych izolowanego obiektu. Tłumienie zmniejsza skuteczność izolacji drgań, lecz ogranicza negatywne skutki działania posadowienia na wibroizolatorach podczas zmiany częstości wymuszenia drgań wskutek włączania lub wyłączania napędu źródeł drgań. Dla przyjętych oznaczeń skuteczność wibroizolacji opisać można następującą zależnością [5, 9]:

$$\beta = \sqrt{\frac{1 + (2\rho z)^2}{(1 - z^2)^2 + (2\rho z)^2}} \quad (1)$$

Niezależnie od wartości liczby ρ skuteczność wibroizolacji β definiowana jako stosunek wartości izolowanej składowej widma, np. przemieszczenia drgań, do wartości przemieszczenia drgań obiektu jest większa od 1 dla liczby rozstrojenia $z > \sqrt{2}$. Na rysunku 1 pokazano wykres skuteczności wibroizolacji dla liczb tłumienia ρ odpowiednio równych 0; 0,5; 1,5. Efektywny układ wibroizolacji powinien charakteryzować się odpowiednio małą sztywnością w otoczeniu punktu równowagi statycznej dla obciążenia układu siłą ciężkości osadzonego na nim obiektu.



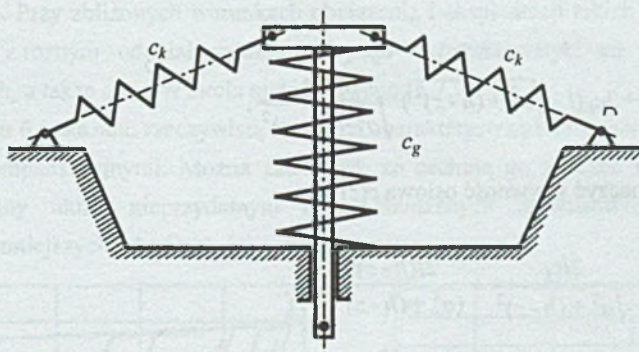
Rys. 1. Skuteczność wibroizolacji w funkcji liczby rozstrojenia częstości
Fig. 1. Insulation efficiency versus frequency ratio

Wynika to z faktu, że $\beta > 1$, gdy $\omega_n < \frac{\omega}{\sqrt{2}}$. Nie jest to w większości przypadków praktycznie możliwe dla powszechnie wytwarzanych łączników sprężystych ze względu na nieodłącznie związaną z tym dużą wartość ugięcia statycznego takiego wibroizolatora.

W celu ograniczenia przekazywania wolnozmiennych oddziaływań mechanicznych: przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia drgań, wykonywane są specjalne układy, tzw. wibroizolatory kwazierowej („zerowej”) sztywności bądź stosuje się układy wibroizolacji aktywnej, które są znacznie kosztowniejsze i wymagają dodatkowego źródła energii [2, 10].

2. Własności wibroizolatorów kwazierowej sztywności

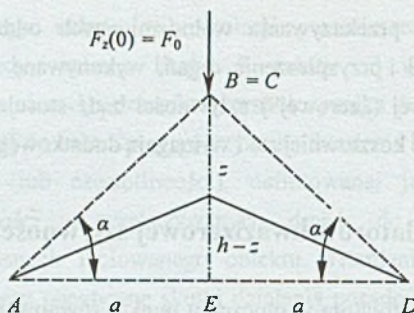
Małą sztywność wibroizolatora w otoczeniu punktu równowagi, przy dużym obciążeniu statycznym, np. pochodzącym od ciężaru własnego obiektu, pozwala uzyskać prawidłowo zaprojektowany układ przedstawiony schematycznie na rys.2. Tego typu zespół nazywany jest układem wibroizolacji, gdyż tworzy go mechanizm z więzami podatnymi.



Rys. 2. Układ wibroizolacji z pionową sprężyną główną i bocznymi sprężynami kompensacyjnymi
Fig. 2. Vibroisolation system with main vertical spring and inclined springs

Statyczna charakterystyka siłowa takiego układu wibroizolacji może być wyznaczona, jeśli dane są jego cechy geometryczne i obciążenia sprężyn w konfiguracji wyjściowej. Na rysunku 3 pokazano schematycznie model rozpatrywanego układu w postaci jego charakterystycznych punktów, na którym oznaczono:

- $BE = h$ – położenie punktu przyłożenia wstępnego osiowego obciążenia sprężyny głównej $F_z = F_0$ ($z = 0$), odpowiadające początkowi obciążania sprężyn kompensacyjnych,
- AB, BC – osie nieobciążonych sprężyn kompensacyjnych,
- $AB = BC = l$,
- BE – odcinek pokrywa się z osią sprężyny głównej.



Rys. 3. Główne punkty układu wibroizolacji
Fig. 3. Main points of vibroisolation system

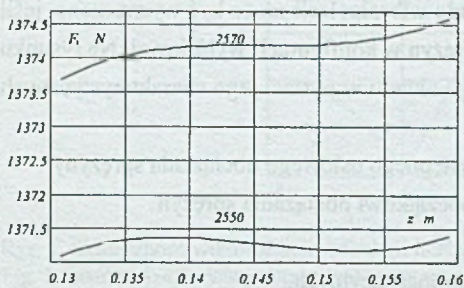
Przyjmując oznaczenia jak na rys. 1 i 2, osiąwą statyczną charakterystykę układu wibroizolacji, bez uwzględnienia oporu sił tarcia w parach kinematycznych, opisać można zależnością [3]:

$$F(z) = F_0 + c_g z + 2c_k(l - \sqrt{a^2 + (h-z)^2}) \frac{h-z}{\sqrt{a^2 + (h-z)^2}}, \quad (2)$$

a następnie wyznaczyć sztywność osiową $c(z)$

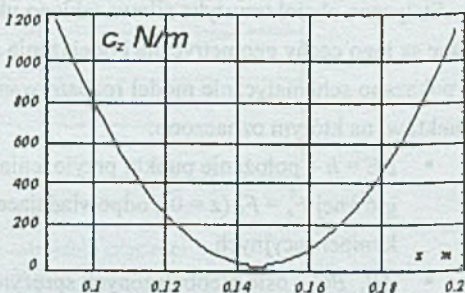
$$c(z) = c_g + 2c_k \frac{2lc_k}{\sqrt{a^2 + (h-z)^2}} + \frac{2l(h-z)^2 c_k}{(a^2 + (h-z)^2)^{3/2}}. \quad (3)$$

Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono teoretyczne charakterystyki statyczne, wyznaczone dla następujących danych: $c_g = 2570 \text{ Nm}^{-1}$, $c_k = 20000 \text{ Nm}^{-1}$, $F_0 = 1000 \text{ N}$, $a = 0,4 \text{ m}$, $l = 0,4257 \text{ m}$, $h = 0,1456 \text{ m}$.



Rys. 4. Statyczna charakterystyka wibroizolatora dla: $c_g = 2570 \text{ Nm}^{-1}$ – górna, $c_g = 2550 \text{ Nm}^{-1}$ – dolna

Fig. 4. Static characteristic of the vibration isolator for: $c_g = 2570 \text{ Nm}^{-1}$ – upper, $c_g = 2550 \text{ Nm}^{-1}$ – lower



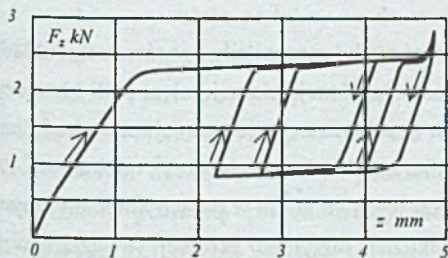
Rys. 5. Statyczna sztywność dla $c_g = 2570 \text{ Nm}^{-1}$
Fig. 5. Static stiffness for $c_g = 2570 \text{ Nm}^{-1}$

Jak można zauważyć, otrzymane teoretyczne charakterystyki nie mają zerowej sztywności w uwidocznionym na rys. 4 zakresie działania wibroizolatora, lecz tylko w jednym jego punkcie, w którego otoczeniu osiowa siła jest prawie stała, natomiast sztywność bliska zeru – dlatego układy wibroizolacji o podobnych charakterystykach noszą nazwę układów kwazierowej sztywności.

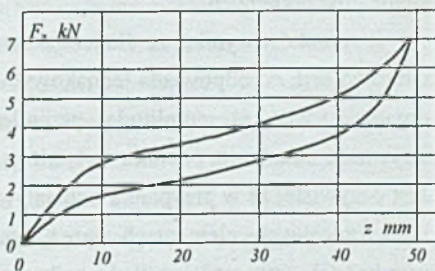
Charakterystyki tego typu układów kształtuje się przez zmianę geometrycznych i materiałowych cech konstrukcyjnych, właściwych każdemu wariantowi układu.

Sprężyny kompensacyjne są sprężynami kształtującymi charakterystykę sprężyny głównej. W przedmiotowej literaturze można zapoznać się z opisami wielu interesujących rozwiązań technicznych, których statyczne teoretyczne charakterystyki odpowiadają charakterystykom kwazierowej sztywności [2,5]. Należy jednak w tym miejscu stwierdzić, że skuteczność ich działania jest ograniczona różnymi czynnikami. Wynika to z faktu, że w otoczeniu punktu statycznej równowagi układy mają nieliniowe histerezyowe charakterystyki. Przy zbliżonych warunkach obciążenia i eksploatacji takich układów ma się do czynienia z różnym oddziaływaniem na postać charakterystyki sił tarcia w parach kinematycznych, a także oporów tarcia materiałowego [6,7,9].

Na rysunku 6 pokazano rzeczywistą statyczną charakterystykę wibroizolatora z bocznymi sprężynami kompensacyjnymi. Można zauważyć, że cechują go znaczne opory ruchu, co czyni wykonany układ nieprzydatnym dla wzbudzanych drganiami sił bezładności o wartościach mniejszych od odległości gałęzi histerezy.



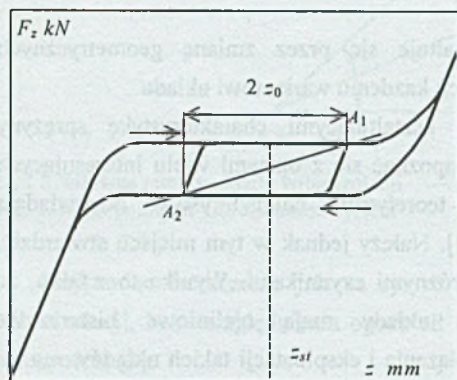
Rys. 6. Pętla histerezy wibroizolatora
Fig. 6. Hysteresis loops of the vibration isolator



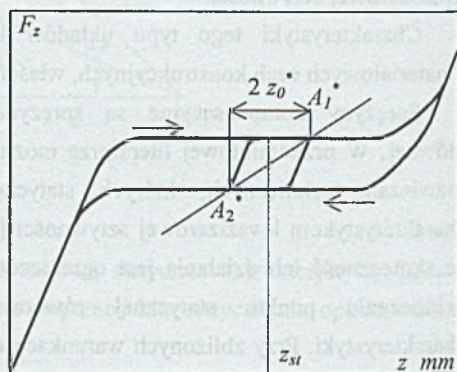
Rys. 7. Histereza układu o sztywności $c_z > 0$
Fig. 7. Insulator hysteresis for $c_z > 0$

Im jest większa odległość górnej i dolnej gałęzi (wysokość) pętli histerezy w odniesieniu do wartości obciążenia statycznego układu, tym skuteczność izolowania chronionego obiektu od wolnozmiennych składowych drgań jest mniejsza, nawet w przypadku liniowości górnej i dolnej gałęzi histerezy charakterystyki wibroizolatora w otoczeniu punktu równowagi statycznej [6,8,14].

Na rysunku 8 i 9 pokazane są dwa różne przypadki izolacji drgań za pomocą tego samego układu wibroizolacji. W pierwszym, rys. 8, amplituda przemieszczenia drgań jest znacznie większa niż w drugim, rys. 9. Odpowiadają im zatem różne lokalne pętle histerezy [4].



Rys. 8. Wpływ dużej amplitudy z na sztywność
Fig. 8. Influence of the great magnitude z on the stiffness



Rys. 9. Wpływ małej amplitudy z na sztywność
Fig. 9. Influence of the little magnitude z on the stiffness

Odległość górnej i dolnej gałęzi pętli histerezy odpowiada wartości zredukowanej na kierunek ugięcia układu wibroizolacji siły tarcia par kinematycznych i tarcia wewnętrznego elementów podatnych.

Z rysunków wynika, że dla jednakowej wartości zredukowanej siły oporów ruchu układu wibroizolacji, co odpowiada jednakowym odległościom górnej i dolnej gałęzi pętli histerezy, drgania z większą amplitudą przemieszczenia z_0 charakteryzuje mniejsza uśredniona sztywność układu, na odcinku A_2A_1 , niż w przypadku amplitudy mniejszej z_0^* , odcinek $A_2^*A_1^*$. Jest oczywiste, że w przypadku oddziaływań niezerowych sił tarcia w parach kinematycznych i odkształcalnych elementach sprężystych nie można otrzymać zerowej (kwazierowej) uśrednionej sztywności układu wibroizolacji, której miarą jest kąt nachylenia odcinka aproksymującego do osi z .

Na zamieszczonych rysunkach strzałkami oznaczono kierunek przemieszczania się punktu, którego chwilowe położenie zależy od wartości siły ciężkości obiektu przypadającego na jeden wibroizolator oraz od amplitudy przemieszczenia izolowanej składowej widma drgań.

3. Wibroizolator z drążkiem skrętnym

Projektowanie skutecznego pasywnego układu wibroizolacji kwazierowej sztywności wymaga uwzględnienia faktu okresowych zmian wartości statycznego obciążenia, co może

być np. związane z różną masą osób obsługujących maszynę roboczą ze stanowiska sterowniczego, kabiny operatora posadowionej na maszynie roboczej, jak ma to miejsce w przypadku dźwignic, maszyn budowlanych i drogowych oraz pojazdów kołowych i gaśnicowych lub innymi czynnikami. Z tego względu każdy układ wibroizolacji wykonywany jest z charakterystyką, której odpowiada sztywność nieco większa od zera. Wartość tej sztywności zależy od zakresu założonych dopuszczalnych zmian obciążenia statycznego kabiny operatora lub stanowiska sterowania maszyną oraz od wartości najwolniejszej składowej widma wymuszenia drgań, której amplitudę należy skutecznie ograniczyć.

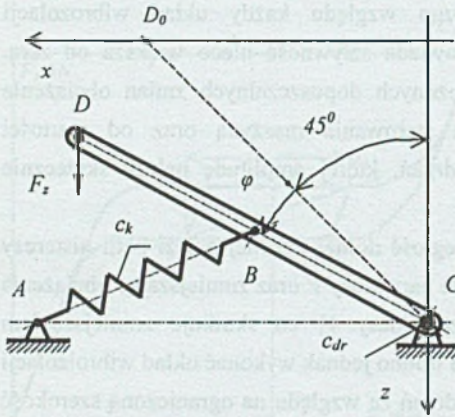
Wykazano [4,12], że można ograniczyć odległość dolnej i górnej gałęzi pętli histerezy eliminując kinematyczne pary klasy IV , postępowe pary klasy V oraz zmniejszając obciążenia przenoszone przez obrotowe pary kinematyczne klasy V , co skutkuje zmniejszeniem oddziaływania sił tarcia. Dla tego typu ograniczeń trudno jednak wykonać układ wibroizolacji skuteczny dla dużych wartości przemieszczenia drgań ze względu na ograniczoną szerokość strefy kwazierowej sztywności. Analityczne badania cech konstrukcyjnych koncepcji struktur układów wibroizolacji, które mogą mieć małą sztywność, w znacznym zakresie ugięcia doprowadziły do wyboru układu niskoczęstotliwościowego izolatora drgań, w którym zamiast sprężyny głównej (nośnej) zastosowany jest drążek skrętny.

Przyjęto, że wibroizolator powinien izolować drgania pionowe lub pionowe i poziome dla wybranego przez konstruktora kierunku. W drugim przypadku ruch na jednym z kierunków wywołuje podobny co do wartości przemieszczenia ruch na kierunku drugim. Aby ten warunek mógł być spełniony, ramię dźwigni dwuramiennej, na końcu której podwieszany jest izolowany obiekt, musi w położeniu równowagi statycznej tworzyć z kierunkiem pionowym \approx kąt 45° . Można skonstruować dwa warianty takiego wibroizolatora. W pierwszym dźwignia zajmuje położenie górne, natomiast w drugim dolne względem płaszczyzny poziomej przechodzącej przez osie drążka skrętnego i łożyska sprężyny kompensacyjnej. Można wykonać również wibroizolator z dźwignią jednoramienną.

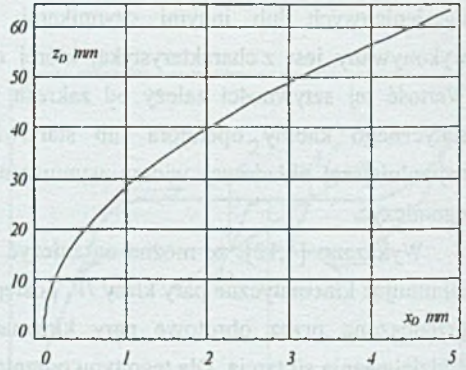
Na rysunku 10 przedstawiono schemat wariantu wibroizolatora, z dźwignią jednoramienną BCD , na której w punkcie D zawieszany jest izolowany od drgań obiekt. Drążek ma sztywność na skręcanie c_{dr} , natomiast sztywność bocznej sprężyny kompensacyjnej oznaczono symbolem c_k . W układzie izolacji drgań pionowych położenie dźwigni winno być poziome. Na rysunku 11 pokazano wzajemną zależność przemieszczenia poziomego i pionowego punktu D dźwigni jednoramiennej o długości $CD = 400 \text{ mm}$, z której wynika, że izolowanie pionowych drgań obiektu zawieszzonego w punkcie D powoduje, jak widać z rysunku, jego niewielkie przemieszczenie poziome.

Z zamieszczonego rysunku wynika, że obroty dźwigni, wibroizolatora względem położenia równowagi statycznej, w której punkty A, B, C znajdują się na poziomej prostej,

izolowanie pionowych przemieszczeń drgań o amplitudzie ok. 60 mm wywołuje poziomy ruch obiektu, nie przekraczający 4,5 mm.



Rys. 10. Schemat wibroizolatora z poziomą dźwignią
 Fig. 10. Diagram of the insulator with horizontal lever



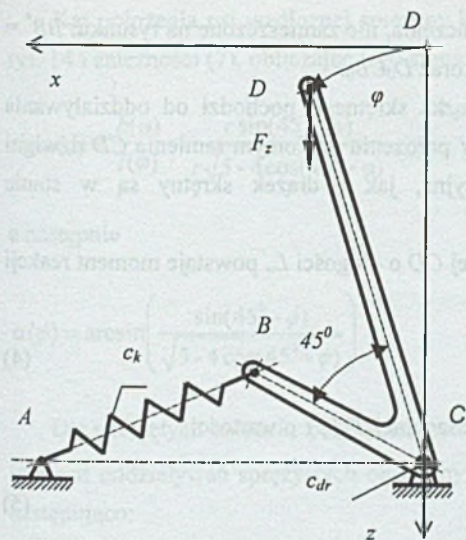
Rys. 11. Współzależność współrzędnych x_D oraz z_D przemieszczenia punktu D
 Fig. 11. Correlation of the x_D and z_D coordinates of the point D displacement

Na rysunku 10 przerywaną linią zaznaczono położenie dźwigni, dla którego sprężyna kompensacyjna jest w stanie nieobciążonym. Przy obciążeniu nominalnym $F_{z\text{nom}}$ dźwignia DBC zajmuje położenie poziome. W analizowanych w pracy wibroizolatorach w obliczeniach przyjęto, że długość odcinka CD jest dwukrotnie większa od długości odcinka BC .

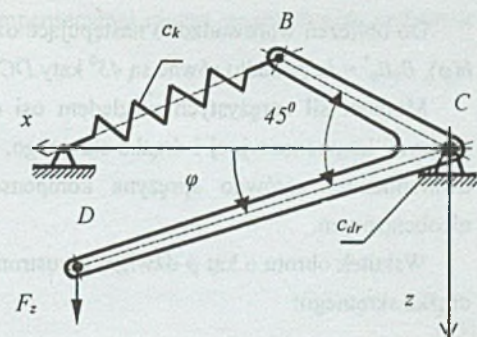
Na kolejnej ilustracji, rys. 12, pokazano wariant układu z dwuramienną dźwignią kątową, w którym ramię CD znajduje się w położeniu górnym, wariant G , a na rys. 13 wariant D , którego ramię CD przyjmuje w położeniu statycznej równowagi położenie dolne.

Ponieważ analiza wykazała [8], że w zakresie wyznaczenia momentu sprężystych oddziaływań względem osi drążka skrętnego nie zależy od postaci dźwigni, lecz tylko od konfiguracji punktów A , B , C , to do rozważań w tym zakresie można przyjąć dowolny z przedstawionych wariantów wibroizolatora.

Przykładowe badania przeprowadzono dla wariantu wibroizolatora z kątową dźwignią u dołu. Przyjęto, że kąt rozwarcia ramion dźwigni jest w obu przypadkach równy 45° . Analiza wibroizolatorów kwazierowej sztywności z bocznymi, ukośnymi sprężynami kompensacyjnymi [8] wykazała, że zerową, teoretyczną sztywność zawieszenia sprężystego można uzyskać, przy spełnieniu pewnych dodatkowych warunków konstrukcyjnych, dla poziomego położenia osi sprężyny bocznej.

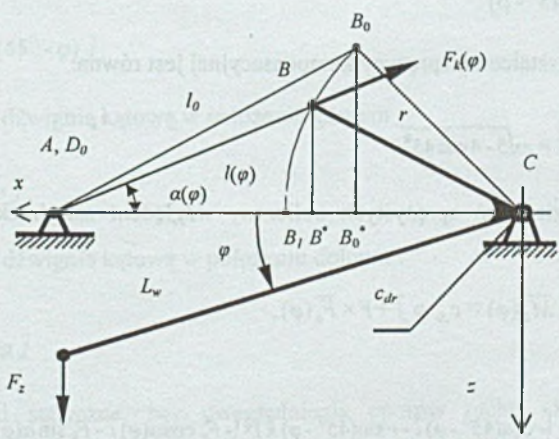


Rys. 12. Schemat wibroizolatora z dwuramienną dźwignią, wariant G
 Fig. 12. Diagram of the insulator with double-arm lever, variant G



Rys. 13. Schemat wibroizolatora z dwuramienną dźwignią, wariant D
 Fig. 13. Diagram of the insulator with double-arm lever, variant D

Na rysunku 14 zamieszczono model wibroizolatora w postaci prostego schematu, który zawiera informacje niezbędne do przeprowadzenia analizy.



Rys. 14. Geometryczny model wibroizolatora
 Fig. 14. Geometrical model of the vibroisolator

Do obliczeń wprowadzono następujące oznaczenia, nie zamieszczone na rysunku: $BB^* = h(\varphi)$, $B_0B_0^* = h_0$ ponadto równe są 45° kąty DCB oraz D_0CB_0 .

Moment sił sprężystych względem osi drążka skrętnego pochodzi od oddziaływania sprężyny kompensacyjnej i drążka skrętnego. W położeniu poziomym ramienia CD dźwigni dwuramiennej zarówno sprężyna kompensacyjna, jak i drążek skrętny są w stanie nieobciążonym.

Wskutek obrotu o kąt φ dźwigni dwustronnej CD o długości L_w powstaje moment reakcji drążka skrętnego:

$$\bar{M}_{dr}(\varphi) = c_{dr} \varphi \bar{j} \quad (4)$$

oraz wektor siły oddziaływania sprężyny kompensacyjnej $\bar{F}_k(\varphi)$ o wartości

$$F_k(\varphi) = c_k (l_0 - l(\varphi)). \quad (5)$$

Długość sprężyny kompensacyjnej w położeniu dźwigni odpowiadającym kątowi φ jest równa:

$$l(\varphi) = \sqrt{(AB^*)^2 + (h(\varphi))^2} = \sqrt{(L_w - r \cos(45^\circ - \varphi))^2 + (r \sin(45^\circ - \varphi))^2}, \quad (6)$$

a po przekształceniach i przy założeniu, że $L_w = 2r = 0,4 \text{ m}$, otrzymuje się:

$$l(\varphi) = r \sqrt{5 - 4 \cos(45^\circ - \varphi)}. \quad (7)$$

Długość l_0 nieodkształconej sprężyny kompensacyjnej jest równa:

$$l_0 = \sqrt{(h_0)^2 + (AB_0^*)^2} = r \sqrt{5 - 4 \cos 45^\circ}. \quad (8)$$

Moment oddziaływań sprężystych obliczany względem osi drążka skrętnego można wyrazić w postaci:

$$\bar{M}_{C,spr} = \bar{M}_{dr}(\varphi) + \bar{M}_k(\varphi) = c_{dr} \varphi \bar{j} + \bar{r} \times \bar{F}_k(\varphi), \quad (9)$$

gdzie

$$\bar{M}_k(\varphi) = \bar{r} \times \bar{F}_k(\varphi) = (r \cos(45^\circ - \varphi) \bar{i} - r \sin(45^\circ - \varphi) \bar{k}) \times (-F_k \cos \alpha(\varphi) \bar{i} - F_k \sin \alpha(\varphi) \bar{k}) \quad (10)$$

Po przekształceniach otrzymuje się:

$$\bar{M}_k(\varphi) = -r c_k (l_0 - l(\varphi)) \sin(\alpha(\varphi) + 45^\circ - \varphi) \bar{j} \quad (11)$$

Kąt położenia osi wzdłużnej sprężyny kompensacyjnej można wyznaczyć na podstawie rys. 14 i zależności (7), obliczając jego sinus.

$$\sin \alpha(\varphi) = \frac{h(\varphi)}{l(\varphi)} = \frac{r \sin(45^\circ - \varphi)}{r\sqrt{5 - 4 \cos(45^\circ - \varphi)}}, \quad (12)$$

a następnie

$$\alpha(\varphi) = \arcsin\left(\frac{\sin(45^\circ - \varphi)}{\sqrt{5 - 4 \cos(45^\circ - \varphi)}}\right) \quad (13)$$

Dla przyjętych założeń, z których na podstawie (8) wynika, że $l_0 = 1,4736r = 0,2947 m$, moment oddziaływań sprężystych obliczany względem osi drążka skrętnego można wyrazić następująco:

$$\bar{M}_k(\varphi) = -r c_k \left(0,2947 - r\sqrt{5 - 4 \cos(45^\circ - \varphi)}\right) \sin\left(\arcsin\left(\frac{\sin(45^\circ - \varphi)}{\sqrt{5 - 4 \cos(45^\circ - \varphi)}}\right) + 45^\circ - \varphi\right) \bar{j}. \quad (14)$$

Wektor momentu obciążenia użytecznego względem osi drążka skrętnego można obliczyć dla przedstawionych wariantów wibroizolatora na podstawie rys. 12 – 14. Wektor ten wyrażają następujące formuły:

- wibroizolator z dźwignią poziomą

$$\bar{M}_z(\varphi) = F_z L_w \cos(45^\circ - \varphi) \bar{j}, \quad (15)$$

- wibroizolator z dźwignią kątową w położeniu górnym

$$\bar{M}_z(\varphi) = F_z L_w \sin \varphi \bar{j}, \quad (16)$$

- wibroizolator z dźwignią kątową w położeniu dolnym

$$\bar{M}_z(\varphi) = F_z L_w \cos \varphi \bar{j} \quad (17)$$

Charakterystyki statyczne, bez uwzględnienia oporów ruchu układu, wyznaczono w postaci zależności siły pionowej w funkcji kąta obrotu dźwigni - $F_z(\varphi)$ i sztywności - $c_z(\varphi)$ oraz w postaci zależności siły pionowej w funkcji przemieszczenia pionowego - $F_z(z)$ i sztywności - $c_z(z)$.

Położenie pionowe punktu D , zawieszenia izolowanego od drgań obiektu, dla poszczególnych wariantów jest równe:

- wibroizolator z dźwignią poziomą

$$z = L_w \cos 45^0 - L_w \cos(45^0 + \varphi), \quad (18)$$

- wibroizolator z dźwignią kątową w położeniu górnym

$$z = L_w - L_w \cos \varphi, \quad (19)$$

- wibroizolator z dźwignią kątową w położeniu dolnym

$$z = L_w \sin \varphi. \quad (20)$$

W celu wyznaczenia charakterystyk statycznych w funkcji parametru z przekształcono równania (17) – (19) otrzymując zależności dla:

- wibroizolatora z dźwignią poziomą

$$\varphi = \arccos \frac{L_w \cos 45^0 - z}{L_w} - 45^0, \quad (21)$$

- wibroizolatora z dźwignią kątową w położeniu górnym

$$\varphi = \arccos \frac{L_w - z}{L_w}, \quad (22)$$

- wibroizolatora z dźwignią kątową w położeniu dolnym

$$\varphi = \arcsin \frac{z}{L_w}, \quad (23)$$

które pozwalają zastąpić zmienną φ w odpowiednich równaniach.

Z równania równowagi momentów

$$\overline{M}_z(\varphi) + \overline{M}_k(\varphi) = \overline{0} \quad (24)$$

otrzymuje się dla poszczególnych wibroizolatorów statyczne charakterystyki w funkcji kąta φ skręcenia drążka. Ze względu na obszerną formułę w pracy zostaną zamieszczone tylko analityczne charakterystyki dla wibroizolatora z dźwignią poziomą. I tak w funkcji kąta φ otrzymano:

$$F_z(\varphi) = \frac{c_{dr}}{L_w \sin(45^0 + \varphi)} + \frac{r c_k \left(0,2947 - r \sqrt{5 - 4 \cos(45^0 - \varphi)} \right)}{L_w \cos(45^0 - \varphi)} \times$$

$$\times \sin(\arcsin(\frac{\sin(45^\circ - \varphi)}{\sqrt{5 - 4 \cos(45^\circ - \varphi)}}) + 45^\circ - \varphi), \quad (25)$$

natomiast w funkcji pionowej współrzędnej z punktu D , do którego instaluje się izolowany obiekt:

$$F_z(z) = \frac{c_{dr}(\arccos(\frac{L_w \cos 45^\circ - z}{L_w}) - 45^\circ)}{L_w \sin(\arccos(\frac{L_w \cos 45^\circ - z}{L_w}))} +$$

$$+ \frac{r c_k 0,2947 - r \sqrt{5 - 4 \cos(90^\circ - \arccos(\frac{L_w \cos 45^\circ - z}{L_w}))}}{L_w \sin(\arccos(\frac{L_w \cos 45^\circ - z}{L_w}))} \times$$

$$\times \sin(\arcsin(\frac{\sin(90^\circ - \arccos(\frac{L_w \cos 45^\circ - z}{L_w}))}{\sqrt{5 - 4 \cos(90^\circ - \arccos(\frac{L_w \cos 45^\circ - z}{L_w}))}}) + 90^\circ - \arccos(\frac{L_w \cos 45^\circ - z}{L_w})) \quad (26)$$

4. Statyczne charakterystyki wibroizolatorów

Wyjściowe równania do określenia charakterystyk w postaci siły $F_z(z)$, oraz sztywności $c_s(z)$ przy zadanych wymiarach $L_w = 2r = 0,4 \text{ m}$, dla wyznaczonych z przyjętych warunków obciążenia układu wartości sztywności drążka skrętnego i sprężyny kompensacyjnej uzyskano z formuł typu (25), której postać w tych warunkach jest następująca:

$$F_z(z) = \frac{2,5c_{dr}(\arccos(\cos 45^\circ - 2,5z) - 45^\circ)}{\sin(\arccos(\cos 45^\circ - 2,5z))} +$$

$$+ \frac{0,5c_k(0,2947 - 0,4\sqrt{1,25 - \cos(90^\circ - \arccos(\cos 45^\circ - 2,5z))})}{\sin(\arccos(\cos 45^\circ - 2,5z))} \times$$

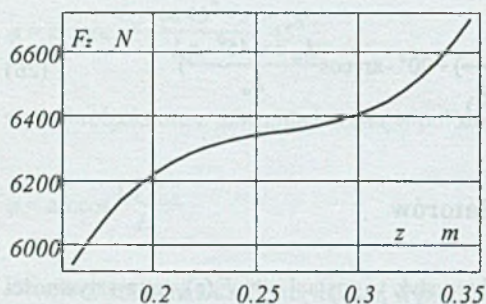
$$\times \sin(\arcsin(\frac{\sin(90^\circ - \arccos(\cos 45^\circ - 2,5z))}{2\sqrt{1,25 - \cos(90^\circ - \arccos(45^\circ - 2,5z))}}) + 90^\circ - \arccos(\cos 45^\circ - 2,5z)) \quad (27)$$

Analityczne postaci charakterystyk sztywności wyznaczano poprzez różniczkowanie formuł typu (26) za pomocą programów matematycznych. Podawanie tych formuł w niniejszym opracowaniu uznano za niecelowe w związku ze zbyt rozbudowaną zależnością, której wydruk w przyjętych warunkach redakcji pracy byłby niemożliwy.

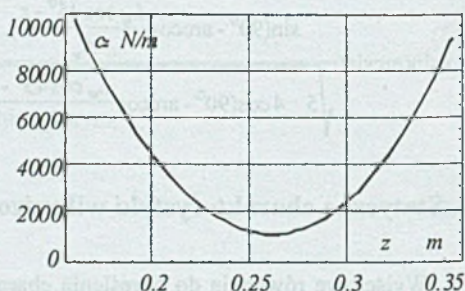
Na podstawie uzyskanych formuł wyznaczono wykresy statycznych charakterystyk układów wibroizolacji z drążkiem skrętnym dla statycznego obciążenia masą 650 kg przy założeniu, że kąt skręcenia drążka będzie zawierał się w przedziale $25^{\circ} \leq \varphi \leq 65^{\circ}$, natomiast zlinearyzowana sztywność układu umożliwi skuteczną izolację drgań już od 0,7 Hz. Dla tych założeń obliczone wartości sztywności sprężyn układu są równe [8]:

1. dla wibroizolatora z dźwignią poziomą – WP: $c_{dr} = 3247 \text{ Nm/rad}$, $c_k = 80000 \text{ Nm}^{-1}$,
2. dla wibroizolatora z dźwignią w położeniu górnym – WG: $c_{dr} = 2296 \text{ Nm/rad}$, $c_k = 14000 \text{ Nm}^{-1}$,
3. dla wibroizolatora z dźwignią w położeniu dolnym – WD: $c_{dr} = 2296 \text{ Nm/rad}$, $c_k = 100000 \text{ Nm}^{-1}$.

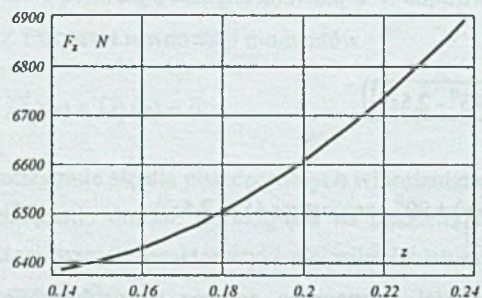
Przykładowe charakterystyki pokazano na rys. 15 – 18. Należy zwrócić uwagę, że wykresy, podobnie jak dla rys. 4 i 5, obejmują tylko otoczenie roboczej części przedziału obciążeń.



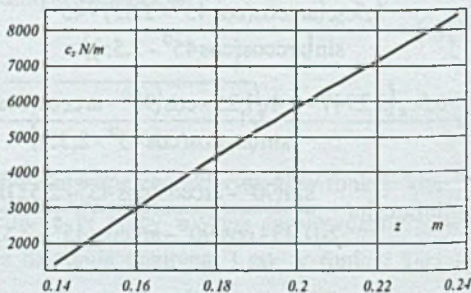
Rys. 15. Charakterystyka siły wibroizolatora WP
Fig. 15. Characteristic of the vibroisolator WP



Rys. 16. Sztywność wibroizolatora WP
Fig. 16. Stiffness of the WP vibroisolator



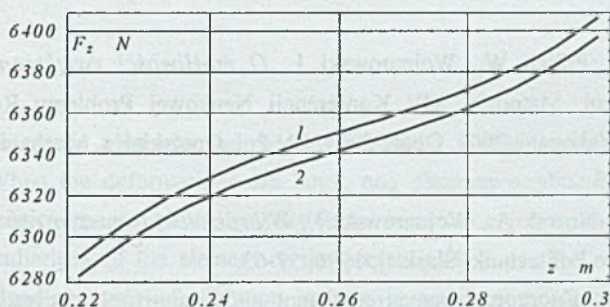
Rys. 17. Charakterystyka siły wibroizolatora WG
Fig. 17. Characteristic of the vibroisolator WG



Rys. 18. Sztywność wibroizolatora WG
Fig. 18. Stiffness of the WG vibroisolator

Na podstawie matematycznych modeli utworzonych do wyznaczenia statycznych charakterystyk osiowych wyznaczono dla przyjętych z katalogów oporów tarcia w parach kinematycznych histerezę charakterystyki, którą dla układu z dźwignią jednoramienną zamieszczono na rys. 19.

W przeprowadzonych obliczeniach założono, że pary kinematyczne stanowią łożyska wahlowe, charakteryzujące się, wg katalogu łożysk tocznych firmy SKF, najmniejszymi oporami ruchu.



Rys. 19. Histereza wibroizolatora z jednoramienną dźwignią
Fig. 19. Hysteresis loop of vibration isolator with horizontal lever

5. Statyczne charakterystyki wibroizolatorów

Można uzyskać układy wibroizolacji skuteczne w izolacji drgań poniżej 1 Hz, co wymaga przejścia między gałęziami histerezy. Podczas drgań przejście z między górną i dolną gałęzią pętli histerezy jest możliwe tylko przy powstaniu, wywołanych przyspieszeniem drgań, sił bezwładności większych od zredukowanej siły oporu układu wibroizolacji T_z , której odpowiada pionowa odległość gałęzi histerezy. W przeciwnym przypadku wibroizolowany obiekt jak i drgająca maszyna poruszają się wspólnie, nie wykonując względem siebie ruchu. Ponieważ siła bezwładności zależy od amplitudy drgań z oraz częstotliwości f , to w granicznym przypadku masowa siła bezwładności $P_m = T_z$, natomiast amplituda z_T równa jest:

$$z_T = \frac{T_z}{G} g \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{f^2}, \text{ m}, \quad (28)$$

gdzie G – statyczne obciążenie wibroizolatora.

Dla wibroizolatora z histerezą pokazaną na ostatnim rysunku, przy częstotliwości ok. 0,5 Hz, wartość amplitudy izolowanych drgań jest rzędu 1 mm.

Literatura

1. Balandin D. V., Bolotnik N. N., Pilkey W. D., *Optimal Protection From Impact, Shock and Vibration*, Gordon and Breach Science Publishers Amsterdam 2001.
2. Chironis N. P. (red.), *Mechanisms, Linkages, and Mechanical Controls*. London, McGraw-Hill, 1965, 214-215.
3. Kaliński W., Wojnarowski J., *Układy wibroizolacji kwazizerowej sztywności*, Materiały Konferencyjne XV Konferencji TMM, Białystok, Wyd. Politechniki Białostockiej, 1996, 339-346.
4. Kaliński W., Pillich W., Wojnarowski J., *O możliwości zwiększenia skuteczności izolacji drgań*, Materiały XIV Konferencji Naukowej Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych, Zakopane 2001, Opole 2001, ZN Pol. Opolskiej, s. Mechanika, nr 265/2001, z. 64, 177-183.
5. Kaliński W., Nowak A., Wojnarowski J., *Wibroizolacja maszyn roboczych*. Gliwice, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 1996, 57-65.
6. Калинин В., Гистерезис характеристики виброзащитной системы квазиулевого жесткости с торсионным валом. Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Между-народный сборник научных трудов: вып. 25, ДОНГту, Донецк 2000, с. 153 – 157.
7. Kaliński W., P. Pillich W., Wojnarowski J., *Teoretyczne własności wibroizolatora z drążkiem skrętnym. Wybrane Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych, Hutniczych i ceramicznych*, Kraków, Monografie Akademii Górniczo-Hutniczej, Problemy Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, nr 6, 2002, 131-138.
8. Kaliński W., *Wibroizolator z drążkiem skrętnym*, Maszyny Dźwigowo – Transportowe, kwartalnik naukowo – techniczny, OBRDiUT Detrans, nr 3 – 4, s. 30 – 39, Bytom 2003.
9. Kaźmierczak J., Świder J. (red.), *Wspomaganie konstruowania układów redukcji drgań i hałasu maszyn. Wspomaganie komputerowe. Wspomaganie komputerowe CAD/CAM*. Warszawa, WN-T, 2001, 56-60, 95-100.
10. Kauderer H.: *Nichtlineare Mechanik*, Springer-Verlag, Berlin 1958.
11. Kolovsky M. *Zm Nonlinear Dynamics of Active and Passive Systems of Vibration Protection*. Springer-Verlag, Berlin 1999.
12. Wojnarowski J. (red.), *Opracowanie układów wibroizolacji kabin operatorów maszyn roboczych ciężkich*, Warszawa, Prace naukowe CPBP 02.05, Rozwój podstaw budowy, eksploatacji i badań maszyn roboczych ciężkich, w tym budowlanych, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, 1990, 45-98.
13. Войнаровски Ю., Калинин В., Экспериментальные исследования явлений гистерезиса в амортизаторах. Прогрессивные технологии и системы

машиностроения. Между-народный сборник научных трудов: вып. 11, ДОНГту, Донецк 2000, с. 134 – 138.

14. Войнаровский Й., Калиински В., Пиллих В., Особенности характеристик виброзащитной системы квазиулеевой жесткости с торсионным валом. W: Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Донецк, Международный сборник научных трудов ДонГТУ, Выпуск 16, 2001, 91 – 95.
15. PN-91/N-01354, Drgania. Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań o oddziaływaniu ogólnym na organizm człowieka i metody oceny narażenia.

Abstract

The passive elastic elements can be considered as being linear only under small deformations. When the deformations are large, one observes nonlinearity of the overall elastic characteristics caused either by friction in connecting joints, material properties, constructive peculiarities of the element or the presence of stops. The energy loss in one loading and unloading cycle of vibration isolator is equal to the area enclosed by the hysteresis loop. In this work reasons of limited efficiency of passive vibroisolation are discussed. A vibroisolator which is efficient in the lower range of frequencies is proposed. Static characteristics of the vibration isolation linkages with inclined springs are presented.