

Maria ZŁOCKA  
Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej  
Politechnika Warszawska

## DYNAMICZNE WŁASNOŚCI SAMOLOTU W DOWOLNYM RUCHU PRZESTRZENNYM

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono metody badania własności dynamicznych dowolnego, przestrzennego, symulowanego numerycznie ruchu samolotu. Zdefiniowano dla przyjętego modelu wielkości określające wybrane własności dynamiczne. Zastosowano w tym celu teorię wrażliwości.

## DYNAMIC CHARACTERISTICS OF AN AIRCRAFT DURING A GENERAL THREE DIMENTIONAL MOTION

**Summary.** Methods of investigation of dynamic characteristics of an aircraft are presented in the paper. A general motion of the aircraft is numerically simulated. A mathematical model of the motion is proposed. Some quantities describing the chosen dynamic properties are defined with the use of the sensitivity theory.

## ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА В ПРОИЗВОЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ДВИЖЕНИИ СОМОЛЕТА

**Резюме.** В статье представлено методы исследования динамических свойств для пространственного движения самолета. Обозначено величины определяющие выбранные динамические свойства для модели движения принятого в симуляции. Применено к этой цели теорию чувствительности.

### 1. WSTĘP

Współczesne samoloty wykonują manewry i figury akrobacyjne, które dotychczas były uważane za niebezpieczne i niedozwolone. Warunkiem dopuszczenia samolotu do lotu jest określenie własności dynamicznych wykonywanych manewrów, wyznaczenie dla wybranych figur akrobacyjnych granicznych parametrów ruchu, potwierdzonych badaniami w locie. Badanie własności dynamicznych pozwala na wyznaczenie ograniczeń użytkowych samolotu<sup>3</sup> ze względu na odporność fizyczną człowieka, wytrzymałość konstrukcji i warunki pracy instalacji silnika. Tradycyjnie badanymi własnościami ruchu są przeciążenie, stateczność i sterowność. Wielkości służące do oceny wspomnianych własności są określone dla ruchu ustalonego lub dla małych

zaburzeń od ruchu ustalonego.

Współczesna technika komputerowa zastosowana do symulacji numerycznej umożliwia badanie własności ruchu samolotu podczas wykonywania manewrów nietypowych i niebezpiecznych. Do oceny wspomnianego ruchu konieczne jest ponowne zdefiniowanie własności dynamicznych. W przypadku dowolnego ruchu przyjmuje się, że własność dynamiczna jest to wielkość określająca stan nieustalonego ruchu samolotu. Podobnie jak w przypadku ruchu zaburzonego w pracy zaproponowano określenie wielkości charakteryzujących stateczność, sterowność i przeciążenie dla wybranych manewrów. Zaproponowano do tego celu zastosowanie między innymi teorii wrażliwości.

## 2. OPIS MODELU

Samolot w przyjętym modelu jest nieodkształcalny i spełnia standardowe założenia mechaniki lotu czynione dla modelu nieliniowego [1,4]. Sterowanie ruchem odbywa się przez zmianę położenia powierzchni sterowych i zmianę ciągu silników. Równania ruchu samolotu dla dowolnego przestrzennego ruchu (również dla ponadkrytycznych kątów natarcia) wyprowadzone w układzie sztywno związanym z samolotem [4] mają postać:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

gdzie:  $\mathbf{x} = [U, V, W, P, Q, R, \theta, \phi, \psi, h]^T$  jest wektorem stanu, w którym współrzędne to kolejno współrzędne wektora prędkości, prędkości kątowej samolotu, kąty Eulera i wysokość lotu;

$\mathbf{u} = [\delta_H, \delta_L, \delta_V, T]^T$  jest wektorem sterowania, w którym kolejno występują kąty wychylenia steru wysokości, lotek, steru kierunku i ciąg silnika;

współrzędne wektora  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  są nieliniowymi funkcjami współrzędnych wektora stanu  $\mathbf{x}$  [4];

elementy macierzy  $\mathbf{A}$  są również funkcjami współrzędnych wektora stanu.

## 3. BADANIE WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH

Bezpieczeństwo wykonywanych manewrów zależy od przeciążenia działającego na samolot. Dla każdej klasycznej figury akrobacyjnej określone są graniczne wartości dopuszczalnego przeciążenia ze względu na wytrzymałość konstrukcji, wytrzymałość pilota i pracę napędu. Tradycyjne określenie przeciążenia jako stosunku siły aerodynamicznej do ciężaru samolotu w przypadku przestrzennego ruchu samolotu nie

może być stosowane.

Proponuje się zatem wprowadzenie wektora przeciążenia  $\mathbf{n} = [n_x, n_y, n_z]^T$ , którego współrzędne są następujące:

$$n_x = (\dot{U} - RW + QV) / g - \sin \Theta ,$$

$$n_y = (\dot{V} - PW + RU) / g - \cos \Theta \sin \Phi , \quad (2)$$

$$n_z = (\dot{W} - UQ + VP) / g - \cos \Theta \cos \Phi ,$$

gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim.

Zgodnie z powyższym stan nieważkości występuje wówczas, gdy wszystkie współrzędne wektora (2) są równe zero.

Drugą najczęściej badaną własnością dynamiczną jest stateczność ruchu. Pojęcia stateczności np. w sensie Lapunowa i w sensie Lagrange'a, nawet zmodyfikowane i rozszerzone, są trudne do zastosowania w przypadku nieustalonego ruchu ze względu na nieliniowy charakter układu równań (1) i ich numeryczne rozwiązanie. W związku z powyższym proponuje się zastosowanie stateczności technicznej. Przyjmuje się, że układ jest stateczny technicznie, jeżeli  $\mathbf{x}(t)$  rozwiązania układu (1) dla skończonego czasu  $\tau$  pozostają w obszarze  $\Omega$ , który zawiera się w pewnym obszarze  $\Sigma$ . Zakłada się, że spełnione są założenia istnienia i jednoznaczności rozwiązań w obszarze  $\Sigma$ , a stałe działające zaburzenia dla dopuszczalnych zmian wartości początkowych spełniają nierówność

$$\|\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t)\| \leq \Lambda .$$

W praktyce sprowadza się to do śledzenia przebiegu rozwiązań  $\mathbf{x}(t)$  w zakresie  $t \in [0, \tau]$  dla szeregu wybranych warunków początkowych. W pracy zaproponowano również dołączenie do układu (1) równań określających wrażliwość rozwiązań  $\mathbf{x}(t)$  na zmianę warunków początkowych [4] w postaci:

$$\dot{\mathbf{v}}_j = \mathbf{B}\mathbf{v}_j , \quad \mathbf{v}_j = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x_{0j}} , \quad (3)$$

gdzie elementy macierzy  $\mathbf{B}$  są następujące:

$$b_{kl} = \frac{\partial f_k}{\partial x_l} + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial a_{ki}}{\partial x_l} * u_i(t) , \quad (k, l = 1 \dots 9) .$$

Rozwiązania równań (3) nazywane funkcjami wrażliwości ułatwiają wyznaczenie warunków początkowych, dla których rozwiązania mogą być niestateczne technicznie.

Zastosowanie teorii wrażliwości w pracy proponuje się również do określenia sterowności dla przestrzennego nieustalonego ruchu samolotu. Poprzez analogię do pojęć sterowności statycznej i ruchu ustalonego [1] sterowność określona została jako zdolność reagowania samolotu na zmianę położenia powierzchni sterowych. W związku z tym wielkości określające sterowność zależą od siły aerodynamicznej  $F$ , ciągu silnika  $T$ , masy  $m$  samolotu. Są one zdefiniowane następująco:

$$\frac{\partial n_j}{\partial \delta_i} = \frac{1}{mg} \left( \frac{\partial F_j}{\partial \delta_i} + \frac{\partial T_j}{\partial \delta_i} \right), \quad (j=x,y,z), \quad (i=H,L,V). \quad (4)$$

Ponieważ  $F = F(x)$  i  $T = T(x)$ , powyższą zależność można przekształcić do postaci:

$$\frac{\partial n}{\partial \delta_i} = \frac{1}{mg} \left( \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial x} \right) * \Phi_i, \quad \Phi_i = \frac{\partial x}{\partial \delta_i}, \quad (i=H,V,L). \quad (5)$$

Występujący w wzorze (5) wektor funkcji wrażliwości  $\Phi$  jest również wielkością określającą sterowność samolotu. Wyznacza się go poprzez rozwiązanie równań wrażliwości [3,4].

Opisane wyżej własności dynamiczne są zwykle badane dla wszystkich klasycznych figur akrobacyjnych. Niektóre manewry wymagają zdefiniowania nowych wielkości określających własności dynamiczne. Dotyczy to między innymi stanów przed przeciągnięciem. Warunki dopuszczenia samolotu do lotu zawierają żądanie, aby "zachowanie" samolotu ostrzegało pilota przed przeciągnięciem. Takie "zachowanie" jest to ruch samolotu zwany wing-rock [2] (machanie skrzydłami, drgania poprzeczne na dużych kątach natarcia) i jest to jednocześnie własność dynamiczna ruchu samolotu na dużych kątach natarcia. Wing-rock modeluje się przez uproszczenie układu (1) do jednego stopnia swobody opisanego przez kąt przechylenia  $\beta$ , lub do trzech stopni swobody opisanych przez kąt ślizgu  $\beta$ , kąt przechylenia  $\beta$  i kąt odchylenia  $\Psi$ . Układ (1) przekształca się do układu równań nieliniowych opisujących drgania nieliniowe z cyklem granicznym. Wielkościami określającymi tę własność dynamiczną jest amplituda cyklu granicznego i okres drgań.

## LITERATURA

- [1] Etkin B.: Dynamics of Atmosphere Flight, John Wiley Sohns, Inc., New York, London, Sydney, Toronto 1972.
- [2] Chung-Hao Hsu, Lan C. E.: Theory of Wing Rock, J. Aircraft, Vol. 22 No. 10, 1985, s 920-924.
- [3] Tomović R., Vukobratović M.: General Sensitivity Theory, AEPC, New York 1972.
- [4] Złocka M.: O pewnej metodzie uproszczania modelu ruchu samolotu, IV Ogólnopolska Konferencja "Mechanika w Lotnictwie", Warszawa 1992, s 39-52.

Badania zrealizowano w ramach projektu Nr 7 S101 050 06 finansowanego w 1994 r przez Komitet Badań Naukowych.

Recenzent: prof. dr hab. inż. J. Maryniak

Wpłynęło do Redakcji w grudniu 1994 r.