ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1995

Seria: MECHANIKA z. 122 Nr kol. 1267

Franciszek DUL, Józef PIETRUCHA
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska

# ZASTOSOWANIE TEORII PASOWEJ DO MODELOWANIA DYNAMIKI JEDNOWYMIAROWYCH OBIEKTÓW CIĄGŁYCH W OPŁYWIE

Streszczenie. Przedstawiono model sprzężony drgań poprzecznych smukłej konstrukcji sprężystej wywołanych przez ścieżkę wirową Kármána. Konstrukcje te zamodelowano za pomocą modelu belkowego lub strunowego. Do wyznaczenia sił aerodynamicznych użyto modelu oscylatora wirowego typu van der Pola, który wkomponowano w model ogólny za pomocą "lotniczej" teorii pasowej. Niektóre uzyskane wyniki wymagają pogłębionej interpretacji, więc zaproponowano zastosowanie bardziej zaawansowanych modeli opływu.

# APPLICATION OF THE STRIP THEORY TO THE MODELLING OF DYNAMICS OF ONE-DIMENSIONAL CONTINUOUS SYSTEMS IN THE FLOW

Summary. The coupled model of crosswind oscillations of slender elastic structures induced by the Kármán vortex sheet is presented. A structure is modelled using either a beam or a string models. The van der Pol-type wake oscillator model is used for modelling of aerodynamic forces. The "aircraft" strip theory has been adapted for coupling the structural and aerodynamics models. Some obtained results require a deeper interpretation, thus more advanced models of flow have been proposed.

# ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ НЕСУЩЕЙ ПОЛОСЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДИНАМИКИ ОБТЕКАЕМЫХ ОДНОМЕРНЫХ СПЛОШНЫХ СИСТЕМ

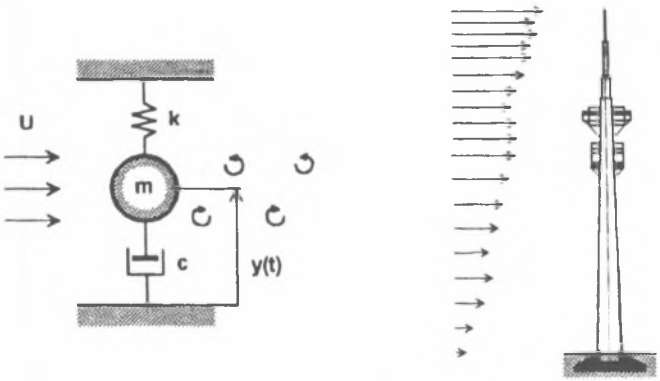
Рэзюме. Представлено сопраженную модель поперечных колебаний тонкой упругой конструкции, индуцированных вихревой дорожкой Кармана. Модель конструкци принято либо в форме балки, либо в форме струны. Аэродинамические нагрузки моделировано при помощи уравнения типа ван-дер-Поля. К соединению этих моделей использовано теорию несущей полосы. Некоторые полученные результаты требуют более глубокой интерпретации и потому предположено более усовершенствованные модели.

## 1. WSTĘP

Do najbardziej widowiskowych wydarzeń w dziejach budownictwa należy zaliczyć, niestety, katastrofę. Otóż 7 listopada 1940 r. most wiszący nad Cieśniną Takomską w stanie Waszyngton zawalił się w kilka miesięcy po oddaniu go do użytku [1]. Trzeba podkreślić, że tamtego feralnego dnia wiał umiarkowany wiatr z prędkością około 70 km/h. Tymczasem

most był liczony na prędkości znacznie większe (do 120 km/h). Przeprowadzone badania tunelowe wykazały, że winowajcą był tzw. rezonans wirowy. Okazało się przy tym, że natura zjawiska nie była nowa - już król Dawid lubował się w dźwiękach wydawanych przez harfę pod wpływem bryzy. Lecz dopiero wspomniana katastrofa nadała temu zjawisku rangę inżynierską. Mimo rozpoznania przyczyny awarie zdarzały się jednak nadal. W listopadzie r. 1965 zawaliły się trzy (spośród ośmiu) chłodnie kominowe elektrowni atomowej w Ferrybridge [2]. Zimą 1981/82 nastąpiła w Anglii awaria systemu energetycznego wywołana huśtaniem kabli przesyłowych [3]. Awarie te świadczą o tym, że poziom wiedzy w tej dziedzinie nadal nie jest zadowalający.

Istniejące modele matematyczne do wyznaczania sił indukowanych przez wiry dotyczą tylko jednorodnego walca sztywnego i nieruchomego znajdującego się w opływie równomiernym




a b

Rys.1. Model fizyczny (a) obiektu rzeczywistego (b).
Fig.1. Physical model (a) of a real object (b).

(rys.1a). Tymczasem obiekty rzeczywiste są niejednorodne, sprężyste i znajdują się w opływie nierównomiernym (rys.1b). Dlatego celem niniejszej pracy jest zastosowanie tzw. teorii pasowej rozwiniętej na gruncie analizy aeroelastycznej konstrukcji lotniczych do konstrukcji budowlanych pod działaniem obciążenia wiatrowego.

## 2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

W r. 1878 Strouhal opublikował pracę [4] na temat dźwięków wytwarzanych przez opływane ciała walcowe. W pracy tej wprowadził on liczbę bezwymiarową zwaną teraz liczbą Strouhala

$$S = \frac{f_s D}{U}, \tag{1}$$

gdzie: $f_s$ - częstotliwość spływania wirów, $D$ - wymiar charakterystyczny obiektu (dla walca - jego średnica), $U$ - prędkość opływu. Strouhal zauważył, że wartość $S$ jest prawie stała (i równa ok. 0.2) dla przekroju kołowego, natomiast częstotliwość jest wprost proporcjonalna do prędkości opływu.

W 1911 r. von Kármán zaproponował teorię wyjaśniającą tworzenie się specyficznego układu wirów za walcem sztywnym i nieruchomym, zwanego teraz ścieżką wirową Kármána [5]. Z inżynierskiego punktu widzenia istotny jest fakt, że ścieżka ta wywołuje okresowo pulsujący rozkład ciśnień, co może doprowadzić do rezonansu, kiedy obiekt ma własności sprężyste.

Mimo wielu prac na temat zjawiska rezonansu wirowego do dzisiaj nie ma adekwatnego modelu matematycznego do wyznaczenia sił indukowanych prze ścieżkę wirową. Do obliczeń przyjmuje się na ogół wzór przybliżony [6]

$$F = \tfrac{1}{2}\rho U^2 D C_{LS} \sin \omega_s t, \tag{2}$$

gdzie: $\rho$ - gęstość płynu, $C_{LS}$ - stały współczynnik siły nośnej (zwykle równy 0.6), natomiast

$$\omega_s = 2\pi f_s, \tag{3}$$

przy czym $f_s$ występuje we wzorze (1).

Chociaż wzoru (2) używa się również dla ciał sprężystych, to jednak przybliżenie jest zbyt grube i potrzebne są modele bardziej realne, co zostanie przedstawione w rozdziale 5.

## 3. MODEL SPRZĘŻONY UKŁADU OBIEKT-OPŁYW

Opływ konstrukcji sprężystej należy do działu mechaniki ośrodków ciągłych, zwanej aeroelastycznością. Większość zagadnień aeroelastycznych dotyczy obiektów ciągłych i obciążeń rozłożonych. Model ogólny takiego układu można przedstawić w postaci

$$K(y) = F, \tag{4}$$

gdzie: $K$ - operator konstrukcyjny (z uwzględnieniem własności tłumiących), $y$ - współrzędna uogólniona, $F$ - rozłożona siła uogólniona. Siły występujące w aeroelastyczności są trzech rodzajów: aerodynamiczne $F_A$, bezwładności $F_I$ i zewnętrzne zakłócające $F_D$. Zakłada się zwykle, że siły $F_D$ są znane, natomiast pozostałe siły zależą w pewien sposób od ruchu układu sprężystego. W niniejszej pracy zakładamy, że siły zakłócające nie występują, co odpowiada pominięciu np. trzęsień ziemi.

Większość konstrukcji budowlanych może być rozpatrywana [7] jako rozciągłe w pionie, np. maszty, wieże, kominy, chłodnie kominowe, lub rozciągłe w poziomie, np. mosty wiszące kable przesyłowe, linie holownicze, kotwiczne i cumujące. Wszystkie te obiekty można opisać za pomocą funkcji $y(x,t)$ jednej zmiennej przestrzennej. Zatem operator konstrukcyjny przybiera postać

- dla obiektów ze sztywnością giętną

$$K(y) \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI(x)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) + c(x)\frac{\partial y}{\partial t}, \tag{5}$$

- dla obiektów bez sztywności giętnej

$$K(y) \equiv T(x)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + c(x)\frac{\partial y}{\partial t}. \tag{6}$$

W powyższych wzorach występują wielkości: $EJ(x)$ - sztywność na zginanie, $c(x)$ - tłumienie konstrukcyjne, $T(x)$ - naciąg.

Ponieważ siła bezwładności dla obu modeli ma tę samą postać

$$F_I(y) = -m(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \tag{7}$$

więc model układu sprzężonego można przedstawić w postaci

$$m(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + K(y) = F_A(y,t), \tag{8}$$

skąd wynika, że potrzebny jest model obciążeń aerodynamicznych.

## 4. MODEL OSCYLATORA WIROWEGO HARTLENA I CURRIEGO

W literaturze istnieje wiele modeli opisujących ścieżkę wirową. Niestety, żaden z nich nie jest zbudowany na podstawowych prawach mechaniki. Na typowy model składają się dwa równania: liniowe równanie drgań wymuszonych sztywnego walca i nieliniowy model siły nieustalonej działającej na ten walec. Model opływu dobiera się w ten sposób, aby otrzymać zadowalający opis obserwowanych zjawisk, np. synchronizacji i wzmocnienia amplitudy [8]. Warunek ten spełnia równanie van der Pola, w którym liniowe tłumienie ujemne wywołuje niestateczność, natomiast wyraz nieliniowy pełni rolę stabilizującą. Najprostszym modelem tego typu jest model Hartlena i Curriego [9]

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_A = \tfrac{1}{2}\rho U^2 D H C_L, \tag{9}$$

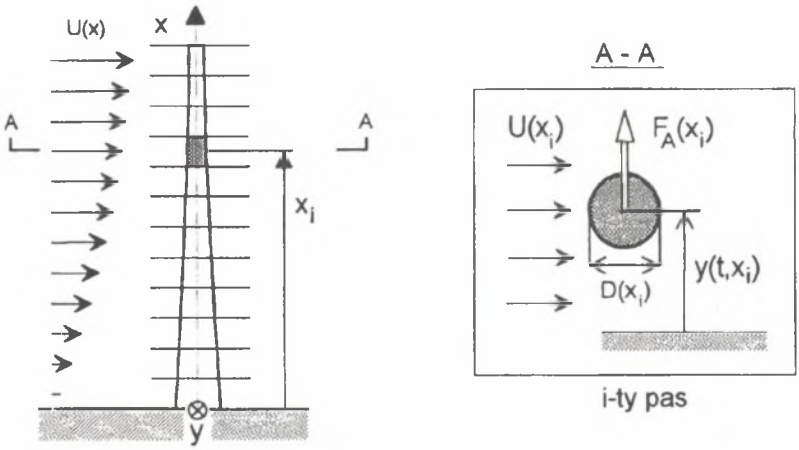
$$\ddot{C}_L - \alpha\omega_s\dot{C}_L + \frac{\gamma}{\omega_s}\dot{C}_L^3 + \omega_s^2 C_L = \frac{1}{D}\sqrt{\frac{k}{m}}\, b\dot{y}, \tag{10}$$

gdzie: $m$, $c$, $k$ - zob. rys.1a; $\rho$ - gęstość powietrza, $D$, $H$ - średnica i długość walca, $\omega_s$ dana wzorem (3), natomiast współczynniki $\alpha$, $\gamma$ i $b$ są wyznaczane doświadczalnie.

Model (9)-(10) opisuje poprawnie zjawisko synchronizacji i wzmocnienie amplitudy, ale tylko na walcu sztywnym i ruchomym (rys.1a.). Chcąc użyć tego modelu do opisu zjawisk cechujących się niejednorodnością opływu konstrukcji sprężystych (rys.1b), należy dokonać jego uogólnienia - proponujemy wykorzystanie w tym celu tzw. teorii pasowej.

## 5. TEORIA PASOWA

Teoria pasowa jest metodą powszechnie stosowaną w zagadnieniach aeroelastyczności lotniczej do wyznaczania obciążeń aerodynamicznych działających na powierzchnie nośne o dostatecznie dużym wydłużeniu [10]. Istotą tej metody jest podział konstrukcji na pasy (rys.2) i traktowanie każdego pasa jako części nieskończenie długiego walca. Pozwala to na sformułowanie następującej hipotezy: siła nośna w danym przekroju zależy tylko od opływu




Rys.2. Uogólnienie modelu oscylatora wirowego za pomoc¹ teorii pasowej

Fig. 2. The stripping generalization of the wake oscillator model

tego przekroju, a nie zależy od opływu w przekrojach sąsiednich. Dzięki tej hipotezie do wyznaczania obciążenia rozłożonego można użyć następującego modelu

$$\ddot{C}_L(x_i) - \alpha\,\omega_s\,\dot{C}_L(x_i) + \frac{\gamma}{\omega_s}\dot{C}_L^3(x_i) + \omega_s^2 C_L(x_i) = \frac{1}{D(x_i)}\sqrt{\frac{EI(x_i)}{m(x_i)}}\; b\,\dot{y}(x_i), \tag{11}$$

$$m(x_i)\frac{\partial^2 y(t,x_i)}{\partial t^2} + K(y(t,x_i)) = \tfrac{1}{2}\rho\, U(x_i)\, D(x_i)\, C_L(x_i), \tag{12}$$

gdzie operator $K(y(t,x_i))$ jest dany wzorem (5) lub (6). Należy podkreślić, że wielkości $C_L$, $U$ i $D$ zależą od współrzędnej bieżącej pasa $x_i$.

## 6. ZAKOŃCZENIE

Model typu (11)-(12) posłużył do analizy ruchu komina przy użyciu metody symulacyjnej [11]. Wyniki analizy okazały się jednak dość zaskakujące. Zamiast spodziewanych różnic

ilościowych w stosunku do modeli zakładających sztywność obiektu, otrzymano jakościowo różne obrazy ruchu komina. I tak na przykład, nie zaobserwowano klasycznej synchronizacji, gdzie konstrukcja "steruje" częstością spływania wirów w pewnym zakresie prędkości opływu. Poza tym stwierdzono dużą wrażliwość wyników na zmiany parametrów modelu aerodynamicznego. Sytuacja ta różni się zasadniczo od tej, która występuje w zagadnieniach aeroelastyczności lotniczej, gdzie modele pasowe wprowadzają jedynie zmiany ilościowe [12]. Opisane trudności zwracają uwagę na problem przenoszenia metodologii sprawdzonej przy badaniach jednego zjawiska na inne, z pozoru bardzo podobne przypadki. Ponieważ model pasowy (11)-(12) przejawia własności, które nie są do końca zrozumiałe, to wykorzystanie go do analizy zagadnień praktycznych nie jest na razie możliwe.

Przy szukaniu przyczyn takiego stanu rzeczy należy pamiętać, że modele typu (9)-(10) powstały na użytek opisu konkretnego zjawiska, tj. synchronizacji. Nie wiadomo zatem *a priori*, czy są one w stanie opisać poprawnie sytuację bardziej ogólną. Pełne wyjaśnienie przyczyn tych efektów może wymagać użycia ogólniejszych modeli aerodynamicznych, np. metody wirów dyskretnych [13] lub nawet modelu Eulera, czy Naviera-Stokesa [14]. Dwuwymiarowe modele tego rodzaju mogą być użyte w ramach teorii pasowej do sprawdzenia, czy modele van der Pola w ogóle mogą być uogólniane w jakikolwiek sposób. Oprócz tego modele dwuwymiarowe są zdecydowanie tańsze obliczeniowo. Modele trójwymiarowe, choć droższe, mogą być z kolei przydatne do analizy oddziaływania wzajemnego poszczególnych pasów, czyli tzw. korelacji wzdłużnej. Zjawisko to może mieć bowiem duży wpływ na wartości sił aerodynamicznych.

## LITERATURA


[1] Empacher A.: Agonia wielkiego mostu. "Horyzonty Techniki", Nr 8, 1981, s. 27-27.

[2] Fisher O. i in.: Aeroelasticita stavebních konstrukcí. Academia Praha, Praha 1977.

[3] Simpson A.: Wind-induced vibration of overhead power transmission lines. "Science Progress", vol.68, 1983, pp. 285-308.

[4] Strouhal V.: Über eine besondere Art der Tonerregung. "Annalen der Physik und Chemie", vol.5, 1878, pp. 216-251.

[5] von Kármán Th.: Über den Mechanismus des Widerstands, den ein bewegter Körper in einen Flüssigkeit erfahrt. "Göttinger Nachrichten, Math. Phys. Kl." 1911, pp. 509-519, 547-556.

[6] Żurański J.A.: Obciążenia wiatrem budowli i konstrukcji. Arkady, Warszawa 1987.

[7] Simiu E., Scanlan R.H.: Wind Effect on Structures, Wiley, New York 1978.

[8] Sarpkaya T.: Vortex-induced oscillations. "ASME Journal of Applied Mechanics", vol.46, 1979, pp. 241-258.

[9] Hartlen R.T., Currie I.G.: Lift-oscillator model of vortex-induced vibrations. "ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division", Vol.96, 1970, No.EM5, s. 577-591.

[10] Dowell E.H. et al.: A Modern Course in Aeroelasticity, 2nd ed., Kluwer Academic: Boston 1989.

[11] Dul F.A., Pietrucha J.A.: Numerical analysis of continuous models of structures in nonlinear wind flow using the time-marching approach. Preprints of the East European Conference on Wind Engineering, vol.4, Ciesielski R. et al. eds., Polish Group of the IAWE: Warsaw 1994 (in press).

[12] Kołodziejczyk R., Pietrucha J.: Wpływ modelu obciążeń aerodynamicznych na flatter skrzydła szybowca. "Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej" z.99, Gliwice 1989, s. 155-161.
[13] Maull D.J.: An introduction to the discrete vortex method. In Practical experiences with flow-induced vibrations, Naudascher E., Rockwell D. eds., Springer Berlin, 1980.
[14] Белоцерковский С.М. (ред.): Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. Наука, Москва 1988.

Pracę wykonano w ramach prac własnych Instytutu Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej.

Recenzent: prof. dr hab. inż. A. Buchacz

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.