

Waldemar OLEKSIUK, Jakub WIERCIAK  
Instytut Konstrukcji Przyrządów Precyzyjnych i Optycznych  
Politechnika Warszawska

### MODELOWANIE UKŁADU NAPĘDOWEGO Z PRZEKŁADNIĄ SPIROIDALNĄ

**Streszczenie.** W precyzyjnych układach napędowych często istotnym składnikiem obciążenia jest zespół przeniesienia napędu. Zbadano wpływ, jaki na pracę mikrosilnika prądu stałego wywiera przekładnia spirooidalna. W artykule opisano sposób zamodelowania obciążenia silnika w oparciu o wyniki prac doświadczalnych. Zaproponowano kryteria oceny działania układu napędowego. Przedstawiono rezultaty eksperymentów symulacyjnych.

### MODELLING OF A DRIVING SYSTEM WITH THE SPIROID GEAR

**Summary.** In precision driving systems a significant part of load may be brought in by transmission itself. Systems driven by electric micromotors are frequently containing toothed gears. An impact of a spiroid gear on the DC micromotor performance has been examined. The paper describes modelling of motor load with the use of data obtained in an experimental way. Criteria to evaluate driving system performance have been developed. Simulation results are added.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИВОДНОЙ СИСТЕМЫ СО СПИРОИДАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ

**Резюме.** В точных приводных системах источником значительной нагрузки часто является сама уже передача. Расчитано влияние спироидальной передачи на работу двигателя постоянного тока. В статье описано метод моделирования приводной системы с использованием результатов измерения действительной нагрузки двигателя. Предложены критерия оценки действия системы. Представлены результаты симуляционных экспериментов.

## 1. WPROWADZENIE

Jedną z charakterystycznych cech precyzyjnych układów napędowych jest występowanie znaczącego oddziaływania elementów toru przekazywania energii na pracę urządzenia napędowego. Oddziaływanie takie ujawnia się zwłaszcza w sytuacjach, gdy moc silnika musi być ograniczana np. ze względu na przyjęty sposób zasilania. W układach tych do transmisji momentu obrotowego często wykorzystywane są drobnomodułowe przekładnie zębate. Rozważono możliwość zastosowania w precyzyjnych układach napędowych - w urządzeniach nastawczych i pozycjonujących - przekładni spiroidalnych, które mogłyby zastąpić używane obecnie przekładnie ślimakowe. Postanowiono zatem sprawdzić, jaki wpływ na pracę silnika napędowego wywiera przekładnia tego rodzaju. Do wstępnej analizy wytypowano układ z mikrosilnikiem prądu stałego - typowy dla wielu urządzeń mechatronicznych. Model silnika opisany jest układem równań [2]:

$$u = R_i i + L \frac{di}{dt} + K_E \frac{d\varphi}{dt}, \quad (1)$$

$$K_T i = (J_s + J_r) \frac{d^2\varphi}{dt^2} + (M_F + M_r) + K_D \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2)$$

w których:  $\varphi$  - kątowe przemieszczenie wirnika,  $i$  - prąd twornika,  $J_s$  - moment bezwładności wirnika,  $J_r$  - zredukowany moment bezwładności zespołów napędzanych,  $K_E$  - stała napięcia,  $K_T$  - stała momentu,  $K_D$  - stała tłumienia lepkiego w silniku,  $L$  - indukcyjność uzwojenia twornika,  $M_r$  - zredukowany moment obciążenia,  $M_F$  - opory ruchu silnika,  $R_i$  - całkowita rezystancja obwodu twornika,  $u$  - napięcie zasilania.

Przyjęto, że układ napędowy składa się z silnika i przekładni spiroidalnej, której wyjściowy wałek jest sprzęgnięty z napędzanym mechanizmem. Mechanizm obciąża przekładnię momentem siły i momentem bezwładności o stałych wartościach. Założono ponadto, iż silnik zasilany jest ze źródła prądu o stałym napięciu ( $u = U = \text{const.}$ ). Zgodnie z parametrami posiadanego egzemplarza przekładni ustalono przełożenie równe 78.

## 2. ZAMODELOWANIE OBCIĄŻEŃ SILNIKA

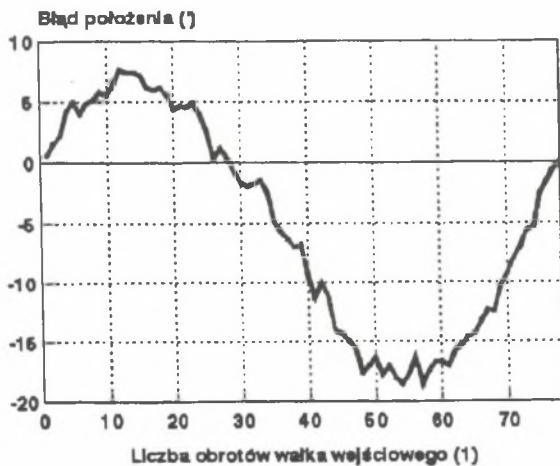
Ze względu na cel prowadzonych prac zamodelowanie napędzanych zespołów można ograniczyć do opisanie wprowadzanych przez nie obciążeń zredukowanych do wałka silnika. Oznacza to potrzebę wyznaczenia zależności momentu  $M$ , i momentu bezwładności  $J$ , występujących w równaniu (2) od kąta obrotu wałka silnika:

$$J_r(\varphi) = J_1 + \frac{J_2}{\eta_c i_c^2} \quad (3)$$

$$M_r(\varphi) = M_1 + \frac{M_2}{i_c \eta_c}, \quad (4)$$

przy czym:  $i_c$  - chwilowe przełożenie przekładni,  $J_c$  - zredukowany moment bezwładności,  $J_1, J_2$  - momenty bezwładności odpowiednio: zespołu wałka napędzającego i zespołu napędzanego wałka przekładni wraz z mechanizmem,  $\eta_c$  - chwilowa sprawność przekładni,  $M_c$  - zredukowany moment obciążenia silnika,  $M_1$  - opory ruchu wejściowego wałka przekładni,  $M_2$  - moment obciążenia wyjściowego wałka przekładni.

Przy wyznaczaniu zredukowanego momentu bezwładności określono jego średnią wartość, przyjmując upraszczające założenie, że zarówno przełożenie przekładni, jak i jej sprawność są stałe ( $i_c = \text{const}$ ,  $\eta_c = \text{const}$ ). W rzeczywistości jest inaczej, o czym świadczy występowanie błędu kinematycznego. Błąd ten wynika z niedokładności wykonania i montażu elementów przekładni. Przykładowy przebieg błędu kinematycznego wyznaczony doświadczalnie zamieszczono na rys.1 [1].



Rys.1. Przebieg kinematycznego błędu przekładni spiroidalnej w funkcji kąta obrotu wałka wejściowego (moment obciążenia  $M_2 = 1 \text{ N m}$ )

Fig.1. Position error of the spiroid gear versus number of revolutions of driving shaft (load torque  $M_2 = 1 \text{ N m}$ )

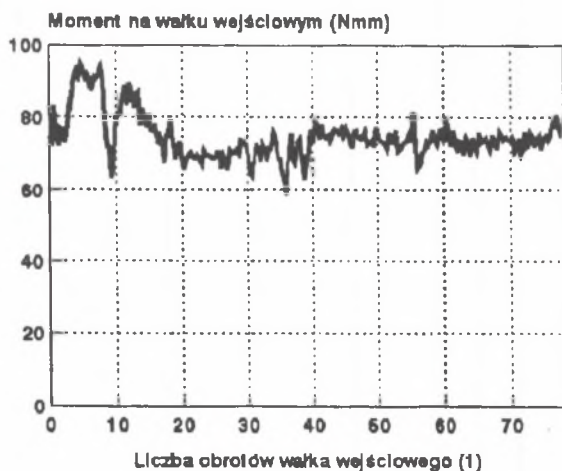
Do określenia zależności momentu obciążenia od kąta obrotu wejściowego wałka przekładni posłużono się widmową analizą przebiegu momentu (rys.2) zarejestrowanego w stanowisku badawczym [1]. Dzięki temu w modelu uwzględnione zostały wahania zarówno chwilowej sprawności, jak i przełożenia przekładni (wzór 4). Konieczne jednak było przyjęcie założenia, że wyznaczona zależność zachowuje swój przebieg niezależnie od prędkości obrotowej. Należy zaznaczyć, że rejestrację analizowanego przebiegu prowadzono przy niewielkiej prędkości wejściowego wałka przekładni wynoszącej 0,1 obr./min.

Wyniki analizy pozwoliły na zamodelowanie obciążenia, które opisano sumą ośmiu składników szeregu Fouriera (składowa stała + harmoniczne: 1, 2, 3, 4, 5, 9, 26). Nie podjęto interpretacji uzyskanych wyników, gdyż do tego konieczne jest poszerzenie wiedzy na temat technologii wykonania przekładni oraz wielokrotne powtórzenie doświadczeń wraz ze statystycznym opracowaniem ich rezultatów.

Program symulujący pracę rozpatrywanego układu napędowego został napisany w języku AMIL [3]. Wykorzystano przedstawiony wcześniej model magnetoelektrycznego silnika prądu stałego z wirnikiem bezrdzeniowym. Znajomość parametrów obciążenia pozwoliła na dobór mikrosilnika napędowego. Zaproponowano silnik ESCAP 36LT2R12-422SP, którego katalogowe dane wykorzystano jako współczynniki w równaniach modelu.

### 3. OCENA PRACY UKŁADU

Zbadano odpowiedź zamodelowanego układu na skok napięcia zasilania silnika. Uzyskane rezultaty (rys.3) ujawniły wpływ, jaki przekładnia wywiera na przebiegi wyjściowych wielkości zespołu napędowego.



Rys.2. Przebieg oporów ruchu przekładni w funkcji kąta obrotu wałka wejściowego (moment obciążenia  $M_2 = 1 \text{ N m}$ )

Fig.2. Input torque of the spiroid gear versus number of revolutions of driving shaft (load torque  $M_2 = 1 \text{ N m}$ )

Prosty sposób sterowania silnika polega na takim doborze stałego napięcia zasilania, aby uzyskać wymaganą prędkość wyjściowego wałka przekładni sprzęgniętego bezpośrednio z napędzanym mechanizmem. Postanowiono sprawdzić, jakie skutki dla pacy układu napędowego ma wartość napięcia sterującego. Do oceny odpowiedzi zaproponowano wykorzystanie kryteriów całkowych

$$I_{\omega} = \frac{\int_{t_p}^{t_k} \varepsilon_{\omega}(t) dt}{\int_{t_p}^{t_k} \omega(t) dt}, \quad I_{\varphi} = \frac{\int_{t_p}^{t_k} \varepsilon_{\varphi}(t) dt}{\int_{t_p}^{t_k} \varphi(t) dt}, \quad (5)$$

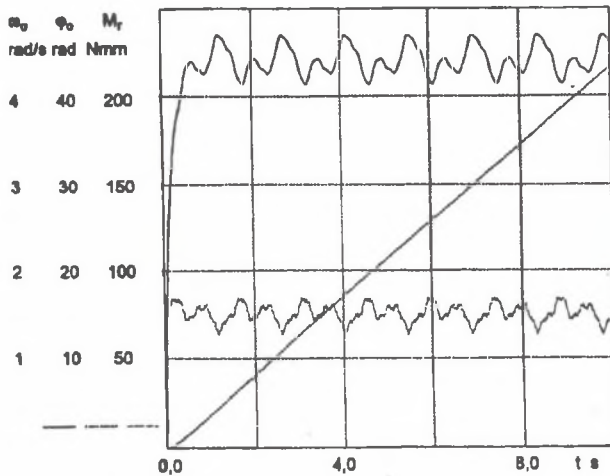
przy czym przez  $\varepsilon_{\omega}$  i  $\varepsilon_{\varphi}$  oznaczono chwilowe wartości dynamicznych błędów odpowiednio prędkości i kątownego położenia wyjściowego wałka przekładni opisane wzorami:

$$\varepsilon_{\omega}(t) = |\omega_o(t) - \omega_w(t)|, \quad \varepsilon_{\varphi}(t) = |\varphi_o(t) - \varphi_w(t)|, \quad (6)$$

zaś pozostałe oznaczenia to:  $\omega_o$ ,  $\varphi_o$  - chwilowa prędkość i chwilowe położenie kątowe wyjściowego wałka przekładni spiroidalnej,  $\omega_w$ ,  $\varphi_w$  - chwilowa prędkość i chwilowe położenie wyjściowego wałka przekładni wzorcowej (o stałym przełożeniu i stałej sprawności),  $t_p$ ,  $t_k$  - początkowa i końcowa chwile analizowanych przebiegów.

W celu uzyskania danych do wyliczenia powyższych kryteriów zasymulowano odpowiedzi silnika na skok napięcia o określonej wartości w dwu sytuacjach:

- analizowanej - gdy silnik sprzęgnięty jest z obciążoną przekładnią spiroidalną,
- wzorcowej - gdy do wałka silnika przyłożony jest stały moment hamujący wynikający ze zredukowania momentu obciążającego przekładnię.



Rys.3. Przykładowa odpowiedź układu napędowego na skok napięcia zasilania silnika uzyskana w wyniku symulacji komputerowej (silnik Escap 36LT2R12-422SP sprzęgnięty z przekładnią spiroidalną: napięcie zasilania  $U = 18$  V, moment obciążenia przekładni

$M_2 = 1$  N m, zredukowany moment bezwładności  $J_r = 300$  g cm<sup>2</sup>)

$t$  - czas,  $\omega_o$  - prędkość kątowa wałka wyjściowego,  $\phi_o$  - kątowe położenie wałka wyjściowego,  $M_r$  - moment obciążenia zredukowany do wałka silnika

Fig.3. Exemplary response of drive to the step of supply voltage as obtained in computer simulation (motor Escap 36LT2R12-422SP coupled to the spiroid gear: supply voltage

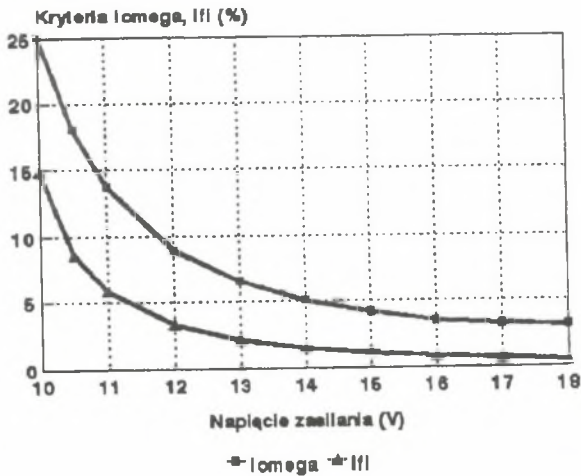
$U = 18$  V, load torque applied to the gear  $M_2 = 1$  N m, inertial load reduced to the motor shaft  $J_r = 300$  g cm<sup>2</sup>)

$t$  - time,  $\omega_o$  - angular velocity of output shaft,  $\phi_o$  - angular position of output shaft,  $M_r$  - load torque reduced to the motor shaft

W drugim przypadku modyfikacja programu symulacyjnego polegała na pominięciu okresowych składowych szeregu Fouriera tj. na pozostawieniu jedynie składowej stałej. Badania przeprowadzono przy napięciach zasilania silnika, poczynając od najmniejszego wynoszącego 10 V, przy którym możliwe jest pokonanie oporów modelowanego układu, a kończąc na znamionowym, równym 18 V. Wyniki analizy w postaci zależności obu kryteriów od napięcia sterującego przedstawiono na rys.4.

## 4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Realizacja zaplanowanego celu prac wymagała opracowania matematycznego modelu układu napędowego. Ograniczona wiedza na temat technologii wykonania przekładni spiroidalnej nie pozwoliła na analityczne wyznaczenie przebiegów chwilowego przełożenia i chwilowej sprawności w funkcji kąta obrotu wałka wejściowego. Tym samym niemożliwe było skorzystanie ze wzorów (3) i (4). Z tego powodu zdecydowano o doświadczalnym wyznaczeniu zależności: momentu obciążenia i momentu bezwładności zredukowanych do wałka silnika napędowego i podstawieniu ich do równań (1) i (2) modelu silnika. Komputerowa symulacja działania układu napędowego dostarczyła interesujących rezultatów. Na obecnym etapie prac rezultaty te należy traktować orientacyjnie, gdyż badania



Rys.4. Zależności kryteriów  $I_\omega$  i  $I_\phi$  oceny odpowiedzi układu napędowego od napięcia  $U$  zasilania silnika

Fig.4. Driving system evaluation criteria  $I_\omega$  and  $I_\phi$  versus supply voltage  $U$  of motor

doświadczalne dotyczyły jednego tylko egzemplarza przekładni spiroidalnej. Niemniej wykonane prace pozwalają na sformułowanie wniosku, że w eksperymentach symulacyjnych można posługiwać się zastępczym modelem układu napędowego, jeśli rozważania nie dotyczą bezpośrednio konstrukcyjnych cech napędzanych zespołów. Podejście takie ogranicza co prawda zakres analiz możliwych do przeprowadzenia, ale jednocześnie eliminuje niebezpieczeństwo pominięcia istotnych zjawisk zachodzących w badanej przekładni, zwłaszcza gdy znajomość tej przekładni jest niewystarczająca.

## LITERATURA

- [1] Oleksiuk W., Czerwiec W., Goldfarb W.: Badania spiroidalnej przekładni zębatej. Politechnika Warszawska. Prace Naukowe. Konferencje, z.3. Warszawa: OWPW, 1994
- [2] Oleksiuk W., Wierciak J.: The Effect of Working Characteristic of a Spiroid Transmission Gear on Performance of the DC Driver Motor. International Seminar on "Problems of the Dynamics of Machine Aggregates". Bratislava, Slovak Republic, 24-27 May 1994
- [3] Stabrowski M.: Język symulacji układów dynamicznych AMIL i jego otoczenie zintegrowane. Materiały sympozjum "Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych". Krynica 17-20.09.1991., s.72-78. Wydawnictwo AGH, Kraków, 1991

Recenzent: prof. dr hab. inż. A. Olędzki

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.