ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995

Seria: MECHANIKA z. 122 Nr kol. 1267

Tariq AL AZAB, Jerzy MARYNIAK
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska

MODELOWANIE I SYMULACJA NUMERYCZNA STEROWANEJ AUTOMATYCZNIE RAKIETY NAPROWADZAJĄCEJ SIĘ NA MANEWRUJĄCY CEL

Streszczenie. W pracy przedstawiono model matematyczny otrzymany z równań Boltzmanna-Hamela dla układów o więzach nieholonomicznych. Prawa sterowania w kanałach pochylania i odchylania potraktowane są jako więzy nieholonomiczne. Przykładową symulację przeprowadzono dla rakiety klasy „Sidewinder", odpalanej z samolotu w kierunku manewrującego celu. Uzyskano bardzo dobre wyniki symulacji - rakieta osiąga cel przy różnych warunkach początkowych startu.

MODELLING AND NUMERICAL SIMULATION OF A MISSILE GUIDED INTO THE MANOEUVERING TARGET

Summary. A mathematical model derived from the Boltzman-Hamel equations for the system with non-holonomic constraints has been presented in the paper. Guidance laws operating in yawing and pitching channels, respectively, have ben assumed to create the non-holonomic constraints. The exemplary simulation was carried out using the model of "Sidewinder" missile fired from the plane into a maneuvering target. Very promising reliable results of simulation have been obtained since the missile kept reaching the target despite of the form of initial take-off conditions.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И НУМЕРИЧЕСКАЯ СИМУЛЯЦИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ АВТОМАТИЧЕСКИ РАКЕТЫ НОВОДЯЩУЮСЯ НА МАНЕВРЕННЫЙ ЦЕЛЬ

Резюме. В работе представлено математическую модель полученную с уравнений Больтзманна-Хамельа для соеднений о нехолономичных узлах. Пример симуляции проведено для ракеты "Sidwinder" выпускаемой в направленный цель. Получено хорошие результаты симуляции для начальных условей старта.

1. WSTĘP

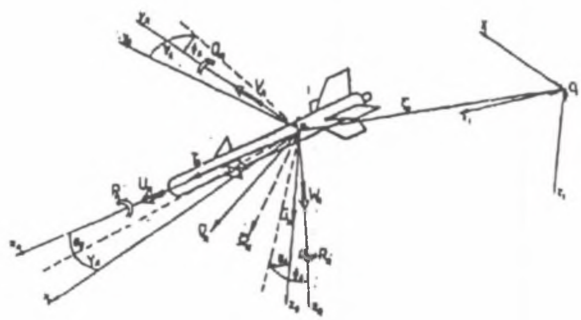
W pracy przyjęto model fizyczny następującej postaci:
- rakieta traktowana jest jako układ mechaniczny, sztywny, o sześciu stopniach swobody,
- przyjęto, że nie występują żadne ruchy mas powietrza względem Ziemi,
- pominięto wpływ krzywizny Ziemi,
- rakieta jest traktowana jako obiekt sterowany.

2. PRZYJĘTE UKŁADY ODNIESIENIA

Ruch rakiety jest opisany za pomocą współrzędnych i czasu w przestrzeni zdarzeń, w której położenie rakiety jest jednoznacznie wyznaczone wyłącznie współrzędnymi kątowymi i liniowymi (jest to przestrzeń konfiguracji).

Do opisu dynamiki obiektu ruchomego, jakim jest rakieta, niezbędne są następujące układy odniesienia:
- nieruchomy układ grawitacyjny związany z Ziemią $0_1x_1y_1z_1$ (rys.1),
- układ grawitacyjny $0_gx_gy_gz_g$ związany z poruszającą się rakietą, zawsze równoległy do układu nieruchomego $0_1x_1y_1z_1$ (rys.1),
- układ 0xyz związany sztywno z poruszającą się rakietą, posiadający początek w punkcie rys.1, którego oś 0x jest równoległa do średniej cięciwy aerodynamicznej,
- układ prędkościowy $0_ax_ay_az_a$ związany z kierunkiem przepływu ośrodka omywającego rakietę, oś $0x_a$ posiada kierunek prędkości opływu a zwrot przeciwny.

Wszystkie podstawowe układy odniesienia stosowane przy opisie matematycznym są układami prawoskrętnymi.



Rys.1. Przyjęte układy odniesienia, współrzędne oraz prędkości liniowe i kątowe
Fig. 1. Assumed reference systems, coordinates, linear and angular velocities

Składowe wektorów chwilowej prędkości liniowej $\bar{V}_0$ i kątowej $\bar{\Omega}$ w układzie odniesienia 0xyz związanym z rakietą (rys.1) są następujące:
- wektor chwilowej prędkości liniowej $\bar{V}_0$:

$$\bar{V}_0 = U\bar{i} + V\bar{j} + W\bar{k}\,, \tag{1}$$

gdzie:

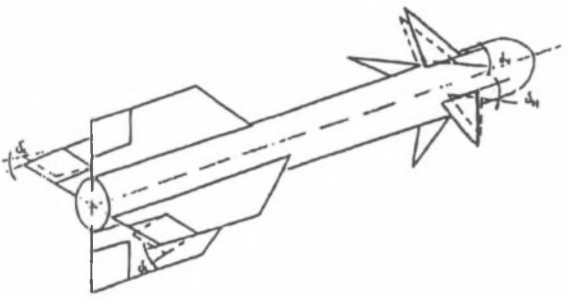
U - prędkość podłużna,
V - prędkość boczna,
W - prędkość pionowa,

- wektor chwilowej prędkości kątowej:

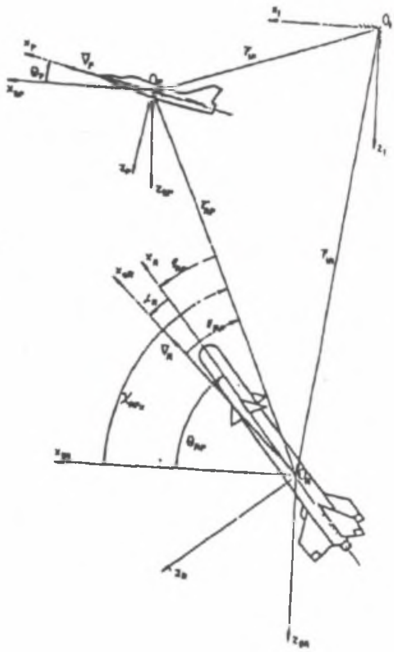
$$\bar{\Omega} = P\bar{i} + Q\bar{j} + R\bar{k}, \tag{2}$$

gdzie:

P - prędkość kątowa przechylania,
Q - prędkość kątowa pochylania,
R - prędkość kątowa odchylania.



Rys.2. Wychylenia sterów wysokości, kierunku i lotek
Fig. 2. Elevator rudder and aileron displacaments



Rys.3. Naprowadzanie rakiety na cel
Fig. 3. Aiming of the rocket at a target

3. PRAWA STEROWANIA

Rakieta jest automatycznie sterowana przez autopilota, który jest zamontowany w głowicy rakiety. Sterowanie automatyczne odbywa się w dwóch kanałach (rys.2):

- pochylania Θ -przez wychylenie steru wysokości δ_H,
- odchylania Ψ -przez wychylenie steru kierunku δ_V,

zaś w kanale przechylania Φ stabilizacja zapewniona jest dzięki wychylaniu samoczynnym girolotek δ_L.

Prawa sterowania w postaci ogólnej [1,2,3,5,6]:

- w kanale pochylania Θ (rys.2):

$$T_1\dot{\delta}_H + T_H\delta_H = K_\Theta^H(\Theta-\Theta_z)+K_q^H(Q-Q_z)+K_w^H(W-W_z) + K_x^H(x_g-x_{gz})+K_z^H(z_g-z_{gz})+K_u^H(U-U_z)+\delta_{H0}, \tag{3}$$

- w kanale odchylania Ψ:

$$T_1\dot{\delta}_V + T_V\delta_V = K_\psi^V(\Psi-\Psi_z)+K_r^V(R-R_z)+ +K_w^V(W-W_z)+K_y^V(y_g-y_{gz})+K_v^V(V-V_z)+\delta_{V0}, \tag{4}$$

gdzie :

T_1, T_2, T_H, T_V - stałe czasowe,

$\left.\begin{array}{l} K_\Theta^H, K_q^H, K_w^H, K_x^H, K_z^H, K_u^H \\ K_w^V, K_y^V, K_v^V, K_\psi^V, K_r^V \end{array}\right\}$ - współczynniki wzmocnienia.

4. OGÓLNE RÓWNANIA RUCHU RAKIETY STEROWANEJ WYPROWADZONE PRZY ZASTOSOWANIU RÓWNAŃ BOLTZMANNA-HAMELA DLA UKŁADÓW MECHANICZNYCH O WIĘZACH NIEHOLONOMICZNYCH

Stosując równania Boltzmanna-Hamela dla układów mechanicznych o więzach nieholonomicznych w postaci [2,3,5,6]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \omega_\mu} - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_\mu} + \sum_{r=1}^{k}\sum_{\alpha=1}^{k}\gamma_{\mu\alpha}^r \frac{\partial T^*}{\partial \omega_r}\omega_\alpha = Q_\mu^*, \tag{5}$$

gdzie:

$\alpha, \mu, r = 1, 2, \ldots k,$ k - liczba stopni swobody,

ω_μ - quasi-prędkości,

T^* - energia kinetyczna w quasi-prędkościach,

π_μ - quasi-współrzędne,

Q^*_μ - siły uogólnione,

$\gamma^r_{\alpha\mu}$ - trójwskaźnikowe mnożniki Boltzmanna określone następującą zależnością:

$$\gamma_{\alpha\mu}^r = \sum_{\delta=1}^{k}\sum_{\lambda=1}^{k}\left(\frac{\partial a_{r\delta}}{\partial q_\lambda} - \frac{\partial a_{r\lambda}}{\partial q_\delta}\right)b_{\delta\mu}b_{\lambda\alpha}. \tag{6}$$

Po przekształceniu równania (5) i obliczeniu $\gamma^r_{\alpha\mu}$ trójwskaźnikowych mnożników Boltzmanna oraz [2,3] i wyznaczeniu równań prawostronnych otrzymamy układ równań w postaci ogólnej w następującej formie [1,2,3,5,6]:

- równanie ruchów podłużnych

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial U}\right) - \left(\frac{\partial T^*}{\partial x_g}a_{11} + \frac{\partial T^*}{\partial y_g}a_{12} + \frac{\partial T^*}{\partial z_g}a_{13} + \frac{\partial T^*}{\partial \delta_H}\frac{k_u^H}{T_1}\right) - \frac{\partial T^*}{\partial V}R + \frac{\partial T^*}{\partial W}Q + \\ &+\left(-k_x^H a_{11} - k_z^H a_{13} + \frac{k_u^H}{T_1} + k_w^H Q\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_7} + \left(k_w^V Q - k_v^V R + k_y^V a_{12}\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_8} = \\ &-mg\sin\Theta + T - \frac{1}{2}\rho S V_0^2\left(C_x\cos\beta\cos\alpha + C_y\sin\beta\cos\alpha - C_z\sin\alpha\right), \end{aligned} \tag{7}$$

- równanie ruchów bocznych

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial V}\right)-\left(\frac{\partial T^*}{\partial x_g}a_{21}+\frac{\partial T^*}{\partial y_g}a_{22}+\frac{\partial T^*}{\partial z_g}a_{23}+\frac{\partial T^*}{\partial \delta_V}\frac{k_v^V}{T_2}\right)+\frac{\partial T^*}{\partial U}R-\frac{\partial T^*}{\partial W}P+\\
&+\left(-k_x^H a_{21}-k_z^H a_{23}-k_w^H P+k_u^H R\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_7}+\left(-k_w^V P+\frac{k_v^V}{T_2}-k_y^V a_{22}\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_8}=\\
&mg\cos\Theta\sin\Phi+\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(C_x\sin\beta+C_y\cos\beta\right)+Y_P P+Y_R R+Y_{\delta_V}\delta_V,
\end{aligned}
\tag{8}
$$

- równanie ruchów wznoszących

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial W}\right)-\left(\frac{\partial T^*}{\partial x_g}a_{31}+\frac{\partial T^*}{\partial y_g}a_{32}+\frac{\partial T^*}{\partial z_g}a_{33}+\frac{\partial T^*}{\partial \delta_H}\frac{k_w^H}{T_1}+\frac{\partial T^*}{\partial \delta_V}\frac{k_w^V}{T_2}\right)+\frac{\partial T^*}{\partial V}P+\\
&-\frac{\partial T^*}{\partial U}Q+\left(-k_x^H a_{31}-k_z^H a_{33}+\frac{k_v^H}{T_1}-k_u^H Q+\frac{k_w^H}{T_1}\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_7}+\left(\frac{k_w^V}{T_2}+k_v^V P-k_y^V a_{32}\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_8}=\\
&mg\cos\Theta\cos\Phi-\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(C_x\cos\beta\sin\alpha+C_y\sin\beta\sin\alpha+C_z\cos\alpha\right)+Z_Q Q+Z_{\delta_H}\delta_H,
\end{aligned}
\tag{9}
$$

- równanie ruchów przechylających

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial P}\right)-\left(\frac{\partial T^*}{\partial \Phi}\right)+\frac{\partial T^*}{\partial W}V-\frac{\partial T^*}{\partial V}W+\frac{\partial T^*}{\partial R}Q-\frac{\partial T^*}{\partial Q}R+\\
&+\left(-k_q^H R+k_w^H V\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_7}+\left(-k_w^V V-k_v^V W+k_r^V Q\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_8}=\\
&\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left(-C_{mx}\cos\beta\cos\alpha-C_{my}\sin\beta\cos\alpha+C_{mz}\sin\alpha\right)+\\
&+L_P P+L_R R+L_{\delta_L}\delta_L,
\end{aligned}
\tag{10}
$$

- równanie ruchów pochylających

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial Q}\right)-\left(\frac{\partial T^*}{\partial \Phi}\sin\Phi tg\Theta+\frac{\partial T^*}{\partial \Theta}\cos\Phi+\frac{\partial T^*}{\partial \Psi}\frac{\sin\Phi}{\cos\Theta}+\frac{\partial T^*}{\partial \delta_H}\frac{k_q^H}{T_1}\right)+\frac{\partial T^*}{\partial U}W+\\
&+\frac{\partial T^*}{\partial P}R-\frac{\partial T^*}{\partial R}P-\frac{\partial T^*}{\partial W}U+\left(k_u^H W-k_w^H U-k_\theta^H\cos\Phi+\frac{k_q^H}{T_1}\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_7}+\\
&+\left(-k_w^V U-k_r^V P-k_\psi^V\frac{\sin\Phi}{\cos\Theta}\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_8}=-mgx_c\cos\Theta\cos\Phi+\\
&+\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left[x_c\left(C_x\cos\beta\sin\alpha+C_y\sin\beta\sin\alpha+C_z\cos\alpha\right)+\right.\\
&\left.+L\left(C_{mx}\sin\beta+C_{my}\cos\beta\right)\right]+M_Q Q+M_{\delta_H}\delta_H,
\end{aligned}
\tag{11}
$$

- równanie ruchów odchylających

$$
\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T^*}{\partial R}\right)-\left(\frac{\partial T^*}{\partial \Phi}\sin\Phi tg\Theta+\frac{\partial T^*}{\partial \Theta}\sin\Phi+\frac{\partial T^*}{\partial \Psi}\frac{\sin\Phi}{\cos\Theta}+\frac{\partial T^*}{\partial \delta_V}\frac{k_r^V}{T_1}\right)-\frac{\partial T^*}{\partial U}V+\\
&-\frac{\partial T^*}{\partial P}Q+\frac{\partial T^*}{\partial Q}P+\frac{\partial T^*}{\partial V}U+\left(-k_u^H V-k_v^H V+k_\theta^H\sin\Phi\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_7}+\\
&+\left(k_v^V U+\frac{k_r^V}{T_2}-k_\psi^V\frac{\sin\Phi}{\cos\Theta}\right)\frac{\partial T^*}{\partial \omega_8}=mgx_c\cos\Theta\sin\Phi+\\
&+\frac{1}{2}\rho SV_0^2\left[x_c\left(C_x\sin\beta+C_y\cos\beta\right)-L\left(C_{mx}\cos\beta\sin\alpha+C_{my}\sin\beta\cos\alpha+\right.\right.\\
&\left.\left.+C_{mz}\cos\alpha\right)\right]+N_P P+N_R R+N_{\delta_V}\delta_V.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Układ równań 7÷12 oraz równania (3), (4) stanowią ogólny model matematyczny lotu rakiety sterowanej. W układzie równań widać wyraźnie sprzężenia pochodzące od praw sterowania i od związków kinematycznych.

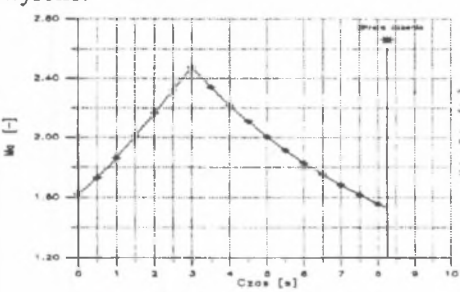
5. SYMULACJA NUMERYCZNA I WYNIKI

Program symulacji numerycznej ruchu rakiety napisano w języku Fortran dla rakiety klasy "Sidewinder". Po dobraniu współczynników wzmocnienia w prawach sterowania wykonano wiele obliczeń symulacyjnych przy różnych warunkach początkowych startu rakiety i dla rożnych ruchomych celów, w różnych konfiguracjach.

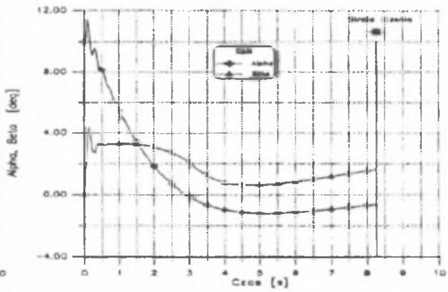
Przedstawiono wyniki symulacji numerycznej (rys. 4÷8) naprowadzania rakiety na manewrujący cel (rys.3), gdzie prędkość celu wynosi Ma = 1.4 na wysokości 4000m. Na rys.4 pokazano przebieg liczby Macha w czasie - po 3 [s] liczba Ma maleje, ponieważ rakieta klasy "Sidewinder" ma jeden silnik, którego praca trwa 3 [s].

Pokazano przebiegi kąta natarcia i ślizgu rakiety w czasie (rys. 5), a na rys.6 prędkości kątowe: pochylania Θ i odchylania Ψ oraz kąty wychylenia sterów: wysokości δ_H i kierunku δ_V w czasie.

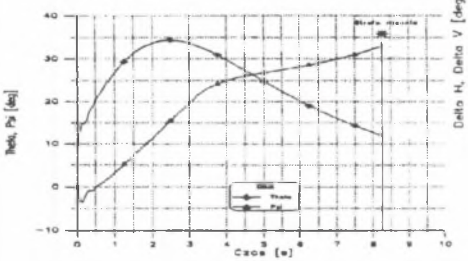
Rysunek 8 przestawia przebiegi zmian w czasie: wysokości lotu rakiety i celu, odległości rakieta-cel w osiach X, Y, Z, odległość zbliżania R_{rc} rakiety do celu i strefy rażenia.
Rakieta osiąga strefę rażenia celu w czasie 8.5 [s]. Takie wyniki symulacji oceniono bardzo wysoko.



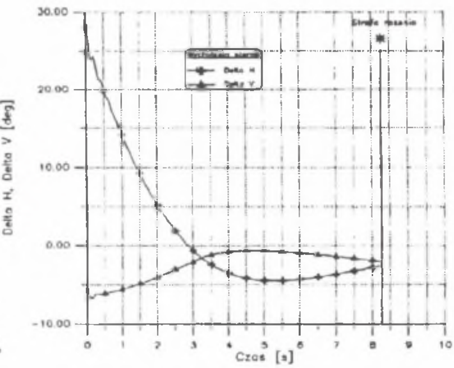
Rys. 4. Liczba Macha Ma = f(t)
Fig. 4. Maach number Ma=f(t)



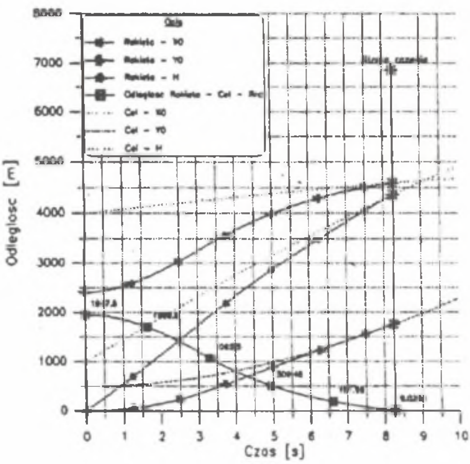
Rys. 5. Kąty natarcia i ślizgu α, β = f(t)
Fig. 5. Angle of atach and slip angle α, β = f(t)



Rys. 6. Kąt pochylenia Θ i kąt odchylenia Ψ =f(t)
Fig . 6. Angle of pitch Θ and angle yaw Ψ =f(t)



Rys. 7. Kąty wychylenia sterów wysokości i kierunku δ_H, δ_V = f(t)
Fig. 7. Elevator angle and rudder angle δ_H , δ_V = f(t)



Rys. 8. Położenia w przestrzeni rakiety i celu - R_{rc},X, Y, Z = f(t)
Fig. 8. In space position of a rocket and of a target

LITERATURA

[1] AlAzab T.: *Modelowanie i identyfikacja parametrów lotu samolotu pasażerskiego IŁ-62M z uwzględnieniem systemu automatycznego sterowania w kanale pochylenia*. Praca magisterska (promotor J. Maryniak). ITLiMS Politechnika Warszawska, 1992 (nie publikowana)

[2] AlAzab T.: *Dynamika rakiety samonaprowadzającej się na ruchomy cel z wykorzystaniem praw sterowania jako więzów nieholonomicznych*. Rozprawa doktorskiea, (promotor J. Maryniak). ITLiMS Politechnika Warszawska (nie publikowana) 1994

[3] AlAzab T., Maryniak J.: *Zastosowanie praw sterownia jako więzów nieholonomicznych w dynamice lotu samonaprowadzającej się rakiety na samolot-cel*. ML-VI. Mechanika w Lotnictwie. Warszawa 1994

[4] Głapski M.: *Możliwości i ograniczenia proporcjonalnego samonaprowadzania rakiet powietrze-powietrze*. WAT, Warszawa 1985

[5] Maryniak J.: *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*. Warszawa 1975.

[6] Maryniak J.: *Modelowanie odpalania i lotu rakiety klasy powietrze-powietrze*. V Ogólnopolska Konferencja „Mechanika w lotnictwie", 1992, ss.560÷613.

Recenzent: prof. dr hab. inż. E Świtoński

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.