

Ryszard JANECKI

Marek ROŻNOWSKI

Instytut Transportu Kolejowego  
Politechniki Śląskiej

#### OPTIMALIZACJA ROZMIESZCZENIA STACJI I PUNKTÓW ŁADUNKOWYCH W REJONIE SIECI KOLEJOWEJ

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono koncepcję optymalizacji rozmieszczenia stacji i punktów ładunkowych w rejonie sieci kolejowej. Celem optymalizacji jest wyznaczenie takiego rozmieszczenia wymienionych punktów transportowych w rejonie, aby suma kosztów obsługi procesów ładunkowych w tych punktach była minimalna.

Przedmiotem optymalizacji jest model rejonu sieci kolejowej, w którym wyróżniono stacje i punkty ładunkowe oraz użytkowników transportu kolejowego.

W artykule zaprezentowano również założenia budowy modelu, zasady optymalizacji, funkcję kryterium oraz matematyczne sformułowanie zadania optymalizacyjnego. To ostatnie jest zadaniem kombinatorycznym w grafie opisującym rejon sieci kolejowej. W procedurze rozwiązania tego zadania wykorzystano technikę podziału i ograniczeń (branch and bound).

#### WPROWADZENIE

Obserwowaną tendencją w organizacji przewozów kolejowych jest rozszerzenie w praktyce eksploatacyjnej zorganizowanych form przewozów w pociągach marszrutowych i wahadłowych oraz grupach wagonowych. Kierunki rozwoju technologii przewozów towarowych, a także wymagania w zakresie mechanizacji czynności ładunkowych oraz racjonalizacji wykorzystania współpracującego z transportem kolejowym transportu samochodowego, stymulują konieczność wdrożenia do praktyki eksploatacyjnej takiej organizacji procesów ładunkowych, która prowadzić powinna do koncentracji prac ładunkowych na mniejszej liczbie stacji i punktów ładunkowych.

Powstaje wobec tego konieczność udzielenia odpowiedzi na pytanie: które stacje ładunkowe z dotychczas eksploatowanych w zakresie obsługi procesów ładunkowych należy zamknąć dla obsługi tych czynności. Jest to równoznaczne z określeniem tych punktów ładunkowych, które zaprzestaną obsługi dotychczasowych swoich użytkowników.

W wyniku optymalizacji zamierza się otrzymać takie rozmieszczenie stacji i punktów ładunkowych, przy którym nakłady na obsługę procesów ładunkowych na tych stacjach i punktach będą dla całego rejonu sieci kolejowej minimalne. Przy tym na sieci danego rejonu powinny pozostać tylko te sta-

cje i punkty ładunkowe, które charakteryzują się najkorzystniejszym w skali rejonu poziomem wyposażenia technicznego oraz warunkami eksploatacyjnymi i otoczenia.

Przedmiotem optymalizacji jest model rejonu sieci kolejowej, w którym dane jest usytuowanie stacji i obsługiwanych przez nie punktów ładunkowych. Oprócz określenia struktury przestrzennej podaży usług w zakresie obsługi procesów ładunkowych, w modelu określa się również rodzajowy i ilościowy zakres prac ładunkowych każdego elementu tej struktury. Natomiast dla współpracującego w tym zakresie transportu samochodowego przedstawia się wielkość pracy przewozowej i przestrzenny zakres obsługi.

Model odnosić się może do różnie wyodrębnionych rejonów sieci kolejowej bądź to tworzonych w oparciu o zasady organizacji ruchu kolejowego, wynikających z obszarów ciężenia do stacji rozrządowych, czy też podziału administracyjnego sieci kolejowej itp.

W zakres optymalizacji wchodzi proces ładunkowy oraz te fazy procesu transportowego, które wiążą się bezpośrednio z procesem ładunkowym - w transporcie kolejowym będzie to przesłanie w granicach danego, rozważanego rejonu, w transporcie samochodowym dowóz i odwóz do i z kolejowych punktów ładunkowych.

## 1. ZAŁOŻENIA BUDOWY MODELU

Założenia budowy modelu podzielono na dwie grupy. Pierwsza z nich dotyczy wewnętrznych czynników procesu ładunkowego, druga czynników zewnętrznych. Pierwszą grupę założeń sformułowano następująco:

- wykorzystując skwantyfikowanie cech technicznych, eksploatacyjnych i otoczenia danych stacji ładunkowych można każdą z nich zaliczyć do kategorii A lub B;
  - stacje ładunkowe kategorii A są to wszystkie stacje ładunkowe uznane za niezbędne do obsługi procesów ładunkowych; stacje tej kategorii powinny charakteryzować się następującymi, zasadniczymi cechami:
- 1) wielkość pracy ładunkowej powinna uzasadniać celowość otwarcia stacji dla obsługi procesów ładunkowych; w niniejszym artykule próg obciążenia pracą ładunkową przyjęto w wysokości  $X = 50$  tye. ton/rok,
  - 2) wyposażenie techniczne i warunki eksploatacyjne powinny być dostosowane do wykonywanych zadań lub też istnieć muszą warunki umożliwiające modernizację niezbędnych do obsługi procesów ładunkowych elementów stacji,
  - 3) powinny istnieć warunki do przejęcia przez stację obsługi użytkowników transportu kolejowego z innych stacji ładunkowych;
- stacje ładunkowe kategorii B są to wszystkie stacje ładunkowe nie zaliczone do stacji kategorii A, podlegające rozpatrzeniu celowości otwarcia dla obsługi procesów ładunkowych;

- na stacjach rozważanego rejonu sieci kolejowej usytuowane są dwa rodzaje punktów ładunkowych:
  - . dostępna dla każdego użytkownika transportu kolejowego (tory ładunkowe ogólnego użytku),
  - . dostępne wyłącznie dla określonych użytkowników transportu kolejowego (bocznice zbiorcze i bocznice);
- zapotrzebowanie na odprawę ładunków wszystkich użytkowników punktów ładunkowych stacji kategorii B w danym rejonie sieci nie może przekraczać zdolności ładunkowej wszystkich tych punktów ładunkowych, które mogą przyjąć ich obsługę, usytuowanych na stacjach tego rejonu;
- obciążenie pracą ładunkową każdego punktu ładunkowego nie może być większe od jego zdolności ładunkowej;
- dana stacja może spełniać funkcję zastępczej stacji ładunkowej, jeżeli punkty ładunkowe usytuowane na tej stacji posiadają rezerwy zdolności ładunkowej;
- w każdym punkcie ładunkowym możliwe jest wykonywanie dowolnych operacji ładunkowych; operacjom tym może podlegać każdy rodzaj ładunku dotychczas obsługiwany w danym punkcie ładunkowym.

W zakresie czynników zewnętrznych procesu ładunkowego oddzielnie sformułowano założenia odnoszące się do otoczenia transportowego oraz te, które dotyczą sfery pozatransportowego otoczenia procesu ładunkowego.

Przyjęto następujące założenia odnoszące się do otoczenia transportowego procesu ładunkowego:

- model nie obejmuje problemów dotyczących techniczno-eksploatacyjnych aspektów pracy pociągowej i sanawrowej w transporcie kolejowym,
- w dowozach (odwozach) ładunków do kolejowych punktów ładunkowych uczestniczy wyłącznie transport samochodowy; ustala się przy tym, że przestrzenny zakres realizowanych zadań nie powinien przekraczać określonej odległości - nazwanej średnim promieniem obsługi przez transport samochodowy POS = 15 km,
- model nie stwarza żadnych barier w zakresie wyposażenia stacji w urządzenia techniczne, wykorzystywania w przewozach odpowiedniej liczby i rodzaju taboru kolejowego oraz w zatrudnianiu potrzebnej liczby pracowników o wymaganych kwalifikacjach.

W zakresie założeń dotyczących sfery pozatransportowego otoczenia procesu ładunkowego przyjęto co następuje:

- zapotrzebowanie na odprawę ładunków powstaje u użytkowników transportu kolejowego; użytkownicy ze stacji kategorii A są obsługiwani nadal wyłącznie w dotychczasowych punktach ładunkowych, natomiast użytkownicy ze stacji kategorii B mogą korzystać z dotychczasowych punktów ładunkowych w przypadku, gdy dana stacja pozostanie do obsługi procesów ładunkowych lub z torów ogólnego użytku i bocznic zbiorczych na zastępczych stacjach ładunkowych,

- każdy użytkownik transportu kolejowego obsługiwany jest wyłącznie w jednym punkcie ładunkowym,
- istniejące powiązania nadawców z odbiorcami ładunków zarówno pod względem ilościowym, rodzajowym, jak i przestrzennym zakłada się, że są racjonalne i jako takie przyjmuje się do modelu.

## 2. ZASADY OPTIMALIZACJI ROZMIESZCZENIA STACJI I PUNKTÓW ŁADUNKOWYCH

Sformułowane zasady optymalizacji dotyczą następujących problemów:

- określenia podstawowego elementu budowanego modelu (czy ma nim być stacja ładunkowa, czy punkt ładunkowy),
- podziału użytkowników transportu kolejowego ze stacji kategorii B na odpowiednie grupy,
- określenia dla użytkowników transportu kolejowego ze stacji kategorii B sposobów przenoszenia ładunków na zastępcze stacje i punkty ładunkowe.

Przyjęto następujące zasady optymalizacji rozmieszczenia stacji i punktów ładunkowych w rejonie sieci kolejowej:

- rozpatrywać należy zamknięcie dla obsługi procesów ładunkowych wyłącznie stacji ładunkowych, a nie poszczególnych punktów ładunkowych;
- możliwe jest zagregowanie użytkowników torów ogólnego użytku ze stacji kategorii B w określone grupy, charakteryzujące się następującymi cechami:
  - . nadawanie lub przyjmowanie podobnych rodzajów ładunków,
  - . identyczna odległość dowozu (odwozu) transportem samochodowym do dotychczasowych torów ogólnego użytku jak również do zastępczych punktów obsługi;
- użytkownicy danej bocznicy zarówno na stacjach kategorii A, jak i B stanowią jedną grupę użytkowników;
- w zakresie przenoszenia ładunków na zastępcze punkty ładunkowe:
  - . obsługiwany ładunek przenosi się na zastępczy punkt ładunkowy odprawiający ten sam rodzaj ładunków,
  - . zastępczy punkt ładunkowy musi być dostępny od strony transportu samochodowego,
  - . odległość dowozu (odwozu) taborem samochodowym do i od zastępczego punktu obsługi nie jest większa od przyjętego średniego promienia obsługi przez transport samochodowy,
  - . zdolność ładunkowa zastępczego punktu obsługi nie jest mniejsza od potrzeb w zakresie pracy ładunkowej dotychczasowych użytkowników oraz użytkowników przenoszonych ze stacji kategorii B,
  - . obciążenie pracą ładunkową zastępczej stacji obsługi, na której usytuowany jest zastępczy punkt ładunkowy nie może być mniejsze od obciążenia uzasadniającego celowość otwarcia stacji dla obsługi procesów ładunkowych.

## 3. KRYTERIUM OPTIMALIZACJI ROZMIESZCZENIA STACJI I PUNKTÓW ŁADUNKOWYCH

Jako kryterium oceny wariantów rozmieszczenia stacji i punktów ładunkowych w danym rejonie sieci kolejowej uzyskiwanych ze pomocą procedury optymalizacyjnej opisanej w punkcie 6 niniejszego artykułu, przyjęto nakłady umownej pracy transportu bez ekwiwalentu dodatkowego lub z ekwiwalentem dodatkowym.

Umowną pracą transportu bez ekwiwalentu dodatkowego nazywa się: sumę pracy przewozowej transportu kolejowego i samochodowego uczestniczących w obsłudze procesów ładunkowych na stacjach i punktach ładunkowych danego rejonu sieci kolejowej w danym okresie czasu.

Umowną pracą transportu kolejowego z ekwiwalentem dodatkowym nazywa się: sumę pracy przewozowej transportu kolejowego i samochodowego uczestniczących w obsłudze procesów ładunkowych na stacjach i punktach ładunkowych danego rejonu sieci kolejowej w danym okresie czasu powiększoną o dodatkowy ekwiwalent uwzględniający czas pracy taboru wagonowego i samochodowego na stacjach i punktach tego rejonu i w tym samym czasie przy realizacji procesów ładunkowych, przeliczony na pracę przewozową.

Wielkość umownej pracy transportu bez ekwiwalentu dodatkowego lub z ekwiwalentem dodatkowym wyraża się w umownych netto-tonokilometrach.

Wybór kryterium naturalnego uznano za celowy ze względu na:

- istnienie dużej liczby wielorakich czynników oddziałujących na procesy ładunkowe i trudności w ich skwantyfikowaniu bądź niemożność jej dokonania,
- jednoczesne spełnienie wszystkich kryteriów jest niemożliwe w sensie ich maksymalizacji lub minimalizacji,
- brak pełnowartościowego miernika syntetycznego, szczególnie do oceny rozwiązań międzygałęziowych,
- specyfikę procesów ładunkowych i specyfikę ich obsługi przez transport kolejowy i samochodowy,
- praktycznie nie istniejącą możliwość ustalenia ściślejszych danych pozwalających na zastosowanie kryterium wartościowego (ewidencjonowane koszty własne nie odzwierciedlają wszystkich nakładów związanych z obsługą kolejową i samochodową punktów ładunkowych, z pracą tych punktów i działalnością spedycyjną; poziom kosztów własnych procesu ładunkowego dla poszczególnych stacji ładunkowych jest nieporównywalny).

Zdefiniowana umowna praca transportu nie jest złożona z wielkości jednorodnych - nie jest zatem wielkością addytywną. łączy się to ściśle z jakościową wieloznacznością pracy przewozowej polegającą na jej podziale na pracę transportu kolejowego i samochodowego, zróżnicowaniu transportu kolejowego pod względem rodzaju pociągów obsługujących stacje ładunkowe, rodzaju trakcji oraz rodzaju punktów ładunkowych jak również zróżnicowaniu w zakresie środków taborowych transportu samochodowego.

Dla uzyskania sumowalności poszczególnych składników funkcji kryterium wykorzystano w obliczeniach wskaźniki energochłonności w przewozach towarowych. Określają one jednostkowe zużycie energii końcowej w gramach paliwa umownego przypadającego na 1 tonokilometr pracy przewozowej.

Jako jednostkę umowną pracy transportu przyjęto, jak podano uprzednio, umowy netto - tonokilometr. Jeden umowy ntkm jest to wielkość pracy przewozowej w transporcie kolejowym lub samochodowym, na której wykonanie zużywa się 5 gramów paliwa umownego energii końcowej. W oparciu o podaną definicję umownego ntkm, dla poszczególnych jakościowych wyznaczników pracy przewozowej obliczono współczynniki przeliczeniowe ntkm na jednostki umowne. Wyniki przedstawiono w tabelicy 3.1.

Tabela 3.1

Współczynniki przeliczeniowe pracy przewozowej wyrażonej w netto-tonokilometrach rzeczywistych na przyjętą jednostkę umowną - umowy netto-tonokilometr

Rodzaj gałęzi transportu	Jakościowe wyznaczniki pracy przewozowej		Rzeczywisty wskaźnik energochłonności <sup>1)</sup> w [g p.u./1 tonoka]	Współczynnik przeliczeniowy na umowy ntkm	Współczynnik przeliczeniowy przyjęty do obliczeń funkcji kryterium
	rodzaj trakcji lub rodzaju taboru samochodowego	rodzaj pociągów			
1	2	3	4	5	6
Transport kolejowy	spalinowa	bezpoór.	14,486	2,897	3,0
	elektryczna		7,255	1,451	1,5
	spalinowa	dowozowo- odwozowe	16,064	3,213	3,5
	elektryczna		7,536	1,507	1,5
	parowa	obsługa punktów ładunkowych	57,413	11,482	11,5
	spalinowa		16,064	3,213	3,5
	średnio w transporcie kolejowym			16,813	3,363
Transport samochodowy	samochód benzynowy	-	180,066	36,173	36,0
	samochód wysokoprężny	-	59,310	11,862	12,0
	średnio w transporcie samochodowym			123,580	24,716

<sup>1)</sup> Zużycie jednostkowe energii końcowej w 1975 roku.

Ostatecznie wielkości umownej pracy transportu oblicza się z następujących wzorów:

$$P1[i, j, s] = L_{ijs}^k \cdot M_i \cdot A_{ijs}^k + L_{ijs}^{kb} \cdot M_i \cdot A_{ijs}^{kb} + L_{ijs}^s \cdot M_i \cdot A^s \quad (3.1)$$

gdzie:

- $P1[i, j, s]$  - umowna praca transportu bez ekwiwalentu dodatkowego wynikająca z obsługi i-tego użytkownika transportu kolejowego w j-tym punkcie ładunkowym usytuowanym na s-tej stacji,
- $L_{ijs}^k$  - średnia odległość przemieszczania transportem kolejowym ładunków odprawianych przez i-tego użytkownika w granicach danego rejonu sieci kolejowej,
- $M_i$  - ilość ładunków odprawiana przez i-tego użytkownika transportu kolejowego,
- $A_{ijs}^k$  - współczynnik przeliczeniowy rzeczywistych ntkm w transporcie kolejowym wynikających z obsługi i-tego użytkownika w j-tym punkcie ładunkowym usytuowanym w s-tej stacji,
- $L_{ijs}^{kb}$  - odległość przemieszczania transportem kolejowym z torów stacyjnych na j-ty punkt ładunkowy,
- $A_{ijs}^{kb}$  - współczynnik przeliczeniowy rzeczywistych ntkm wynikających z przemieszczania ładunków transportem kolejowym z torów stacyjnych s-tej stacji na j-ty punkt ładunkowy na umowne ntkm,
- $L_{ijs}^s$  - odległość dowozu (odwozu) ładunków odprawianych przez i-tego użytkownika transportem samochodowym do j-tego punktu ładunkowego usytuowanego na s-tej stacji,
- $A^s$  - współczynnik przeliczeniowy rzeczywistych ntkm w transporcie samochodowym na jednostkę umowną.

$$P2[i, j, s] = L_{ijs}^k \cdot M_i \cdot A_{ijs}^k + L_{ijs}^s \cdot M_i \cdot A^s + W^k \cdot R^k \cdot T_{ijs}^k \cdot W_i + A^s \cdot R^s \cdot C^s \cdot T_{ijs}^s \cdot W_i \quad (3.2)$$

gdzie:

- $P2[i, j, s]$  - odpowiednie nakłady umownej pracy transportu z ekwiwalentem dodatkowym,
- $W^k$  - średni dla transportu kolejowego współczynnik przeliczeniowy rzeczywistych ntkm na jednostki umowne,
- $R^k$  - równoważnik w ntkm rzeczywistych jednej wagonogodziny postoju wagonu towarowego,
- $T_{ijs}^k$  - średni czas pobytu na s-tej stacji ładunkowej wagonu odprawianego przez i-tego użytkownika w j-tym punkcie ładunkowym usytuowanym na s-tej stacji,

- $W_1$  - ilość ładunków w wagonach odprawiana przez 1-tego użytkownika,  
 $A^s$  - średni dla transportu samochodowego współczynnik przeliczeniowy rzeczywistych ntkm na jednostki umowne,  
 $R^s$  - równoważnik w ntkm rzeczywistych jednej wozogodziny postoju taboru samochodowego pod czynnościami ładunkowymi,  
 $C^s$  - współczynnik wykorzystania czasu pracy taboru samochodowego obsługującego procesy ładunkowe,  
 $T_{ijs}^s$  - średni czas pracy taboru samochodowego obsługującego dowóz (odwóz) ładunków odprawianych przez 1-tego użytkownika w j-tym punkcie ładunkowym usytuowanym na s-tej stacji, przypadający na 1 wagon podlegający czynnościom ładunkowym.

#### 4. MODEL MATEMATYCZNY REJONU SIĘCI KOLEJOWEJ

Model rejonu sieci kolejowej będący przedmiotem optymalizacji można przedstawić w postaci grafu:

$$R = \langle W, \xi \rangle$$

gdzie:

$W$  - jest zbiorem wierzchołków grafu i składa się z czterech rozłącznych podzbiorów -  $U$ ,  $P$ ,  $SA$ ,  $SB$  reprezentujących:

$U$  - użytkowników punktów ładunkowych stacji kategorii  $B$  w rejonie,

$P$  - punkty ładunkowe w rejonie,

$SA$  - stacje kategorii  $A$ ,

$SB$  - stacje kategorii  $B$ ,

$\xi$  - jest zbiorem łuków i składa się z dwóch rozłącznych podzbiorów  $\xi U$  i  $\xi P$ .

Łuki należące do podzbioru  $\xi U$  są określone w zbiorze  $U \times P$ . Jeśli łuk  $(u, p) \in \xi U$ , oznacza to, że jest możliwa obsługa użytkownika  $u$  w punkcie ładunkowym  $p$ .

Łuki należące do podzbioru  $\xi P$  są określone w zbiorze  $P \times (SA \cup SB)$ . Jeśli łuk  $(p, s) \in \xi P$ , oznacza to, że w rozpatrywanym rejonie punkt ładunkowy  $p$  znajduje się na stacji kategorii  $A$  -  $s \in SA$ , względnie kategorii  $B$  -  $s \in SB$ .

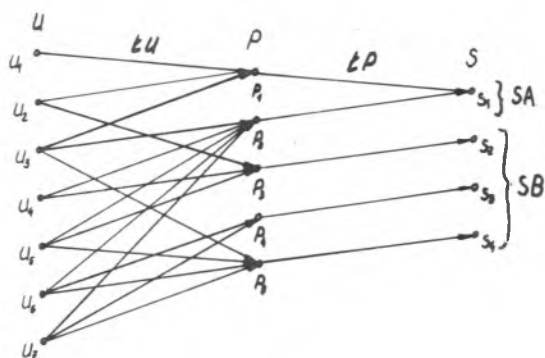
Każdemu wierzchołkowi  $u \in U$  przypisuje się wielkość  $z(u)$ , która reprezentuje zapotrzebowanie odpowiedniego użytkownika na odprawę ładunków, mierzone w tysiącach ton/rok.

Każdemu wierzchołkowi  $p \in P$  przypisuje się wielkość  $r(p)$ , reprezentującą rezerwę zdolności ładunkowej odpowiedniego punktu ładunkowego, dzięki której można na tym punkcie przyjąć do obsługi dodatkowych użytkowników.



Każdemu łukowi  $(u,p) \in \text{ŁU}$  przypisane zostają wielkości  $P1(u,p)$  względnie  $P2(u,p)$  - obliczone za pomocą formuły (3.1) względnie (3.2), a reprezentujące nakłady związane z odprawą ładunków użytkownika  $u$  w punkcie ładunkowym  $p$ . Ponadto każdemu łukowi  $(u,p) \in \text{ŁU}$  zostaje przypisana wielkość  $l(u,p)$  - reprezentujące odległość przewozu ładunków transportem samochodowym między użytkownikiem  $u$  a punktem ładunkowym  $p$ .

Przykład grafu będącego modelem rejonu sieci kolejowej przedstawiono na rysunku 4.1.



Rys. 4.1. Przykładowy graf modelu rejonu sieci kolejowej

## 5. SFORMUŁOWANIE ZADANIA OPTYMALIZACYJNEGO

Cel i zasady optymalizacji zostały opisane w punktach 1 i 2, natomiast tu przedstawiono sformułowanie zadania optymalizacyjnego realizującego opisane cele i zasady przy wykorzystaniu elementów przedstawionego w punkcie 4 niniejszego artykułu modelu rejonu sieci kolejowej.

Rozpoczęto od wprowadzenia dodatkowych a przydatnych symboli oraz pojęć.

Niech  $P_U$  będzie zbiorem wierzchołków  $p \in P$  połączonych z jednym wierzchołkiem  $u \in U$  łukami należącymi do zbioru  $\text{ŁU}$

$$P_U = \left\{ p : \forall (u,p) \in \text{ŁU} \right\}$$

Przykładowo, w grafie przedstawionym na rysunku 4.1 zbiór  $P_{u5}$  zawiera wierzchołki  $p_2, p_3$  i  $p_5$ . W danym rejonie sieci kolejowej zbiór  $P_U$  reprezentuje zbiór punktów ładunkowych, na których może być obciążony użytkownik  $u$ .

Niech  $U_p$  będzie zbiorem wierzchołków  $u \in U$  połączonych z jednym wierzchołkiem  $p \in P$  łukami należącymi do zbioru  $\text{ŁU}$

$$U_p = \{u: V(u,p) \in \zeta U\}$$

W grafie przedstawionym na rysunku 4.1, zbiór np.  $U_{p_1}$  zawiera wierzchołki  $u_1, u_2$  i  $u_3$ .

Niech  $P_s$  będzie zbiorem wierzchołków  $p \in P$  połączonych z jednym wierzchołkiem  $s$  łukami należącymi do zbioru  $\zeta P$

$$P_s = \{p: V(p,s) \in \zeta P\}$$

Wprowadzono jeszcze pojęcie kategorii wierzchołka. Wierzchołkiem kategorii  $A$  nazywa się wierzchołek  $p \in P$  reprezentujący punkt ładunkowy usytuowany na stacji kategorii  $A$ .

$$p \in \text{Kat. } A \iff (V(p,s) \in \zeta P \text{ i } s \in SA)$$

Analogicznie wierzchołkiem kategorii  $B$  nazywa się wierzchołek  $p \in P$  reprezentujący punkt ładunkowy usytuowany na stacji kategorii  $B$ .

$$p \in \text{Kat. } B \iff (V(p,s) \in \zeta P \text{ i } s \in SB)$$

Na koniec określono pojęcie przydziału i przydziału dopuszczalnego.

Przydziałem nazywa się podgraf  $R^*$  grafu  $R$  zbudowany w następujący sposób:

- dla każdego wierzchołka  $u \in U$  z odpowiadającemu mu zbioru  $P_u$  wybiera się jeden wierzchołek  $p$ , otrzymując w ten sposób podzbiór  $P^* \subset P$
- wierzchołki  $p \in P^*$  wyznaczają podzbiory  $\zeta U^* \subset \zeta U$  i  $\zeta P^* \subset \zeta P$

$$\zeta U^* = \{(u,p): p \in P_u \text{ i } p \in P^*\}$$

$$\zeta P^* = \{(p,s): p \in P^*\}$$

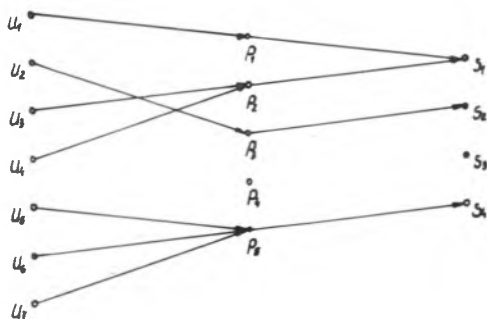
- łuki z podzbioru  $\zeta P$  wyznaczają podzbiory  $SA^*$  i  $SB^*$

$$SA^* = \{s: s \in SA \text{ i } V(p,s) \in \zeta P^*\}$$

$$SB^* = \{s: s \in SB \text{ i } V(p,s) \in \zeta P^*\}$$

Przykład podgrafu  $R$  będącego przydziałem w grafie z rysunku 4.1, przedstawiono na rysunku 5.1.

Przydziałem dopuszczalnym będzie nazywać się podgraf  $R_d^*$  grafu  $R$  będący przydziałem, którego elementy spełniają dodatkowo warunki:



Rys. 5.1. Przykładowy graf przydziału w modelu rejonu sieci kolejowej

- A) - dla każdego łuku  $(u,p) \in \mathcal{L}U^*$   $l(u,p) \leq POS$ ,  
 a jeśli łuk  $(u,p) \in \mathcal{L}U^*$  i  $l(u,p) > POS$ ,  
 to musi być spełniony dodatkowy warunek:

$$l(u,p) = \min \left\{ l(u,p) : p \in P \text{ i } p \in \text{Kat. A} \right\},$$

- B) - dla każdego wierzchołka  $p \in P^*$

$$\sum_{u \in U_p^*} z(u) \leq r(p),$$

gdzie:

$$U_p^* = \left\{ u : v(u,p) \in \mathcal{L}U^* \right\}$$

- C) dla każdego wierzchołka  $s \in SB^*$

$$\sum_{p \in P_s^*} \sum_{u \in U_p^*} z|u| \geq x$$

gdzie:

$$P_s^* = \left\{ p : v(p,s) \in \mathcal{L}P^* \right\}$$

Jeśli zbiór  $P$  zawiera wyłącznie wierzchołki kategorii A, to aby przydział  $R$  był dopuszczalny, wystarczy spełnianie warunków A i B.

Warunek A oznacza, że przydział jest dopuszczalny, jeśli odległość przewozu dla transportu samochodowego między użytkownikiem a przydzielonym mu punktem ładunkowym ohażugi nie przekracza POS. Wyjątkiem jest sytuacja, gdy w promieniu  $= POS$  od użytkownika znajdują się wyłącznie punkty ładunkowe kategorii B, które mogą ulec wraz ze stacjami zamknięciu.

Aby zagwarantować obsługę użytkowników, dopuszcza się w takim przypadku możliwość obsługi w najbliższym położonym punkcie kategorii A, mimo że znajduje się on poza przyjętym promieniem obsługi dla transportu samochodowego.

Warunek B oznacza, że obciążenie dowolnego punktu ładunkowego wynikające z potrzeb przydzielonych użytkowników nie może przekroczyć rezerwy zdolności ładunkowej punktu.

Wreszcie warunek C oznacza, że obciążenie każdej ze stacji kategorii B potrzebami użytkowników przydzielonych do usytuowanych na niej punktów ładunkowych nie może być mniejsze niż przyjęty próg opłacalności eksploatacji stacji X.

Następnie oznaczono przez  $\pi_d$  zbiór wszystkich przydziałów dopuszczalnych  $R_d^*$  możliwych do uzyskania z grafu R - będącego modelem danego regionu sieci kolejowej. Dla każdego przydziału dopuszczalnego  $R_d^* \in \pi_d$  można obliczyć nakłady:

$$Z1_d = \sum_{(u,p) \in tU^*} P1(u,p) \quad \text{względnie} \quad Z2_d = \sum_{(u,p) \in tU^*} P2(u,p)$$

Zadanie, które należy rozwiązać można sformułować następująco:

Należy znaleźć przydział dopuszczalny  $R_{dm}^*$ , taki że nakłady  $Z1_d$  względnie  $Z2_d$  będą minimalne

$$Z1_m = \min_{R_d^* \in \pi_d} (Z1_d) \quad Z2_m = \min_{R_d^* \in \pi_d} (Z2_d).$$

Przydział  $R_{dm}^*$  będzie optymalnym przydziałem dopuszczalnym dla danego regionu sieci kolejowej, którego modelem jest graf R. Stacjami kategorii B, które należy zamknąć dla wyżności ładunkowych będą te, których reprezentantami są wierzchołki  $b \in SB$  i  $e \in SB^*$  w podgrafie będącym szukanym przydziałem dopuszczalnym  $R_{dm}^*$ .

Analogicznie, punktami ładunkowymi kategorii B, które należy zamknąć dla czynności ładunkowych są te, których reprezentantami są wierzchołki:

$$p \in Kat. B \quad \text{i} \quad p \in P \quad \text{i} \quad p \in P^*.$$

#### OPIS METODY WYZNACZANIA OPTIMALNEGO PRZYDZIAŁU DOPUSZCZALNEGO

Z uwagi na fakt, że łuki grafu R reprezentują różne relacje oraz skomplikowane warunki A, B, C, na to aby przydział stał się dopuszczalnym, autorzy zdecydowali się do rozwiązania sformułowanego w punkcie 4 zadania optymalizacyjnego wykorzystać technikę podziału i ograniczeń (ang. "branch

and bound"), często stosowaną do rozwiązywania zagadnień kombinatorycznych<sup>1)</sup>. Rozwiązanie zadania wprost, tj. przez:

- wygenerowanie z grafu  $R$  wszystkich możliwych przydziałów,
  - zbadanie każdego przydziału i odrzucenia niedopuszczalnych,
  - obliczenie dla każdego przydziału dopuszczalnego wartości funkcji kryterium  $Z_1$  względnie  $Z_2$ ,
  - wybranie jako optymalnego przydziału dopuszczalnego tego, dla którego funkcja  $Z_1$  względnie  $Z_2$  przyjmuje najmniejszą wartość,
- jest limitowane liczbą wszystkich przydziałów, jakie trzeba wygenerować i zbadać. Liczbę wszystkich przydziałów grafu  $R$  można wyznaczyć ze wzoru 6.1

$$N = \prod_{u \in U} (P_u), \quad (6.1)$$

gdzie  $(P_u)$  jest liczebnością zbioru  $P_u$ .

Jeśli założyć, że średnia liczebność zbiorów  $P_u$  w grafie  $R$  wynosi tylko 3, to już przy 10 użytkownikach  $N = 59$  tys., a przy 50  $N = 7,16 \cdot 10^{20}$ . Nawet na największych w kraju komputerach nie można rozwiązać takiego zadania w rozsądnym czasie.

Z tego względu w pierwszym rzędzie należy wykorzystać wszystkie dodatkowe warunki i obostrzenia, aby zmniejszyć liczbę przydziałów, które należy wygenerować i zbadać. Następnym krokiem będzie podział zbioru wszystkich przydziałów na części i szukanie optymalnego przydziału dopuszczalnego w jego podzbiorach.

Ze wzoru 6.1 wynika, że liczbę  $N$  można znacznie zmniejszyć, jeśli uda się wyeliminować część łuków  $(u,p)$  grafu  $R$ . Wykorzystując warunek  $A$  z określenia przydziału dopuszczalnego, ze zbioru  $\xi U$  można wyeliminować te łuki, które nie spełniają tego warunku.

Otrzymamy w ten sposób zbiór  $\xi U^1 \subset \xi U$ .

Do następnych ograniczeń wykorzystano warunek  $C$  z definicji przydziału dopuszczalnego.

Dla każdego wierzchołka  $s \in SB$  wylicza się wielkość

$$O_s = \sum_{p \in P_s} \sum_{u \in U'_p} z(u), \quad \text{gdzie} \quad U'_p = \left\{ u : (u,p) \in \xi U^1 \right\}.$$

Wielkość ta reprezentuje maksymalne możliwe obciążenie tej stacji, jeśli do punktów ładunkowych tej stacji przydzielimy wszystkich użytkowników, którzy mogą być na nich obożeni przy zachowaniu warunku  $A$ . Ze zbioru  $SB$  wyeliminować można zatem te wierzchołki  $s$ , dla których  $O_s < X$ , a w

konsekwencji także wierzchołki  $p$  połączone z nimi łukami  $(p,s)$ . Otrzymuje się zmniejszone liczebnie zbiory  $SB^1 \subset SB, P^1 \subset P$  i  $\zeta P^1 \subset \zeta P$ . Dodatkowo ze zbioru  $\zeta U$  eliminujemy te łuki  $(u,p)$ , w których  $p \notin P^1$ , otrzymując zbiór  $\zeta U^2$ . W ten sposób graf  $R$  ograniczony został do grafu

$$R^1 = \langle W^1, \zeta^1 \rangle,$$

gdzie:

$$W = U \cup P^1 \cup SA \cup SB^1, \quad \zeta = \zeta U^2 \cup \zeta P^1$$

Wyznaczono teraz wielkość:

$$M = \sum_{u \in U_B} z(u), \quad \text{gdzie } U_B = \left\{ u \in V(u,p) \in \zeta U^2 \quad \text{ i } \quad p \in \text{Kat.} B \right\}$$

Wielkość  $M$  reprezentuje sumę zapotrzebowania na odprawę ładunków wszystkich użytkowników, którzy mogą być obsłużeni na punktach ładunkowych stacji kategorii  $B$  należących do zbioru  $SB^1$ . Jeśli  $M$  podzieli się przez  $X$ , to część całkowita tego ilorazu  $K = \text{ENTIER}[M/X]$  informuje nas dla ilu, co najwyżej, stacji kategorii  $B$  wystarczy w danym rejonie pracy ładunkowej, aby każda z nich była obciążona na poziomie nie mniejszym niż  $X$ . Niech  $S = |SB^1|$  będzie liczebnością zbioru  $SB^1$  oraz

$$T = \binom{S}{K}$$

będzie liczbą kombinacji po  $K$  spośród  $S$ . Spośród  $S$  wierzchołków  $s \in SB^1$   $s_1, s_2, \dots, s_K$  można wybrać  $K$ , dołączając wszystkie wierzchołki  $s \in SA$  otrzymuje się zbiór wierzchołków, który oznaczymy symbolem  $S_1$ , gdzie  $i = 1, 2, \dots, T$ , bo z grafu  $R^1$  można utworzyć  $T$  takich zbiorów.

Dołączając do każdego zbioru  $S_i$ , te spośród wierzchołków  $p \in P^1$  i  $u \in U$ , które są połączone łukami  $(u,p) \in \zeta U^2$  i  $(p,s) \in \zeta P^1$  z wierzchołkami  $s \in S_i$  otrzyma się  $T$  podgrafów grafu  $R^1$  zawierających oprócz zbioru  $S_i$  zbiory łuków i wierzchołków, które oznaczymy symbolami:

$$\zeta P^1_i, P^1_i \quad \text{ i } \quad \zeta U^2_i,$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \zeta P^1_i &= \left\{ (p,s) : s \in S_i \right\} \\ P^1_i &= \left\{ p : \exists (p,s) \in \zeta P^1_i \right\} \\ \zeta U^2_i &= \left\{ (u,p) : p \in P^1_i \right\} \end{aligned}$$

Otrzymane podgrafy nazwano, jako reprezentujące części rejonu, podrejonami i oznaczono symbolami:

$$PR_1 = \langle W_1^1, \zeta_1^1 \rangle;$$

gdzie:

$$W_1^1 = S_1^1 \cup P_1^1 \cup U \quad \zeta_1^1 = \zeta U_1^1 \cup \zeta P_1^1.$$

Dla każdego podrejonu oddzielnie można wyznaczyć dolne ograniczenie wartości funkcji kryterium Z1 względnie Z2 wszystkich przydziałów (a więc i dopuszczalnych) możliwych do uzyskania z danego podrejonu. Niech

$$P_u^1 = \left\{ p: V(u,p) \in \zeta U_1^2 \right\} \quad i = 1, 2, \dots, T$$

Dla każdego wierzchołka  $u$  i odpowiadającego mu zbioru  $P_u^1$  można wybrać jeden wierzchołek  $p$  taki, że koszt<sup>1)</sup>  $P_1(u,p)$  względnie  $P_2(u,p)$  będzie minimalny. Niech

$$P_{1u}^1 = \min_{p \in P_u^1} (P_1(u,p)) \quad \bullet \quad P_{2u}^1 = \min_{p \in P_u^1} (P_2(u,p))$$

Teren można już określić wielkość  $m_1$

$$m_1 = \sum_{u \in U} P_{1u}^1 \quad \text{lub} \quad m_1 = \sum_{u \in U} P_{2u}^1$$

Pozostaje jeszcze uporządkowanie podrejonów  $PR_1$  wg odpowiednich wartości  $m_1$  od najmniejszej do największej. Otrzyma się w ten sposób ciąg podrejonów

$$PR_{11}, PR_{12}, \dots, PR_{1T}$$

oraz ciąg dolnych ograniczeń dla kosztów<sup>1)</sup> dowolnych przydziałów w każdym z podrejonów.

$$m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1T}$$

Wyznaczono na koniec nakłady dla specyficznego przydziału dopuszczalnego. Z grafu  $R^1$  wydzielono podgraf  $R_A^1$ .

$$R_A^1 = \langle W_A^1, \zeta_A^1 \rangle$$

<sup>1)</sup> Tutaj w znaczeniu nakładów uosownaj pracy transportu baz ekwiwalentu dodatkowego lub z ekwiwalentem dodatkowym.

gdzie:

$$W_A^1 = U \cup P_A^1 \cup SA, \quad \xi_A^1 = \xi U_A^2 \cup \xi P_A^1$$

$$P_A^1 = \left\{ p: p \in P^1 \text{ i } p \in \text{Kat.}A \right\}$$

$$\xi U_A^2 = \left\{ (u,p): (u,p) \in \xi U^2 \text{ i } p \in \text{Kat.}A \right\}$$

$$\xi P_A^1 = \left\{ (p,s): (p,s) \in \xi P \text{ i } p \in \text{Kat.}A \right\}$$

Oznacza się symbolem  $R_{Ad}^1$  dowolny przydział wyznaczony z podgrafu  $R_A^1$  i spełniający warunek B. Każdy taki przydział jest przydziałem dopuszczalnym, ponieważ warunek A spełnia każdy przydział w grafie  $R^1$ , natomiast warunek C nie ma tu zastosowania, ponieważ w podgrafie  $R_A^1$  nie ma wierzchołków  $s \in SB^1$ . Spośród wszystkich takich przydziałów wyznacza się jeden, dla którego nakłady określone funkcją Z1 względnie Z2 są najmniejsze. Koszt<sup>1)</sup> takiego przydziału oznaczono symbolem  $d_A$ . Symbolem D oznaczmy koszt<sup>1)</sup> poszukiwanego optymalnego przydziału dopuszczalnego.

Dalej postępowanie daje się opisać w formie przedstawionego niżej algorytmu.

Rozpoczyna się od  $n = 1$  oraz  $D = d_A$

- I) Czy w podrejonie  $PR_{in}^{min} < D$ ?  
TAK: przechodzi się do II)  
NIE: przechodzi się do V)
- II) W podrejonie  $PR_{in}$  wyznacza się wszystkie przydziały, badając czy są przydziałami dopuszczalnymi?  
TAK: przechodzi się do III)  
NIE: przechodzi się do IV)
- III) Wyznacza się spośród przydziałów dopuszczalnych przydział dopuszczalny o najniższym koszcie<sup>1)</sup>  $NPD_n$ , a jego koszt (tj. wartość funkcji Z1 względnie Z2) oznacza się symbolem  $d_n$ .  
Bada się, czy  $d_n < D$   
TAK: zapamiętuje się  $NPD_n$ , przyjmuje się  $D = d_n$  i przejść należy do IV)  
NIE: przydział uznaje się za nieinteresujący i przejść należy do IV)
- IV) Zwiększa się aktualną wartość  $n$  o 1:  $n = n + 1$ .  
Badanie czy nowa wartość  $n > T$   
TAK: przechodzi się do V)  
NIE: przechodzi się do I)
- V) KONIEC - ostatni zapamiętany  $NPD_n$  uznaje się za optymalny przydział dopuszczalny o koszcie<sup>1)</sup>  $= D$ .

<sup>1)</sup> Tutaj w znaczeniu nakładów umownej pracy transportu bez ekwiwalentu dodatkowego lub z ekwiwalentem dodatkowym.



## PODSUMOWANIE

Przedstawiona tu metoda wyznaczania optymalnego przydziału dopuszczalnego dla grafu  $R$  opisującego rejon sieci kolejowej została skonkretyzowana w postaci systemu 6 programów w języku ALGOL 60 i sprawdzona dla rejonu sieci kolejowej zawierającego 13 stacji, w tym 6 kategorii A, 25 punktów ładunkowych i 39 użytkowników. Praca programu realizującego opisany tu algorytm trwała około 6 min. na komputerze ODRA 1325. Praca każdego z pozostałych programów realizujących pozostałe opisane tu zadania trwała 1-3 min. Dla uzyskania dokładniejszych danych w czasie potrzebnym dla otrzymania optymalnego przydziału dopuszczalnego dla większego rejonu sieci kolejowej planuje się przeprowadzenie serii obliczeń testujących dokładniej opisany system.

## LITERATURA

- [1] Eąbiński C., Chorobiński A.: Metody optymalizacji w projektowaniu planów generalnych zakładów przemysłowych. Arkady, Warszawa 1971.
- [2] Deo N.: Teoria grafów i jej zastosowanie w technice i informatyce. PWN Warszawa 1980.
- [3] Fittkau W.: Energochłonność transportu w Polsce, Przegląd Komunikacyjny nr 11-12, 1979.
- [4] Grabowski W.: Rozwiązanie problemu lokalizacji metodą podziału i ograniczeń. Przegląd Statystyczny t. 22, PWN, Warszawa 1975.
- [5] Lis S., Santarek K.: Projektowanie rozmieszczenia stanowisk roboczych, PWN, Warszawa 1980.
- [6] Steenbrik P.A.: Optymalizacja sieci transportowych. WKiŁ, Warszawa 1978.

Recenzent: Doc. dr Jan Wiesner

ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕЩЕНИЯ ПОГРУЗОЧНО-РАЗГРУЗОЧНЫХ СТАНЦИЙ И ПУНКТОВ  
В РАЙОНЕ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СЕТИ

## Р е з ю м е

В статье представлена идея оптимизации размещения погрузочно-разгрузочных станций и пунктов в районе железнодорожной сети. Целью оптимизации является назначения такого размещения приведенных транспортных пунктов, чтобы сумма издержек обслуживания погрузочно-разгрузочных процессов в этих пунктах была минимальной. Предмет оптимизации — это район железнодорожной сети, в модели которой выделены погрузочно-разгрузочные станции и пункты а также клиенты железнодорожного транспорта. В статье представлены основы постройки модели, принципы оптимизации, критерии, а также математическое формулирование оптимизационной задачи. Сформулированная задача является

комбинированной задачей в графе описывающей район железнодорожной сети. В процедуре решения этой задачи использовалась техника.

OPTIMIZATION OF DISPOSAL OF STATIONS AND LOADING  
POINTS IN A RAILWAY NETWORK REGION

S u m m a r y

The article makes an analysis of the conception of the stations and loading points disposal optimization in the railway system. The optimization aims at such a disposal of these points in the system so that the sum of the loading processes maintenance costs is to be minimal. The subject of the optimization is the railway system model in which stations, loading points and users are distinguished. The author deals also with the model construction presumptions, fundamentals of optimization, criterion function and with the optimization task mathematical formulation. The last is a combinatorial task in a graph describing the railway system. In the procedure of solving this task the branch and bound technique has been applied.