

Henryk KOPECKI
Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa
Politechnika Rzeszowska

METODA CHARAKTERYSTYK W ZASTOSOWANIU DO ANALIZY PŁASKIEGO STANU NAPRĘŻENIA W MODELU KONSTRUKCJI Z MATERIAŁU NIELINIOWEGO, OPTYCZNIE CZYNNEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono algorytm zastosowania metody charakterystyk do analizy błonowego stanu naprężenia w modelu ustroju cienkościennego, wykonanego z materiału optycznie czynnego, którego deformacja natychmiastowa odpowiada nieliniowo-sprężystej charakterystyce materiału. Praca stanowi rozszerzenie metody charakterystyk, umożliwiającą określanie stanu naprężenia na podstawie wyłącznie pola izochrom, na przypadek nieliniowej charakterystyki materiału opisanej prawem potęgowym.

CHARACTERISTICS METHOD IN APPLICATION TO ANALYSIS OF THE PLANE STRESS STATE IN MODEL STRUCTURE FROM NONLINEAR, OPTICAL ACTIVE MATERIAL

Summary. An algorithm of characteristic method applied to analysis of membrane state of thin-walled model structures executed from optical active material is considered in the paper. The instantaneous structure deformation corresponds to nonlinear elastic characteristic of the material. The paper represents enlargement of the characteristic method determining the stress state on the basis only of the isochromatics on the case, when nonlinear characteristic of the material is described by power law.

CHARAKTERISTIKENMETHODE ANGEWENDET AUF DIE ANALYSIS DES EBENEN SPANNUNGSZUSTANDES IN EINEM AUS DEM NICHTLINEAREN OPTISCH AKTIVEN MATERIAL HERGESTELLTEN STRUKTUR-MODELL

Zusammenfassung. In der Abhandlung hat man den Algorithmus zur Anwendung der charakteristiken-methode für die Analysis des Membranspannungs-zustandes in einem Modell der dünnwandigen Struktur, welches aus optisch aktiven Material hergestellt ist und wo sofortige Formänderung einer nichtlinear-elastischen Charakteristik des Materials entspricht, dargestellt. Das ist eine Erweiterung der Charakteristiken-methode, die es möglich macht im Falle einer nichtlinearen durch das Potenzprinzip beschriebenen Charakteristik des Materials den Spannungszustand nur aufgrund des Feldes von Isochromen zu bestimmen.

1. WPROWADZENIE

Stosowanie metody doświadczalnej analizy naprężeń, opartej na znajomości wyłącznie pola izochrom, znajduje uzasadnienie w tym, że o ile pomiar izochrom zarówno wysokich, jak i niskich

rzędów nie przedstawia trudności z technicznego punktu widzenia, o tyle pomiar parametru izokliny jest niekiedy bardzo kłopotliwy. Odnosi się to szczególnie do tego rodzaju obszarów badań, w których gradienty parametru izokliny są małe, same zaś izokliny pojawiają się w polu widzenia polaryskopu jako ciemne, rozmyte strefy o niewielkim zróżnicowaniu stopnia przyciemnienia obserwowanego obrazu. Utrudnione, niekiedy wręcz niemożliwe stają się pomiary izoklin dokonywane w trakcie badań ustroju, w szczególności badań dynamicznych.

W roku 1964 W. Szczepiński [1] opublikował metodę określania składowych dwuwumiarowego stanu naprężenia na podstawie włącznie pola izochrom. Metoda ta zwana metodą charakterystyk, znalazła szerokie zastosowanie do rozwiązywania zagadnień brzegowych w teorii sprężystości i plastyczności, w tym również do rozwiązywania problemów analizowanych metodą warstwy optycznie czynnej [2], [3].

W niniejszej pracy wskażemy na możliwości rozszerzenia zastosowania metody charakterystyk do analizy błonowego stanu naprężenia w modelach cienkościennych ustrojów nośnych wykonanych z materiału optycznie czynnego, którego reakcja natychmiastowa odpowiada nieliniowo-sprężystej charakterystyce materiału.

2. RÓWNANIA PODSTAWOWE

Wyznaczone w wyniku pomiarów pole izochrom określa różnicę głównych odkształceń analizowanego, płaskiego stanu naprężenia

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = f N \quad (1)$$

Oznaczając przez e_0 połowę sumy różnicy odkształceń głównych

$$e_0 = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad (2)$$

a następnie podstawiając ją do wyrażen dla składowych odkształceń w dowolnym układzie współrzędnych oraz uwzględniając równanie (1) otrzymujemy:

$$\varepsilon_x = e_0 + \frac{1}{2} f N \cos 2\alpha_0, \quad \varepsilon_y = e_0 - \frac{1}{2} f N \cos 2\alpha_0, \quad \gamma = -f N \sin 2\alpha_0 \quad (3)$$

W powyższych związkach α_0 oznacza kąt określający kierunki odkształceń głównych (parametr izokliny), γ zaś jest kątem odkształcenia postaciowego.

Przyjmujemy, że właściwości fizyczne materiału opisuje równanie konstytutywne o charakterze potęgowym

$$\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} A \sigma^{n-1} s_{ij}, \quad (4)$$

lub wyrażone w formie odwróconej

$$s_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_{ij}^{m-1}}{A^m} \varepsilon_{ij}, \quad \text{gdzie } m = n^{-1}, \quad (5)$$

z którego wynikają wyrażenia dla składowych stanu naprężenia

$$\sigma_x = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_x^{m-1}}{A^m} (2\varepsilon_x + \varepsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_y^{m-1}}{A^m} (2\varepsilon_y + \varepsilon_x), \quad \tau = \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_0^{m-1}}{A^m} \gamma, \quad (6)$$

gdzie ϵ_e oznacza intensywność odkształcenia, którą na podstawie związku (1) i (3) wyrażamy w formie:

$$\epsilon_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\epsilon_1^2 + \epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_2^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Określona równaniem (7) intensywność odkształcenia podstawiamy do związków (6). Uwzględniając ponadto formuły (3) otrzymujemy ostatecznie wzory określające składowe stanu naprężenia jako funkcje sumy odkształceń e_0 , rzędu izochromy N oraz parametru izokliny α

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2^m}{3^{\frac{1}{2}(m+1)}} B \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} N^2 f^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} \left(3e_0 + \frac{1}{2} fN \cos 2\alpha_0 \right), \\ \sigma_y &= \frac{2^m}{3^{\frac{1}{2}(m+1)}} B \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} N^2 f^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} \left(3e_0 - \frac{1}{2} fN \cos 2\alpha_0 \right), \\ \tau &= \frac{-2^m}{3^{\frac{1}{2}(m+1)}} B \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} N^2 f^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} fN \sin 2\alpha_0, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie $B = A^{-m}$.

Związki (8) uwzględnimy w równaniach równowagi elementu

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

a następnie wykonując przepisane operacje różniczkowania z nich wynikające otrzymujemy układ dwóch równań różniczkowych cząstkowych o następującej postaci:

$$\begin{aligned} A_1(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial e_0}{\partial x} + B_1(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial \alpha_0}{\partial x} + C_1(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial e_0}{\partial y} + \\ + D_1(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial \alpha_0}{\partial y} = F_1(e_0, \alpha_0, x, y), \\ A_2(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial e_0}{\partial x} + B_2(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial \alpha_0}{\partial x} + C_2(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial e_0}{\partial y} + \\ + D_2(e_0, \alpha_0, x, y) \frac{\partial \alpha_0}{\partial y} = F_2(e_0, \alpha_0, x, y), \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie oznaczono:

$$\begin{aligned} A_1(e_0, \alpha_0, x, y) &= 3e_0(m-1) \left(3e_0 + \frac{1}{2} fN \cos 2\alpha_0 \right) \cdot \\ &\cdot \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-3)} + 3 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)}, \\ B_1(e_0, \alpha_0, x, y) &= -fN \sin 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)}, \\ C_1(e_0, \alpha_0, x, y) &= -\frac{3}{2} e_0(m-1) fN \sin 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)}, \end{aligned}$$

$$D_1(e_0, \alpha_0, x, y) = -m \cos 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)}, \quad (11)$$

$$F_1(e_0, \alpha_0, x, y) = -\frac{1}{4}(m-1) \left(3e_0 + \frac{1}{2} N \cos 2\alpha_0 \right) \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-3)} f^2 N \frac{\partial N}{\partial x} - \\ - \frac{1}{2} f \cos 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{1}{8} f^2 N^2 (m-1) \sin 2\alpha_0 \cdot \\ \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-3)} \frac{\partial N}{\partial y} + \frac{1}{2} f \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} \sin 2\alpha_0 \frac{\partial N}{\partial y}$$

oraz

$$A_2(e_0, \alpha_0, x, y) = -\frac{3}{2} e_0 (m-1) f N \sin 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-3)},$$

$$B_2(e_0, \alpha_0, x, y) = -f N \cos 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)},$$

$$C_2(e_0, \alpha_0, x, y) = 3 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} + 3e_0 (m-1) \left(3e_0 - \frac{1}{2} N f \cos 2\alpha_0 \right) \\ \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)},$$

$$D_2(e_0, \alpha_0, x, y) = -f N \sin 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)}, \quad (12)$$

$$F_2(e_0, \alpha_0, x, y) = \frac{1}{8} f^2 N^2 (m-1) \sin 2\alpha_0 \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-3)} \frac{\partial N}{\partial x} + \\ + \frac{1}{2} f \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} \sin 2\alpha_0 \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{1}{4} (m-1) \left(3e_0 - \frac{1}{2} f N \cos 2\alpha_0 \right) \cdot \\ \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} f^2 N \frac{\partial N}{\partial y} + \frac{1}{2} f \left(3e_0^2 + \frac{1}{4} f^2 N^2 \right)^{\frac{1}{2}(m-1)} \cos 2\alpha_0 \frac{\partial N}{\partial y}$$

Z postaci układu równań różniczkowych cząstkowych rzędu pierwszego (10) wynika, że rozważany problem sprowadza się do zagadnienia brzegowego Cauchy'ego [4]. Jego rozwiązanie polega na wyznaczeniu wielkości e_0 i α_0 w każdym punkcie rozpatrywanego obszaru na podstawie wyznaczonych wartości e_0 i α_0 wzdłuż charakterystyki o równaniu $y = y(x)$. Na charakterystyce funkcje e_0 i α_0 są ciągłe i mają ciągłe różniczki.

$$de_0 = \frac{\partial e_0}{\partial x} dx + \frac{\partial e_0}{\partial y} dy, \quad d\alpha_0 = \frac{\partial \alpha_0}{\partial x} dx + \frac{\partial \alpha_0}{\partial y} dy \quad (13)$$

Występujące w związkach (13) pochodne cząstkowe wyznaczamy rozwiązując względem nich układ czterech równań (10) i (13). W tym celu przyrównujemy do zera wyznacznik charakterystyczny utworzony ze współczynników wspomnianego układu równań

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ dx & 0 & dy & 0 \\ 0 & dx & 0 & dy \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

z którego po rozwiązaniu otrzymujemy równanie algebraiczne drugiego stopnia ze względu na pochodną $\frac{dy}{dx}$:

$$(A_1 B_2 - A_2 B_1) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + (A_1 D_1 - A_1 D_2 + B_1 C_2 + C_1 B_2) \left(\frac{dy}{dx}\right) + (C_1 D_2 - C_2 D_1) = 0 \quad (15)$$

Znak wyróżnika równania (15) przesądza o tym, do jakiego typu zaliczamy układ równań (10). Ze względu na praktyczne znaczenie w dalszych rozważaniach ograniczymy się do przypadków, gdy wyróżnik ten jest dodatni, a więc układ równań (10) jest hiperboliczny i ma dwie rodziny charakterystyk rzeczywistych. Zatem warunek istnienia dwóch rodzin charakterystyk rzeczywistych możemy wyrazić nierównością

$$(A_2 D_1 - A_1 D_2 + B_1 C_2 - C_1 B_2) > (A_1 B_2 - A_2 B_1) \cdot (C_1 D_2 - C_2 D_1) \quad (16)$$

Z równania (15) otrzymujemy dwa rozwiązania dla pochodnej

$$\frac{dy}{dx} = \xi(e_0, \alpha_0, x, y), \quad \frac{dy}{dx} = \eta(e_0, \alpha_0, x, y), \quad (17)$$

gdzie funkcje ξ i η są pierwiastkami równania (15):

$$\xi(e_0, \alpha_0, x, y) = \frac{-1}{2a} (b + \sqrt{b^2 - 4ac}), \quad \eta(e_0, \alpha_0, x, y) = \frac{-1}{2a} (b - \sqrt{b^2 - 4ac}) \quad (18)$$

W równaniu (19) oznaczają:

$$a = A_1 B_2 - A_2 B_1, \quad b = A_1 D_1 - A_1 D_2 + B_1 C_2 - C_1 B_2, \quad c = C_1 D_2 - C_2 D_1. \quad (19)$$

Linie, których współczynniki kierunkowe określa jedno z równań (18), są charakterystykami układu równań (10). Krzywe te spełniają ponadto warunek

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & F_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & F_2 \\ dx & 0 & dy & de_0 \\ 0 & dx & 0 & d\alpha_0 \end{vmatrix} = 0, \quad (20)$$

na mocy którego zachodzą wzdłuż nich zależności różniczkowe wynikające z równania otrzymanego z wyznacznika charakterystycznego (14) przez zastąpienie w nim dowolnej kolumny (w rozważanym przypadku czwartej) kolumną wyrazów wolnych. Z rozwinięcia wyznacznika (20) wynika równanie:

$$\left(R + S \frac{\partial y}{\partial x} \right) de_0 + T d\alpha_0 + U dx + V dy = 0, \quad (21)$$

w którym

$$\begin{aligned} R &= D_1 A_2 - A_1 D_2, & U &= F_1 D_2 - D_1 F_2, \\ S &= A_1 B_2 - A_2 B_1, & V &= B_1 F_2 - F_1 B_2, \end{aligned} \quad (22)$$

$$T = D_1 B_2 - D_2 B_1 \quad (23)$$

Podstawiając prawe strony związków (17) do równania (21) otrzymujemy kolejno równania różniczkowe dwu rodzin charakterystyk

$$\frac{dy}{dx} = \xi(e_0, \alpha_0, x, y), \quad (24a)$$

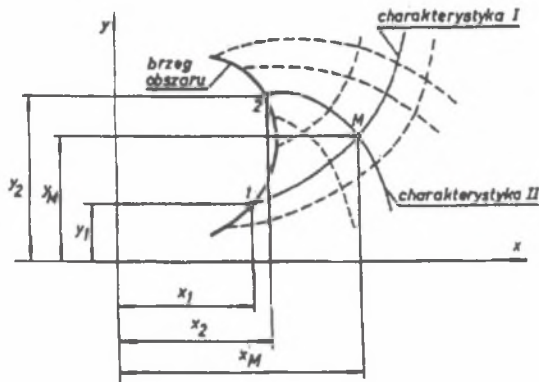
$$(R + S\xi)de_0 + Td\alpha_0 + Udx + Vdy = 0, \quad (24b)$$

$$\frac{dy}{dx} = \eta(e_0, \alpha_0, x, y), \quad (25a)$$

$$(R + S\eta)de_0 + Td\alpha_0 + Udx + Vdy = 0 \quad (25b)$$

3. METODA ROZWIĄZANIA

Rozwiązanie zagadnienia brzegowego Cauchy'ego dla równań charakterystyk (24), (25) oparto na procedurze numerycznej polegającej na wprowadzeniu różnic skończonych w miejsce różniczek. Za punkt wyjścia przyjmuje się zwykle brzeg swobodny lub obciążony, lecz o znanych wartościach funkcji e_0 i α_0 oraz określonych pierwszych pochodnych.



Rys. 1

Fig. 1

Linia brzegu przecina każdą z charakterystyk tylko w jednym punkcie (rys. 1). Charakterystyki należące do dwu rodzin, wyprowadzone z punktów 1 i 2, przecinają się w punkcie M (x_M, y_M). Współrzędne punktu M określone są z rozwiązania układu równań (24a) i (25a) sprowadzając je uprzednio do równań różnicowych. W równaniach tych podstawiamy $\xi = \xi_1$ oraz $\eta = \eta_2$, tj. wartości funkcji ξ i η , jakie przyjmują one odpowiednio w punktach 1 i 2. Rozwiązując następnie układ równań względem x_M, y_M otrzymujemy:

$$x_M = \frac{1}{\xi_1 - \eta_2} (\xi_1 x_1 - \eta_2 x_2 + y_2 - y_1), \quad y_M = \frac{1}{\xi_1 - \eta_2} (\xi_1 x_1 - \eta_2 x_2 + y_2 - y_1) - \xi_1 x_1 + y_1 \quad (26)$$

Mając określone współrzędne x_M, y_M wyznaczamy wartości poszukiwanych funkcji e_0, α_0 w punkcie $M(x_M, y_M)$. W tym celu równania (24b) oraz (25b) zapisujemy również w formie różnicowej, zastępując różniczkę różnicami skończonymi:

$$de_0 \equiv e_0^{(M)} - e_0^{(1)}, \quad d\alpha_0 \equiv \alpha_0^{(M)} - \alpha_0^{(1)} \quad \text{w równaniu (24b)}$$

$$de_0 \equiv e_0^{(M)} - e_0^{(2)}, \quad d\alpha_0 \equiv \alpha_0^{(M)} - \alpha_0^{(2)} \quad \text{w równaniu (25b)}$$

W powyższych związkach $e_0^{(M)}, \alpha_0^{(M)}$ są poszukiwanymi wartościami funkcji w punkcie M , zaś $e_0^{(1)}, \alpha_0^{(1)}$ oraz $e_0^{(2)}, \alpha_0^{(2)}$ oznaczają wartości tychże funkcji w punktach 1 i 2. Po rozwiązaniu względem $e_0^{(M)}$ i $\alpha_0^{(M)}$ układu równań (24b) i (25b) otrzymujemy ostatecznie:

$$\alpha_0^{(M)} = \frac{1}{T_1 - T_2} [T_1 \alpha_0^{(1)} - (R_1 + S_1 \xi_1) e_0^{(1)} - U_1(x_M - x_1) - V_1(y_M - y_1) - T_2 \alpha_0^{(2)} + (R_2 + S_2 \eta_2) e_0^{(2)} + U_2(x_M - x_2) - V_2(y_M - y_2)] \quad (27)$$

$$e_0^{(M)} = e_0^{(1)} \frac{1}{R_1 + S_1 \xi_1} [T_1(\alpha_0^{(M)} - \alpha_0^{(1)}) + U_1(x_M - x_1) + V_1(y_1 - y_M)] \quad (28)$$

W punktach 1 i 2, od których rozpoczyna się rozwiązanie, wielkości e_0, α_0 winny być określone. Jeżeli punkty te należą do brzegu swobodnego, to parametry izokliny w tych punktach wynikają z geometrii linii brzegowej obszaru, e_0 zaś określamy z warunku wynikającego z zerowej wartości składowej naprężenia normalnej do brzegu.

Gdy zachodzi konieczność określania rozwiązania w obszarze nie zawierającym brzegu swobodnego, wówczas można lokalnie zastosować inne techniki pomiarowe (np. tensometrię oporową), doprowadzając do zaistnienia warunków determinujących rozpoczęcie procedury.

Przedstawiony algorytm rozwiązania pozwala na stosunkowo prosty sposób jego ujęcia w program komputerowy. Jedyłą trudność, jaką napotykaamy, stanowi wyznaczenie pochodnych rzędu

izochromy $\frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial y}$ w dowolnym punkcie M . W przypadku występowania wysokich rzędów

izochromy można powierzchnię $N(x, y)$ zastąpić zbiorem płaskich elementów trójkątnych, których wierzchołki umieszczone są na liniach obrazujących pełne rzędy izochromy, traktując linie te jako warstwy powierzchni $N(x, y)$. Dokładność obliczeń uzależniona jest od liczby i wielkości elementów trójkątnych [2] .

W przypadku badań elementów cienkościennych rzędy izochrom nie osiągają znacznych wartości mimo pojawiania się względnie wysokich gradientów w izochrom. Pomiaru rzędu izochromy dokonuje się zazwyczaj w węzłach siatki pomocniczej, naniesionej na badany model. Najczęściej siatka ta zorientowana jest w przyjmowanym prostokątnym układzie współrzędnych (x, y) . W takim przypadku powierzchnię $N(x, y)$ możemy aproksymować bikubicznymi funkcjami sklejanymi, zapewniając ciągłość opisu powierzchni oraz jej pierwszych pochodnych [5] .

4. PRZYKŁAD

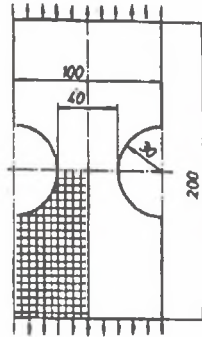
W celu zilustrowania praktycznej strony zagadnienia, tj. stosowania metody charakterystyk [1] do problemu fizycznie nieliniowego, zaprezentowany algorytm ujęto w program dla maszyny cyfrowej PC oraz przeprowadzono obliczenia tarczy, której geometrię przedstawiono na rys. 2. Materiał tarczy stanowił modyfikowany *Epidian* 53. W wyniku modyfikacji otrzymano charakterystykę nieliniowo-sprężystą, którą przybliżono równaniem:

$$\varepsilon = A\sigma^n,$$

gdzie stałe A oraz n wynoszą:

$$A = 2.32 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^2/\text{MN)}^{1.2}, \quad n = 1.2, \quad \nu = 0.46 \approx 0.5$$

Procedurę wyznaczania punktów siatki charakterystyk rozpoczynano od brzegu swobodnego, wykorzystując należące do brzegu punkty siatki układu prostokątnego jako punkty startowe, naniesione na konstrukcję ze względu na zastosowanie funkcji sklepanych do określania pola izochrom. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 3 i 4.



Rys. 2
Fig. 2



Rys. 3
Fig. 3



Rys. 4
Fig. 4

Na rys. 3 przedstawiono w formie warstwic komputerowych rozkład izochrom aproksymowany bikubicznymi funkcjami sklepanymi. Pomiarów uzochrom dokonywano w węzłach siatki o oczku 0.5 cm x 0.5 cm, zaś do programu w celu sporządzenia warstwic przyjmowano wartości interpolowane dwukrotnie zagęszczając dyskretne pole pomiarowe. Rys. 4 przedstawia rozkład wyteżenia według

hipotezy Hubera-Misesa, również przedstawiony w formie warstwicy komputerowych obrazujących poziomy naprężenia zredukowanego.

5. WNIOSKI

Przedstawiony algorytm stanowi ilustrację możliwości rozszerzenia zakresu zastosowań metody charakterystyk na obszar zagadnień fizycznie nieliniowych. Z zachowaniem identycznej procedury możliwa jest analiza stanów błonowych ustrojów wykonywanych z materiałów, których właściwości mechaniczne opisuje bardziej ogólna postać nieliniowego równania konstytutywnego.

Zwróćmy uwagę, że metoda charakterystyk jest metodą przybliżoną w tym sensie, że korzystając z równań różniczkowych Naviera wprowadza się do nich różnice skończone, co może stanowić źródło błędów porównywalnych z błędami obrazu izoklin. Dlatego zalecane wydaje się jej stosowanie wówczas, gdy trajektorie naprężeń głównych nie wykazują silnych zakrzywień oraz gdy nie występują punkty osobliwe w obrazie izochrom.

LITERATURA

- [1] Szczepiński W.: Method of characteristics in computation of the experimental stress analysis. Bull. de L'Academie Polonaise des Sciences, Serie des Sciences Techniques, t.XII, nr 12, 1964.
- [2] Kapkowski J., Słowikowska I., Stupnicki J.: Badanie naprężeń metodą elstooptycznej warstwy powierzchniowej. PWN, Warszawa 1987.
- [3] Kapkowski J. Stupnicki J.: Badania sprężysto-plastycznych płaskich stanów naprężeń metodą pokryć optycznie czynnych. Arch. Bud. Masz., 8, 1, 1971.
- [4] Dietrich L., Miastkowski J., Szczepiński W.: Nośność graniczna elementów konstrukcji. PWN, Warszawa 1970.
- [5] Kopecki H.: Problemy analizy stanów naprężenia ustrojów nośnych w świetle badań eksperymentalnych metodami mechaniki modelowej. Zesz. Nauk. Politechniki Rzeszowskiej, s. Mechanika z.26, t.78, Rzeszów 1991.

Recenzent: prof. dr hab. inż. E. Świtoński

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.