

Roman KONIECZNY

Instytut Transportu Kolejowego
Politechniki Śląskiej

ZESTAWIENIE MODELI MATEMATYCZNYCH WSPÓŁPRACY DYNAMICZNEJ
ODBIERAKA PRĄDU Z SIECIĄ TRAKCYJNĄ

C z ę ę ć III

ZAGADNIENIE KOMPUTEROWEJ REALIZACJI MODELU MATEMATYCZNEGO
MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWAŃ WYBRANYCH TYPÓW MODELI MATEMATYCZNYCH

Streszczenie. W artykule omówiono zagadnienie komputerowej realizacji modelu matematycznego współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną. Dokonano ponadto prezentacji możliwości zastosowań wybranych typów modeli matematycznych sieci trakcyjnej i odbieraka prądu.

1. WPROWADZENIE

W części I artykułu dokonano przeglądu poszczególnych klas modeli matematycznych współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną. W części II przedstawiono ocenę porównawczą kilku typów modeli. Zaprezentowane zostały ponadto zmodyfikowane modele ST1+OP2 i ST3+OP2.

Część III poświęcona jest szczegółom dotyczącym komputerowej realizacji modelu matematycznego współpracy odbieraka z siecią. Przedstawione są także możliwości zastosowań wybranych typów modeli.

2. ZAGADNIENIE KOMPUTEROWEJ REALIZACJI MODELU MATEMATYCZNEGO

Techniczne środki realizacji modelu matematycznego układu dynamicznego, opisanego równaniami różniczkowymi, umownie można podzielić na trzy zasadnicze grupy: środki komputerowe, niekomputerowe oraz mieszane. Do komputerowych środków zaliczyć należy:

- obliczenia na maszynie analogowej,
- obliczenia na maszynie cyfrowej,
- obliczenia na maszynie hybrydowej.

Do grupy tej można również zaliczyć obliczenia wykonywane przy użyciu kalkulatorów programowanych.

Środki niekomputerowe to przede wszystkim modele fizyczne, bazujące na analogiach elektromechanicznych (np. [24]). Środki mieszane natomiast - to komputerowo sterowane modele fizyczne, wyposażone w urządzenia sprzężenia, zawierające m.in. przetworniki analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe.

Spośród wymienionych powyżej technicznych środków realizacji modelu matematycznego układu dynamicznego, najbardziej uniwersalnym i najszybszym jest maszyna hybrydowa. Hybrydowe systemy liczące (np. [14]), ze względu na ich wysoką cenę nie są jednak szeroko rozpowszechnione. Maszyny analogowe natomiast, mimo dużej szybkości realizowanych przebiegów symulacyjnych, są mniej uniwersalne w zastosowaniu ze względu na ograniczoną moc obliczeniową, a także niewygodę w programowaniu. Wymienionych powyżej wad nie posiadają maszyny cyfrowe, która stały się w ostatnich latach najbardziej rozpowszechnionym narzędziem symulacji komputerowej.

2.1. Zagadnienie wyboru komputera

Wybór konkretnego typu komputera do obliczeń symulacyjnych, według [20] powinien być dokonany w oparciu o następujące kryteria:

- łatwość programowania,
- najniższy koszt obliczeń,
- dostępność komputera,
- szybkość uzyskiwanych wyników,
- wymagania dotyczące specyfiki obliczeń.

Z maszyn cyfrowych produkcji krajowej, ze względu na niski koszt sprzętu, preferować należy MERĘ-60, ze względu na walory oprogramowania i uniwersalność zastosowań - maszynę Jednolitego Systemu R-32.

2.2. Aspekty oprogramowania modelu

Oprogramowanie modelu matematycznego współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną może być wykonana przy użyciu jednego z języków algorytmicznych (np. FORTRAN, ALGOL, BASIC) lub przy użyciu języka symulacyjnego (symulującego działanie maszyny hybrydowej lub analogowej na maszynie cyfrowej).

W przypadku gdy udostępnione do obliczeń maszyna cyfrowa nie posiada translatora języka symulacyjnego, zachodzi konieczność szczegółowego oprogramowania modelu (łącznie z biblioteką podprogramów pomocniczych, zawierającą m.in. procedurę całkowania numerycznego).

Wykorzystanie języka symulacyjnego w znacznym stopniu ułatwia oprogramowanie modelu (co jest szczególnie ważne dla użytkowników-nieprogramistów). Posługiwanie się językiem symulacyjnym nie wymaga bowiem dużej wiedzy z zakresu programowania maszyn cyfrowych, umożliwiając tym samym koncentrację na merytorycznej stronie rozpatrywanego problemu.

W tabeli 1 podano zestawienie niektórych języków symulacji układów ciągłych stosowanych w Polsce.

Tabela 1

Zestawienie niektórych języków symulacji układów ciągłych stosowanych w Polsce

Lp.	Nazwa języka	Realizacja maszynowa	Literatura	U w a g i
1	CEMMA	ODRA-1204	[21]	
2	X3AB	ODRA-1325 ODRA-1305	[25]	symuluje maszynę analogową
3	SCOP	ODRA-1305	[27]	rozszerzona wersja języka CEMMA
4	MIMIC	CDC-6000 CYBER-72	[4]	Cyfronet
5	CSMP	IBM-360 IBM-370 R-32	[26]	system operacyjny OS
6	DIANA	R-32	[11]	system operacyjny DOS/JS

Rozważając zagadnienie oprogramowania modelu, należy również zwrócić uwagę na zapis formalny. Przykładowo: model Fidrycha (cz. I) współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną opisany jest układem równań różniczkowych zwyczajnych, 2 rzędu, nieliniowych, niejednorodnych, o zmiennych współczynnikach; model Morrisa (cz. I) netoizast opisany jest układem równań liniowych, o stałych współczynnikach, co pozwala na dokonanie zapisu w formie operatorowej. Do opisu modelu można również wykorzystać teorię grafów przepływu sygnałów [22], będącą odmianą algebry graficznej. Zapis operatorowy umożliwia efektywne wykorzystanie instrukcji strukturalnych języka symulacyjnego. Teoria grafów umożliwia z kolei opracowanie schematu blokowego programu symulacyjnego - bezpośrednio ze schematu zastępczego modelu (bez potrzeby wyprowadzania układu równań różniczkowych), co może być wykorzystane do modelowania złożonych struktur mechanicznych, uwzględniających detale konstrukcyjne sieci trakcyjnej i odbieraka prądu.

2.3. Wybór metody całkowania numerycznego

Wybór odpowiedniej metody całkowania numerycznego jest sprawą bardzo ważną w obliczeniach symulacyjnych. Wybór ten rzutuje na złożoność oprogramowania modelu, dokładność oraz czas obliczeń.

Dostępne w literaturze metody numeryczne można podzielić na dwie zasadnicze grupy: metody samostartujące i metody niesamostartujące. Najczęściej stosowane metody samostartujące to:

- prostokątów, Eulera, punktowych nachyleń, łamanych, Rungego-Kutty I rzędu;

- trapezów, zmodyfikowana metoda Eulera, ulepszone metoda łamanych, Rungego-Kutty II rzędu;
- Simpsons, parabol;
- Rungego-Kutty III rzędu, Heuna;
- przewidywanych ulepszeń, ulepszone metoda Eulera, predykcijno-korekcyjna;
- Rungego-Kutty IV rzędu;
- Rungego-Kutty-Gilla;
- Rungego-Kutty-Mersona;
- Diffinga;
- Gaussa;
- Villarcseau;
- Hardy'ego;
- Coteasa;
- Taylora.

Najczęściej stosowane metody niesamoartujące to:

- Adamsa, różnic wstecznych;
- zmodyfikowana metoda różnic wstecznych;
- Milne'a, predykcijno-korekcyjna, zmodyfikowana metoda trapezów;
- Milne'a, predykcijno-korekcyjna z modyfikacją;
- Lagrange'a, kwadratur;
- Coteasa;
- Czebyzowa;
- Gaussa;
- Newtona;
- Adamsa II rzędu, Adamsa-Bashfortha;
- Adamsa-Moultona;
- Nyströma;
- różnic symetrycznych;
- Quade'a.

Oprócz powyższych metod wymienić należy metody oparte na transformacji Z. (Więcej szczegółów na temat metod numerycznych podano a.in. w pracy [12]).

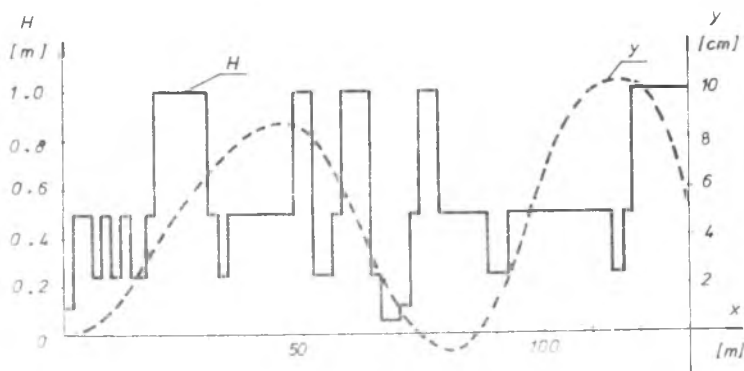
Śród wymienionych w tabeli 1 języków symulacyjnych najwyższe walory użytkowe posiada CSMP (Continuous System Modeling Program), realizowany na maszynach cyfrowych IBM-360 i 370, a także na maszynach Jednolitego Systemu, np. R-32. CSMP jest połączeniem dwóch języków: zasadniczego CSMP (co odpowiada instrukcjom strukturalnym) oraz FORTRAN-u (co odpowiada konwencji programowania w języku algorytmicznym). Translator języka CSMP tłumaczy program na procedury w języku FORTRAN, które są następnie kompilowane i wykonywane na przemian z wybraną procedurą całkowania. Wyniki symulacji drukowane są w standardowym, tabelaryzowanym formacie lub w formacie graficznym, dając wykres badanej zmiennej jako funkcji czasu.

Dzięki możliwości łączenia funkcji już istniejących i definiowania nowych istnieje duża elastyczność w stosowaniu CSMP w różnych dziedzinach nauki i techniki oraz możliwość zbudowania w oparciu o CSMP własnego języka problemowo zorientowanego. Dzięki przejrzystości zapisu, CSMP umożliwia bezpośrednio przygotowanie programu symulacyjnego - wprost z układu równań różniczkowych.

Ww. zalety szczególnie predysponują CSMP do symulacji współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną.

Standardowe metody całkowania numerycznego dostępne w CSMP podzielić można na:

- metody zmiennokrokowe (Milne'a V rzędu, Rungego-Kutty IV rz.),
- metody stażokrokowe (Rungego-Kutty IV rzędu, Simpsona, Trapezów, Adamsa II rzędu, Prostokątów).



Rys. 1. Zmienność kroku całkowania (H) podczas przebiegu symulacyjnego; y - trajektoria punktu styku odbieraka prądu AKP-4E z siecią trakcyjną $Y_pC120-2C$ [15] (obliczenia wykonano na modelu ST1+OP2 dla $V = 160$ km/h stosując metodę Milne'a zmiennokrokową)

Zaletą metod zmiennokrokowych jest automatyczny dobór kroku całkowania w zależności od wymaganej dokładności obliczeń. Z wymienionych powyżej metod zmiennokrokowych, metoda Milne'a jest szybsza, jednakże według [12] mniej stabilna od metody Rungego-Kutty. Na rys. 1 pokazano przebieg zmienności kroku całkowania (H) oraz trajektorię punktu styku (y) odbieraka prądu AKP-4E z siecią trakcyjną $Y_pC120-2C$ dla prędkości $V = 160$ km/h. Obliczenia wykonano na modelu ST1+OP2, stosując metodę Milne'a zmiennokrokową [15].

W przypadku gdy pewne funkcje modelu są funkcjami impulsowymi, zalecana jest metoda stażokrokowa, a krok całkowania powinien być podwielokrotnością wymaganego przedziału impulsu. Dobór optymalnego kroku całkowania w metodzie stażokrokowej jest sprawą ważną. Zbyt mały krok całkowania nie-

potrzebnie wydłuża czas obliczeń, zbyt duży natomiast powoduje zmniejszenie dokładności obliczeń.

W pracy [15] na podstawie wyników testów pomocniczych jako podstawową metodę całkowania numerycznego wybrano metodę Rungego-Kutty IV rzędu zmienokrokową. Przyjmując do obliczeń symulacyjnych standardową dokładność CSMP, maksymalny błąd bezwzględny wyniesie odpowiednio: dla siły stykowej (F_k) - 0.01 N; dla przemieszczenia pionowego punktu styku (y) - 0.01 cm; dla prędkości w kierunku pionowym (\dot{y}) - 0.01 cm/s.

W przypadku konieczności użycia metody stałokrokowej, również zalecane jest metoda Rungego-Kutty (najdokładniejsza z wyżej wymienionych), dla której optymalny krok całkowania wynosi 1 m [15].

2.4. Określenie czułości modelu

Analiza czułości modelu jest procedurą służącą do określenia czułości zmiennych wyjściowych na przyrostowe zmiany wartości parametrów wejściowych. Najprostszym sposobem przeprowadzenia analizy czułości jest wykonanie kilku symulacji wstępnych dla zadanych odchyżeń od wartości początkowych parametrów układu. Innym sposobem może być dynamiczne badanie zmian wielkości wyjściowych modelu podczas trwania przebiegu symulacyjnego i modyfikacja przyrostów. Zagadnienie to jest szczególnie ważne przy symulacjach wielokrotnych. Zbyt małe przyrosty wartości parametrów niepotrzebnie wydłużają sumaryczny czas trwania obliczeń, zbyt duże natomiast powodują zmniejszenie dokładności obliczeń.

W tabeli 2 podano przykład określenia czułości zmodyfikowanego modelu ST1-OP2 (cz. II) na przyrostowe zmiany wartości niektórych parametrów. Do obliczeń przyjęto następujące charakterystyki parametrów sieci trakcyjnej i odbieraka prądu [15]:

$$m_s = \bar{m}_s (1 + \varepsilon_m \cos \frac{2\pi}{L} x); \quad k_s = \bar{k}_s (1 + \varepsilon_k \cos \frac{2\pi}{L} x); \quad \varepsilon_m = 0.5;$$

$$w_s = \bar{w}_s (1 + \varepsilon_w \cos \frac{2\pi}{L} x); \quad b_s = \bar{b}_s (1 - \varepsilon_b \cos \frac{2\pi}{L} x); \quad \varepsilon_k = 0.3;$$

$$L = 66 \text{ [m]}; \quad \bar{m}_s = 30 \text{ [kg]}; \quad \bar{k}_s = 3300 \text{ [N/m]}; \quad \bar{w}_s = 30 \text{ [N]};$$

$$\varepsilon_w = 0.36; \quad \bar{b}_s = 8 \text{ [Ns/m]}; \quad \varepsilon_b = 0.33; \quad m_{s1} = 10 \text{ [kg]}; \quad m_r = 20 \text{ [kg]}$$

$$k_{s1} = 6000 \text{ [N/m]}; \quad b_{s1} = 100 \text{ [Ns/m]}; \quad b_r = 30 \text{ [Ns/m]}; \quad w_{s1} = 10 \text{ [N]};$$

$$w_r = 15 \text{ [N]}; \quad F_{st} = 80 \text{ [N]}; \quad k_a = 0.025 \text{ [Ns}^2\text{m}^{-2}\text{]}; \quad y_{em} = 0.02 \text{ [m]};$$

$$F_a = k_a v^2; \quad F_{as} = 0.7 F_a; \quad F_{ar} = F_a - F_{as}; \quad \Delta y = 0; \quad F_{dod} = 0;$$

$$y_{dod} = 0; \quad \dot{y}_s = y_{em} \frac{\omega_s}{V} \cos(\omega_s \frac{x}{V}); \quad \omega_s = 10 \text{ [1/s]};$$

funkcje określające znak siły tarcia suchego aproksymowano tangensem hiperbolicznym: $f(\dot{y}) = \text{th}(r_1 \dot{y})$; $f(\dot{y} - \dot{y}_r) = \text{th}[r_2(\dot{y} - \dot{y}_r)]$; $f(\dot{y}_r - \dot{y}_e) = \text{th}[r_3(\dot{y}_r - \dot{y}_e)]$; $r_1 = r_2 = r_3 = rV$; $r = 10$ [s/m].

W obliczeniach czułości modelu ST1+OP2 przyjęto wstępnie sinusoidalny rozkład charakterystyki masy zastępczej sieci trakcyjnej.

Tabela 2

Wyniki obliczeń czułości zmodyfikowanego modelu ST1+OP2 dla niektórych parametrów dla prędkości jazdy $V = 160$ km/h [15]

Przyrost zmiennej wyjściowej [%]	Numer prześła	Przyrost wartości parametru %				Czynnik dodatkowy
		+1	+2	+5	+10	
		$\Delta \bar{m}_e$				$F_{\text{dod}} = 10$ N
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	1	0 0.03	0 0.08	0.32 0.21	0.79 0.48	8.24 7.45
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	2	0.13 0.18	0.31 0.35	0.79 0.88	1.26 1.78	7.88 8.25
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	3	0 0.10	0.17 0.20	0.50 0.54	1.01 1.21	7.72 5.52
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	4	0 0.20	0 0.40	0.17 0.95	0.52 1.74	7.19 7.64
		$\Delta \bar{k}_e$				$p = 0.4$
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	1	0.95 0.03	2.06 0.05	4.92 0.47	9.65 1.06	14.9 0.20
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	2	1.42 0.44	2.68 0.87	6.30 1.90	12.60 2.66	63.2 0.49
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	3	0.67 0.17	1.51 0.92	4.03 1.92	8.72 2.85	118.0 0.44
$ \Delta y_{\text{max}} $ $ \Delta F_{\text{kmax}} $	4	0.85 0.30	1.53 0.61	3.42 1.56	5.65 2.78	162.5 1.39

Przedstawione w powyższym przykładzie zależności świadczą o niejednokowej czułości modelu na przyrostowe zmiany wartości poszczególnych parametrów wejściowych. Przyrost średniej wartości masy zastępczej sieci trakcyjnej o 10% nie wprowadza istotnych zmian na wyjściu modelu. Przyrosty średniej wartości sztywności sieci trakcyjnej są natomiast bardziej widoczne.

Wpływ czynników dodatkowych nie jest duży. Oprócz wymuszonego przyrostu y , na wskutek profilu sieci uwzględnionego wg wzoru: $\Delta y = 0.001 \cdot px$, zmiany siły stykowej są niewielkie. Uwzględnienie $F_{\text{dod}} = 10 \text{ N}$, co wynosi ok. 30% wartości składowej F_{ss} , wprowadza zmiany na wyjściu modelu nie przekraczające 10%.

Aczkolwiek w tym przykładzie wpływ czynników dodatkowych (które szczegółowo omawia artykuł [18]) nie jest specjalnie widoczny, jednak muszą one być - jeżeli istnieją tylko wiarygodne dane uwzględniane w obliczeniach symulacyjnych. Pominięcie czynników dodatkowych może prowadzić do pewnych rozbieżności wyników symulacji z rezultatami pomiarów poligonowych.

2.5. Porównania wyników symulacji z rezultatami pomiarów poligonowych

Zarówno pomiary poligonowe, jak i symulacja komputerowa obarczone są błędem w stosunku do rzeczywistości. Błąd bezwzględny pomiarów poligonowych wynosi:

$$\varepsilon_{\text{pom}} = Z_{\text{pom}} - Z. \quad (1)$$

Błąd obliczeniowy symulacji komputerowej wynosi odpowiednio:

$$\varepsilon_{\text{obl}} = Z_{\text{obl}} - Z. \quad (2)$$

gdzie:

Z - wartość rzeczywista badanej zmiennej,

Z_{pom} - wartość otrzymana w wyniku pomiaru,

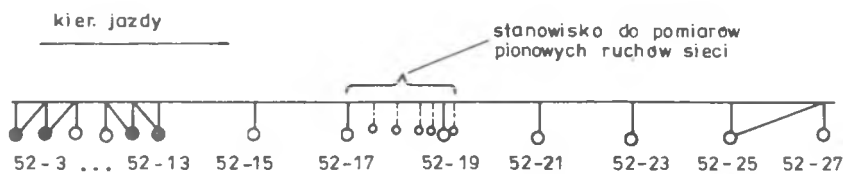
Z_{obl} - wartość uzyskana w wyniku obliczeń.

Błąd ε_{pom} uzależniony jest od użytej aparatury pomiarowej oraz sposobu wykonania pomiarów. Na błąd ε_{obl} składają się natomiast trzy rodzaje uproszczeń:

- uproszczenie "pierwszego rodzaju", jakim jest odwzorowanie układu fizycznego w postaci modelu matematycznego;
- uproszczenie "drugiego rodzaju", jakim jest aproksymacja charakterystyk parametrów modelu;
- uproszczenie "trzeciego rodzaju" wynikłe z zastosowanej metody obliczeniowej.

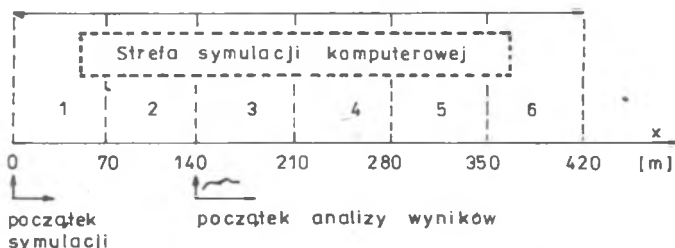
W celu sprawdzenia, w jakim stopniu wyniki symulacji komputerowej różnią się od rezultatów pomiarów poligonowych, dokonano w pracy [15] porównania wyników uzyskanych na zmodyfikowanych modelach ST1+OP2 i ST3+OP2 z rezultatami badań eksperymentalnych przeprowadzonych w Polsce, ZSRR oraz Wielkiej Brytanii. Podstawę dla porównania były przebiegi: siły stykowej, trajektorii punktu styku oraz przemieszczenia pionowego górnego węzła układu ramowego. Podsumowując rezultaty powyższego porównania, stwierdzo-

a/ Uproszczony plan sieci odcinka pomiarowego

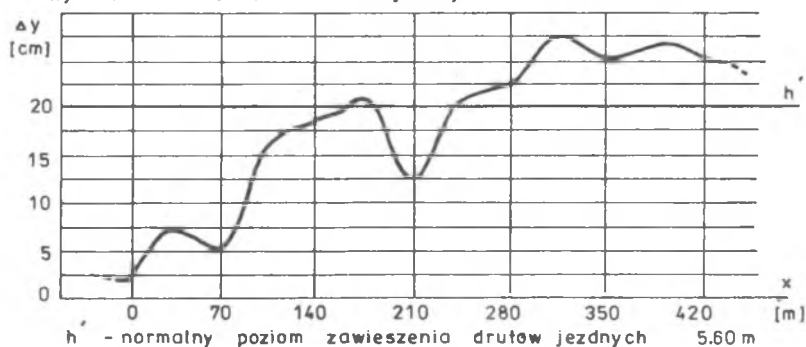


b/

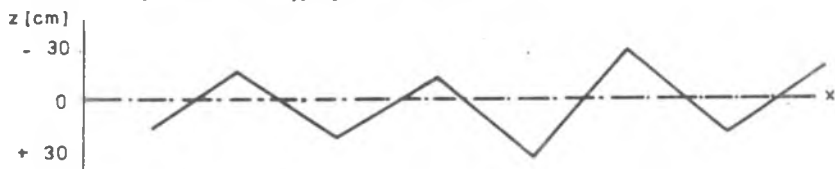
Numer
prześcia



c/ Wysokość zawieszenia drutów jezdnych



d/ Odsuw sieci trakcyjnej od osi toru



Rys. 2. Uproszczony plan sieci trakcyjnej odcinka pomiarowego [2] (na rys. b zaznaczono strefę symulacji komputerowej)

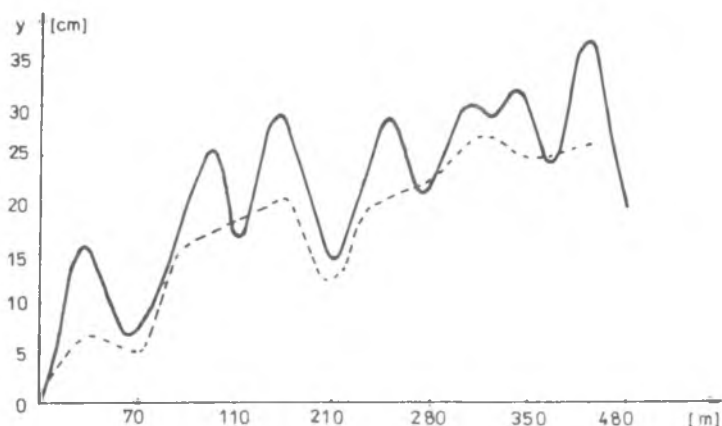
Tabela 3

Maksymalne przemieszczenia pionowe ramy odbieraka prądu

Lp.	V [km/h]	Wyniki pomiarów poligonowych [2] Wyniki symulacji komputerowej [15] [cm]					
		Numer prześła zawieszenia					
		1	2	3	4	5	6
1	102	-	16,0	10,2	12,5	7,6	3,6
		8,2	8,5	9,0	9,8	7,4	3,2
2	115	5,2	14,5	9,1	10,6	7,2	3,9
		8,5	8,8	9,8	10,6	8,1	4,6
3	117	5,8	14,5	9,4	10,6	7,6	3,0
		8,6	9,2	10,0	10,8	8,2	4,7
4	120	5,7	13,9	9,7	10,5	6,6	3,3
		9,0	9,8	10,6	10,9	8,3	4,8
5	122	5,4	15,9	10,5	11,8	6,6	3,6
		9,2	10,2	10,8	11,1	8,4	4,9
6	124	-	-	5,8	7,2	7,2	1,1
		9,3	10,6	11,0	11,2	8,5	5,0
7	133	7,9	15,1	3,6	10,9	8,5	4,6
		10,8	12,5	11,2	12,6	10,1	6,3
8	134	9,1	15,2	9,4	9,7	8,2	3,9
		10,9	12,7	11,2	12,7	10,2	6,4
9	136	6,7	15,8	8,8	10,9	7,3	3,9
		11,1	13,0	11,2	12,8	10,4	6,6
10	138	7,9	13,7	8,1	10,0	8,3	3,8
		11,2	13,3	11,3	12,9	10,6	6,9
11	141	7,2	15,4	8,5	10,4	6,7	2,6
		11,5	13,5	11,5	13,0	10,5	7,2
12	144	6,7	16,1	10,0	13,0	9,7	4,5
		11,7	13,5	11,7	12,8	10,3	7,0
13	145	7,9	15,1	6,7	11,5	9,1	4,6
		11,8	13,4	11,7	12,6	10,1	6,9
14	147	7,0	17,0	10,0	12,1	7,6	4,5
		11,9	13,2	11,8	12,2	9,9	6,7
15	148	6,7	16,4	9,1	13,0	6,7	3,0
		11,9	13,1	11,7	12,1	9,8	6,7
16	151	7,6	16,7	9,7	11,8	8,5	4,2
		12,0	12,6	11,3	11,9	9,5	6,3
17	153	7,6	15,5	10,0	11,8	9,2	4,8
		12,1	12,2	11,4	11,6	9,3	6,1
18	158	5,8	16,7	10,0	12,7	7,9	3,0
		12,4	11,1	11,1	11,2	9,0	5,8
19	158	7,0	17,0	9,1	12,1	7,9	9,0
		12,4	11,0	10,9	11,3	9,0	5,8

no, że różnice wartości maksymalnych rozpatrywanych przebiegów wynoszą mniej niż 30% dla ponad 85% badanych przypadków. Mając na uwadze, że symulacja przeprowadzona była w warunkach niepełnej znajomości niektórych charakterystyk parametrów układu, uznano wynik przeprowadzonego porównania jako zadowalający.

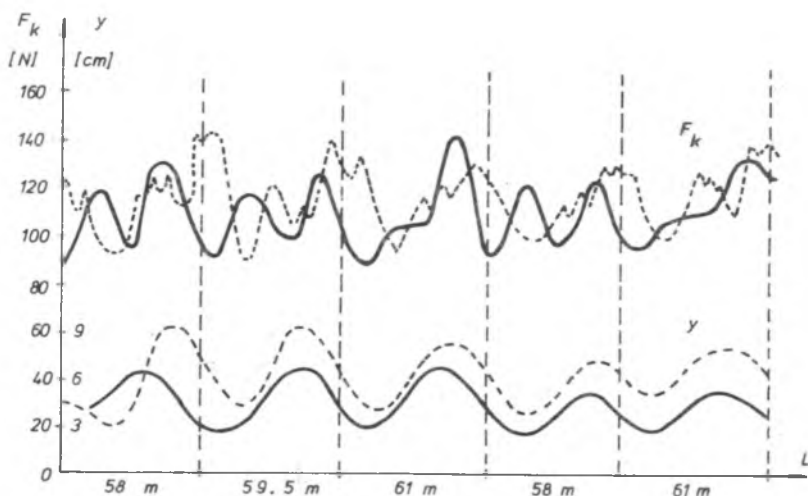
Na rys. 2 pokazano szczegóły dotyczące symulacji porównawczej z wynikami krajowych pomiarów poligonowych wykonanych przez COB i RTK w ramach tematu 3356/17 [2]. Pomiar wykonano w dniach 16-21.11 i 7-17.12.1976 na torze nr 1 szlaku Psary - Włoszczowa Płn. (Centralna Magistrala Kolejowa), na odcinku naprężenia sieci trakcyjnej zawartym między słupami trakcyjnymi 52-3 i 53-17. Uproszczony plan sieci odcinka pomiarowego podano na rysunku 2a. W skład pociągu pomiarowego wchodziła lokomotywa elektryczna EPO5-02 wyposażona w zmodernizowany odbierak prądu AKP-4E oraz wagon pomiarowy COB i RTK nr 615199-46501-9. Ze względu na brak w pracy [2] oscylogramów trajektorii punktu styku odbieraka prądu z siecią trakcyjną oraz przebiegów siły stykowej - podstawą analizy porównawczej były maksymalne przenieszczenia pionowe ramy odbieraka prądu w przęśle zawieszenia. Wyniki obliczeń symulacyjnych zestawiono w tabeli 3.



Rys. 3. Trajektorie punktu styku zmodernizowanego odbieraka prądu AKP-4E z siecią trakcyjną 2C120-2C dla prędkości jazdy $V = 158$ km/h na odcinku pomiarowym (rys. 2); linia ciągła - wynik symulacji komputerowej (model ST1+OP2) [15], linia przerywana - zmiana wysokości zawieszenia drutów jeźnnych

Na rys. 3 pokazano obliczoną przy użyciu symulacji komputerowej [15] trajektorię punktu styku odbieraka AKP-4E z siecią 2C120-2C na odcinku pomiarowym (rys. 2) dla prędkości $V = 158$ km/h. Na rys. 4 pokazano porównanie z wynikami brytyjskimi [3].

Ażeby dokonać pełniejszej analizy porównawczej, należy posłużyć się wynikami pomiarów poligonowych przeprowadzonych dla dłuższej serii pomie-



Ryż. 4. Współpraca odbieraka prądu AMBR z siecią trakcyjną Mark I dla $V = 157 \text{ km/h}$

y - trajektoria punktu styku, F_k - przebieg siły stykowej, linia przerywana - wyniki pomiarów poligonowych przeprowadzonych w Wielkiej Brytanii [3], linia ciągła - wyniki symulacji komputerowej (model ST1+OP2) [15]

rowej (minimum kilka jazd pomiarowych dla danej prędkości). Wartości parametrów układu powinny być dokładnie zidentyfikowane (dotyczy to głównie charakterystyk tłumienia drgań sieci trakcyjnej na skutek tarcia suchego oraz lepkiego). Długość rozpatrywanego odcinka pomiarowego powinna wynosić minimum 5 przęseł. Korzystne jest przeprowadzenie pomiarów przy bezwietrznej pogodzie, na odcinku na którym zmiany wysokości zawieszenia drutów jezdnych są pomijalne. Podstawowymi wielkościami mierzonymi powinny być: siła stykowa, przemieszczenie pionowe punktu styku oraz przemieszczenie pionowe układu ramowego.

3. MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWAŃ WYBRANYCH MODELI MATEMATYCZNYCH

Pomiary poligonowe dynamicznej współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną są kosztowne i uciążliwe w prowadzeniu. Angażują pewną ilość ludzi na stosunkowo długi czas, a ich przedmiotem jest aktualnie "dostępna" rzeczywistość, to znaczy: konkretna sieć trakcyjna i odbierak prądu, względnie ich prototypy. Pomiary te nie mogą objąć swym zasięgiem przypadków nowych, nie stosowanych jeszcze, w szerokim zakresie zmian parametrów, a także sytuacji awaryjnych - trudnych do spowodowania w układzie rzeczywistym. Należy ponadto wspomnieć o aspektach organizacyjnych. Przejazd wagonem pomiarowym wymaga niekiedy zamknięcia pewnych odcinków linii

kolejowych, co wprowadza utrudnienia dla ruchu kolejowego. Również powtarzalność wyników w badaniach poligonowych nie jest zadowalająca. Wyszczególnionych powyżej wad nie posiada symulacja komputerowa, dlatego też w ostatnich latach coraz więcej placówek naukowo-badawczych związanych z kolejnictwem zaczyna przedkładać metody symulacyjne nad badania poligonowe.

Przedstawione w cz. I i cz. II modele matematyczne, oprócz podstawowego zastosowania - jakie spełniają w ocenie jakości współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną, mogą być również wykorzystane do oddzielnego badania tych układów. Poniżej zaprezentowano praktyczne możliwości zastosowania wybranych modeli matematycznych do oceny jakości sieci trakcyjnej i odbieraka prądu.

3.1. Symulacja współpracy 1 odbieraka z siecią trakcyjną

Do symulacji współpracy 1 odbieraka prądu z siecią trakcyjną mogą być wykorzystane wszystkie kombinacje modeli typu ST i OP, zestawionych w cz. II. Najbardziej wygodny do realizacji maszynowej (oprócz modelu ST1+OP1, który może być zastosowany do wstępnej oceny jakości współpracy odbieraka z siecią) jest model ST1+OP2.

3.2. Symulacja współpracy kilku odbieraków z siecią trakcyjną

Do symulacji współpracy kilku odbieraków prądu z siecią trakcyjną mogą być wykorzystane modele ST4+OP2 i ST3+OP2. Bardziej wygodny do realizacji maszynowej jest zmodyfikowany model ST3+OP2 przedstawiony w cz. II, charakteryzujący się stosunkowo krótkim czasem trwania przebiegu symulacyjnego oraz mniejszą złożonością oprogramowania.

3.3. Wyznaczenie niektórych charakterystyk parametrów sieci trakcyjnej

Model sieci trakcyjnej typu ST4 może być wykorzystany do wyznaczenia niektórych parametrów, jak np. sztywność lub masa zastępcza sieci.

1. Wyznaczanie charakterystyki sztywności

Charakterystyka sztywności sieci trakcyjnej może być wyznaczona drogą pomiarów poligonowych lub przy użyciu wzorów teoretycznych (np. [8]). Pomiar poligonowy nie może być stosowany w sytuacji, gdy sieć trakcyjna jest jeszcze na etapie projektu. Wzory teoretyczne natomiast nie zawsze wykazują zadowalającą zbieżność z wynikami pomiarów poligonowych. Niedogodności powyższych nie wykazują obliczenia możliwe do przeprowadzenia na modelu typu ST4.

Wyznaczenie charakterystyki sztywności sieci trakcyjnej dla rozpatrywanego prześła zawieszenia polega na przykładaniu pod każdym wieszakiem oraz w środku odcinków między wieszakami określonej siły wypierającej i dokonywaniu pomiaru uniesienia drutu jezdnego. Działania powyższe można powtórzyć na modelu ST4.

2. Wyznaczanie charakterystyki masy zastępczej

Charakterystykę masy zastępczej sieci trakcyjnej można wyznaczyć na modelu ST4+OP2, wykorzystując metodykę obliczeniową podaną w literaturze [5, 8]. Zakładając, że znane są przebiegi: y , \dot{y} , \ddot{y} oraz F_k dla określonej prędkości jazdy - masa zastępcza może być wyznaczona z następującego wzoru:

$$m_s = \frac{F_k - k_s y - b_s v \dot{y} - W_{sf}(\ddot{y})}{v^2 \ddot{y}} \quad (3)$$

Wzór (3) jest przekształceniem równania (4) cz. II, w którym sieć trakcyjna rozpatrywana jest jako układ o 1 stopniu swobody. Przebiegi: y , \dot{y} , \ddot{y} , F_k można uzyskać na modelu ST4+OP2, charakterystykę k_s na modelu ST4 lub w pomiarach poligonowych, natomiast charakterystyki b_s i W_{sf} mogą być założone w postaci wzorów (8) i (7) cz. II.

3.4. Badanie drgań sieci trakcyjnej

Modela matematyczne typu ST4 i ST3 mogą być wykorzystane m.in. do wyznaczenia częstości drgań własnych oraz prędkości rozchodzenia się drgań.

1. Wyznaczenia częstości drgań własnych

Częstość drgań własnych sieci trakcyjnej można wyznaczyć dwoma metodami: rezonansową oraz zrzutu obciążenia. Metoda zrzutu obciążenia polega na nagłym zdjęciu ciężaru (np. 250 N) zawieszonoego na drutach jezdnych w środku prześła i rejestracji wywołanych w ten sposób drgań. Metoda rezonansowa polega na wprowadzaniu sieci w ruch drgający przy użyciu generatora drgań sinusoidalnych. Generator zwykle umieszczony jest w środku prześła, a punkty pomiarowe w środku prześła oraz w pobliżu konstrukcji wsporczych. Dokonując pomiaru amplitudy drgań dla przyjętego widma częstotliwości (np. 0-3 Hz), można wyznaczyć kolejne harmoniczne częstości drgań własnych sieci trakcyjnej.

Czynności powyższe można powtórzyć na modelach ST4 i ST3.

2. Wyznaczanie prędkości propagacji fali

Prędkość rozchodzenia się drgań w sieci trakcyjnej można wyznaczyć poprzez rejestrację czasu przemieszczania się czoła fali od punktu, w którym dokonano zrzutu obciążenia (środek prześła) do punktu pomiarowego (przy konstrukcji wsporczej).

Procedurę powyższą można powtórzyć na modelach ST4 i ST3.

3. Badanie drgań na rozjazdach

Modela matematyczne typu ST4 i ST3, po odpowiedniej modyfikacji, umożliwiające badanie drgań sieci trakcyjnej na rozjazdach, a także odbić falo-

wych. Modyfikacja modelu ST3 polega w tym przypadku na dołączeniu dodatkowego ciągu segmentów, np. do segmentu znajdującego się w środku strefy odwzorowania.

3.5. Optymalizacja parametryczna

Modele matematyczne typu ST1+OP2 i ST3+OP2 umożliwiają wyznaczenie optymalnych wartości parametrów nowo projektowanych sieci trakcyjnych i odbieraków prądu. Modele te mogą również być wykorzystane do modyfikacji charakterystyk niektórych parametrów układów już eksploatowanych, tam gdzie możliwa jest techniczna realizacja proponowanych ulepszeń.

Przykładami charakterystyk, które mogą być poddane modyfikacji, są: charakterystyka sztywności sieci, charakterystyka tłumienia drgań sieci, charakterystyka tłumienia drgań odbieraka, charakterystyka aerodynamiczna odbieraka. Charakterystykę sztywności sieci trakcyjnej można zmodyfikować poprzez zmianę naciągów przewodów, zmianę długości prześła, stosowanie linek typu Y, wieszaków elastycznych, sieci wielokrotnych itp. Charakterystykę tłumienia drgań sieci można zmodyfikować poprzez zastosowanie w wybranych punktach tłumików lub ograniczników drgań. Charakterystykę aerodynamiczną odbieraka prądu można poprawić m.in. poprzez zmianę kształtu ślizgacza lub sposobu ułożenia nakładek stykowych. Charakterystykę tłumienia drgań odbieraka można poprawić poprzez zastosowanie tłumika hydraulicznego w układzie ślizgacza, względnie w układzie ramowym lub w obu jednocześnie. Tłumiki mogą być o działaniu dwu- lub jednostronnym (przyrychu odbieraka w dół), o charakterystyce liniowej lub nieliniowej.

W przypadku doboru wartości współczynnika tarcia lepkiego dla tłumika o działaniu jednostronnym, przy użyciu języka symulacyjnego nie posiadającego przełącznika wejściowego lub funkcyjnego, zalecany jest wzór:

$$b_{s1}^* = 0.5 \left[1 - \frac{\dot{y} - \dot{y}_r}{\sqrt{(\dot{y} - \dot{y}_r)^2}} \right] b_{s1}$$

lub

(4)

$$b_r^* = 0.5 \left[1 - \frac{\dot{y}_r - \dot{y}_e}{\sqrt{(\dot{y}_r - \dot{y}_e)^2}} \right] b_r$$

Dobór charakterystyk jest przykładem optymalizacji jednoparametrowej. Algorytm optymalizacji parametrów sieci trakcyjnej i odbieraka prądu powinien uwzględniać istniejące ograniczenia w układzie, jak np. wytrzymałość materiałów i związane z tym maksymalne naciągi przewodów, obciążalność prądową materiałów stykowych i związane z tym minimalną masę sieci oraz ślizgacza odbieraka.

3.6. Badanie wpływu zakłóceń

Współpraca odbieraka prądu z siecią trakcyjną może być zakłócana przez szereg czynników, jak np. drgania pudła pojazdu trakcyjnego, na którym zamocowany jest odbierak, działania wiatru, odbicia falowe itp. Zakłócenie powyższe w większości przypadków są o charakterze stochastycznym.

Zmodyfikowane modele matematyczne ST1+OP2 i ST3+OP2 uwzględniają możliwość występowania zakłóceń. Drgania lokomotywy są ujęte explicite w równaniach (1) i (12) cz. II jako zmienne \dot{y}_a, F_a oraz \dot{y}_{aK}, F_{aK} . W najprostszym przypadku drgania lokomotywy opisane są wzorem (11) cz. II. Należy jednak pamiętać, że zarówno y_{am} jak ω_a mogą być zmiennymi losowymi o różnych rozkładach prawdopodobieństw. Uwzględnienie pozostałych zakłóceń w równaniach (1) cz. II oraz (12) cz. II możliwe jest poprzez składniki y_{dod}, F_{dod} oraz y_{dodK}, F_{dodK} . Działanie wiatru może być odwzorowane poprzez korekcję charakterystyki F_a oraz wprowadzenie wymuszenia dodatkowego od strony sieci trakcyjnej, na podobnej zasadzie jak drgania pudła lokomotywy. Do symulacji zakłóceń związanych ze zjawiskami falowymi można wykorzystać karuzelowe połączenie modelu ST3+OP2 (tj. połączenie segmentu pierwszego z ostatnim). Układ karuzelowy stwarza szczególnie trudne warunki współpracy z siecią dla wszystkich odbieraków znajdujących się w strefie odwzorowania.

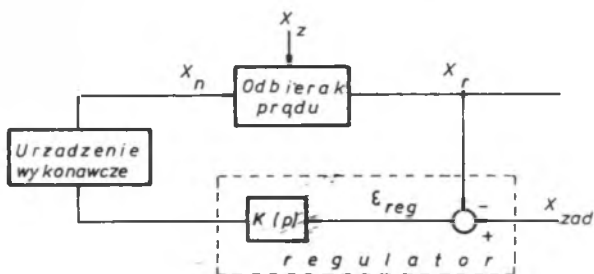
Rozregulowania parametrów, uszkodzenia elementów konstrukcyjnych oraz przypadki szczególne można uwzględnić poprzez korekcję charakterystyk poszczególnych skłedników wejściowych rozpatrywanych modeli matematycznych.

3.7. Wyznaczenie funkcji przenoszenia odbieraka prądu

Modele matematyczne typu OP1, OP2 lub OP3 mogą być wykorzystane do wyznaczenia funkcji przenoszenia lub impedancji mechanicznej odbieraka prądu. Funkcja przenoszenia oraz impedancja mechaniczna są kryteriami oceny jakości konstrukcji odbieraków prądu stosowanymi na kolejach brytyjskich [3. 10].

3.8. Symulacje układu autoregulacji odbieraka prądu

Modele matematyczne typu BP1, OP2 lub OP3 mogą być wykorzystane do symulacji układu autoregulacji odbieraka prądu. Na rys. 5 pokazano zasadnicze elementy takiego układu. Wielkością regulowaną (x_p) może być siła stykowa F_k , której wartość podczas współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną powinna utrzymywać się na zadanym poziomie (x_{zad}) równym np. 85 N. Wielkością nastawianą może być siła statyczna odbieraka F_{st}^* lub b_r^* i w_r^* (w przypadku tłumika drgań jako urządzenie wykonawcze). Jako czynniki zakłócające (x_z) można przyjąć wymuszenie od strony sieci trakcyjnej.



Rys. 5. Zasadnicze elementy układu autoregulacji odbieraka prądu

Zadanie symulacji komputerowej polega w tym przypadku na sprawdzeniu jakości regulacji rozpatrywanego regulatora o transmitencji operatorowej $K(p)$. W przypadku kiedy pomiar siły stykowej w układzie rzeczywistym jest trudny do zrealizowania, wielkością regulowaną może być np. \dot{y}_r . Przy doborze regulatora, a tym bardziej urządzenia wykonawczego, należy mieć na uwadze bardzo dużą szybkość zmian wielkości regulowanej. Przykładowo: dla przełęcza o długości $L = 70$ m czas przejścia odbieraka z prędkością $V = 200$ km/h wynosi 1.26 s - w tym czasie siła stykowa może zmieniać swą wartość w zakresie 0-300 N nawet kilkakrotnie.

4. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

W przedstawionym 3-częściowym artykule rozważono najważniejsze aspekty związane z zagadnieniem symulacji komputerowej współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną. Część I zawiera omówienie znaczenia problemu oraz zestawienie podstawowych klas modeli matematycznych. Część II podaje klasyfikację modeli według typów oraz prezentuje zmodyfikowane modele typu ST1+OP2 (dla symulacji współpracy 1 odbieraka z siecią) i ST3+OP2 (dla symulacji współpracy kilku odbieraków z siecią), w części tej dokonana jest również ocena porównawcza wybranych typów modeli. Część III dotyczy szczegółów komputerowej realizacji modelu matematycznego.

Przedstawione modele matematyczne umożliwiają wieloaspektową ocenę jakości współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną w oparciu o kryteria zestawione m.in. w pracach [1, 15, 16, 17, 8]. O sposobach realizacji modeli matematycznych traktują również prace [6, 7, 8, 9, 13, 19]. Zagadnienia odwzorowania charakterystyk parametrów modelu omówione jest w publikacji [18].

Symulacja komputerowa stanowi alternatywę badawczą dla metod pomiarowych opisanych m.in. w pracy [23], dając projektantom sieci trakcyjnych i odbieraków prądu wygodne narzędzie dla wstępnej weryfikacji proponowanych rozwiązań konstrukcyjnych, a tym samym możliwość wyboru wariantu najkorzystniejszego - już w fazie przedprojektowej; umożliwia ponadto poszuki-

wanie ulepszeń konstrukcyjnych dla układów już znajdujących się w eksploatacji.

W pracy [15] podano m.in. następujące wnioski dotyczące symulacji komputerowej współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną:

- a) wyniki symulacji realizowanej w oparciu o zmodyfikowane modele matematyczne ST1+OP2 i ST3+OP2 (cz. II) wykazują zadowalającą zbieżność z wynikami pomiarów poligonowych;
- b) główną przyczynę ewentualnych różnic w wynikach symulacji oraz pomiarów poligonowych jest tzw. uproszczenie "drugiego rodzaju", czyli sposób odwzorowania charakterystyk parametrów układu, a także nieuwzględnienie (bądź nieznanomość) czynników dodatkowych;
- c) pomiary poligonowe mogą stanowić płaszczyznę porównawczą dla wyników symulacji komputerowej, jeżeli:
 - wyznaczone będą charakterystyki wszystkich parametrów rozpatrywanego układu odbierak-sieć, uwzględnionych w modelu matematycznym;
 - podczas jezd pomiarowych rejestrowane będą przebiegi siły stykowej oraz trajektorii punktu styku, przemieszczenia pionowe ramy odbieraka oraz uniesienia drutu jezdowego w wybranych punktach;
 - jazdy pomiarowe wykonane będą kilkakrotnie dla każdej prędkości na odcinku minimum 5 przęseł;
 - pomiary wykonane będą w warunkach, w których wpływ czynników dodatkowych jest minimalny;
- d) realizowane przy użyciu systemu CSMP modele matematyczne ST1+OP2 i ST3+OP2 są łatwe do oprogramowania i umożliwiają szybkie uzyskanie wyników (dla przykładu należy podać, że wyniki symulacji komputerowej - odpowiadające wynikom pomiarów poligonowych [2] - na maszynie cyfrowej IBM-370/145 można uzyskać w ciągu 3 godz.);
- e) w procesie symulacji współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną przy użyciu maszyn cyfrowych korzystne jest posługiwanie się zmiennokrokowymi metodami całkowania numerycznego, np. Rungego-Kutty IV rzędu lub Milne'a V rzędu, dzięki czemu można uzyskać zadowalającą dokładność oraz szybkość obliczeń;
- f) zmodyfikowane modele matematyczne ST1+OP2 i ST3+OP2 mogą być również realizowane na innych seryjnych maszynach cyfrowych (względnie analogowych lub hybrydowych);
- g) rozważenie wpływu uproszczeń modelu matematycznego na dokładność wyników symulacji jest szczególnie ważne, gdy moc obliczeniowa dostępnego sprzętu komputerowego jest ograniczona;
- h) test jakości współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną powinien uwzględniać najgorsze warunki współpracy tych układów (tzn. możliwość nakładania zakłóceń); do realizacji takiego testu można wykorzystać karuzelowe połączenie modelu ST3+OP2;

1) zaprezentowane modele matematyczne umożliwiają ocenę jakości współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną w szerokim zakresie zmian parametrów; a także badanie sytuacji trudnych dla pomiarów w układzie rzeczywistym; umożliwiają również oddzielne testowanie sieci trakcyjnej i odbieraka prądu.

Rozpatrywane modele nie są weryjami zamkniętymi i mogą być rozbudowane o dodatkowe składowiki, uwzględniające detale konstrukcyjne sieci trakcyjnej i odbieraka prądu. Należy w tym miejscu dodać, że odwzorowane jako stałe w modelach typu OP parametry odbieraka mogą być również opisane funkcjami zależnymi od drogi lub czasu (jak np. sztywność odepnięcia ślizgacza w przypadku zastosowania odepnięcia niezależnego).

Zagadnieniami związanymi z tematem niniejszej publikacji, wymagającymi odrzelnego opracowania, są m.in.:

- a) w zakresie doskonalenia metod symulacji współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną:
- teoria symulacji w warunkach niepełnej znajomości charakterystyk parametrów układu, a w niej koncepcja modelu samosprawdzalnego - realizującego jednocześnie symulację prostą oraz odwrotną;
 - koncepcja modelu zwielokrotnionego, będącego sprzężeniem kilku modeli różnych typów lub jednakowych typów o różnych charakterystykach parametrów;
 - standardowy program symulacyjny (przeznaczony dla projektantów) oceniający jakość współpracy dowolnej liczby odbieraków prądu z siecią trakcyjną w oparciu o podstawowe parametry tych układów;
- b) w zakresie udoskonalenia konstrukcyjnych sieci trakcyjnej i odbieraka prądu:
- symulacja odbieraków z układem autoregulacji;
 - symulacja układów z zastosowanymi ogranicznikami drgań, tłumikami o nieliniowych charakterystykach, a także odbieraków ze sterowanymi tłumikami drgań;
 - symulacja odbieraków wieloślizgaczowych, połówkowych, wielostopniowych, dzielonych, o odepniętych niezależnie nakładkach oraz innych niekonwencjonalnych rozwiązań.

Prace nad przedstawionymi powyżej zagadnieniami będą kontynuowane.

LITERATURA

- [1] Banek A.: Badania i wytyczne dla konstrukcji i modernizacji sieci trakcyjnej dla dużych prędkości jazdy. COB i RTK, Warszawa 1973, temat MK nr 107-15-00-00-01.
- [2] Banek A., Kaniewski M.: Badanie sieci trakcyjnej CMK dla wprowadzenia prędkości jazdy 160 km/h. COB i RTK, Warszawa 1977, temat nr 3356/17.

- [3] Beadle A.R., Betts A.I., Smith W.R.: Pantograph development for high speeds. *Railway Engineer Journal* nr 11/1975.
- [4] Budziaszek J.: Język symulacyjny MIMIC. Wyd. AGH, Kraków 1979.
- [5] Fidrych Z.: Sposoby określenia masy zastępczej sieci trakcyjnej. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka* 52/1977.
- [6] Fidrych Z., Konieczny R.: Modelowanie dynamiki współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną przy użyciu maszyn matematycznych. *Transport Kolejowy, I Sympozjum Katowice-Jaszowice, Politechnika Śląska* 1977.
- [7] Fidrych Z., Konieczny R.: Opatky vŕl'by spôsobu modelovania dynamickej spoluprace zberaca prudu s trolejovym vedenim. Referat, VI Vedecka Konferencia Vysokaj Skoly Dopravnej, Žilina 1979.
- [8] Frajfeld A.W.: Projektowanie sieci kontaktnej. Wydawnictwo "Transport", Moskwa 1978.
- [9] Frajfeld A.W.: Primenienje EVM dla issledovanij tokosjema pri vysokich skorostjach dviženja. *Vestnik VNII ZTr.* nr 1/1972.
- [10] Graziano M.C.: Pantographs for high-speed running. *Railway Division Journal* 1971, ss. 374-406.
- [11] Jarzabek J.: Modelowanie cyfrowe procesów ciągłych na maszynach Jednolitego Systemu. *Biuletyn MERA* nr //1978.
- [12] Kochenburger R.J.: Modelowanie układów dynamicznych przy użyciu maszyn matematycznych. WNT, Warszawa 1975.
- [13] Konieczny R.: Model matematyczny współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną oraz sposoby jego realizacji. Referat na konferencję naukową "Aktualne zagadnienia transportu kolejowego i samochodowego w pracach badawczych środowiska akademickiego w ZSRR", Moskwa, październik 1979.
- [14] Konieczny R.: Hybrydowy system DORNIERA. *Informatyka* nr 2/1979.
- [15] Konieczny R.: Ocena jakości współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną przy użyciu symulacji komputerowej. Praca doktorska, Politechnika Śląska 1981.
- [16] Konieczny R.: Kryteria oceny jakości współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka* nr 78/1982.
- [17] Konieczny R.: Zagadnienie jakości współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną. Materiały na III Konferencję Naukową Instytutu Transportu Politechniki Warszawskiej, wrzesień 1981 (referat ten przedrukowano w *mieś.* "Trakcja i Wagony" nr 1/1982).
- [18] Konieczny R.: Charakterystyka parametrów sieci trakcyjnej i odbieraka prądu. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Transport* nr 1/1983.
- [19] Markwardt T.G., Własow I.I.: Kontaktnaja set. Wydawnictwo "Transport", Moskwa 1977.
- [20] Martin F.F.: Wstęp do modelowania cyfrowego. PWN, Warszawa 1976.
- [21] Orłowski H., Hawryluk J.: Modelowanie cyfrowe. WNT, Warszawa 1971.
- [22] Robichaud L., Boievert M., Robert J.: Grafy przepływu sygnałów. PWN, Warszawa 1968.
- [23] Roman Z.: Badania związane z odbiorem prądu przez pojazd trakcji elektrycznej. *Problemy Kolejnictwa* nr 6/1974.
- [24] Weisheupf S.: Eine elektrisch analoge Nachbildung der senkrechten Schwingungsrichtung bei Eisenbahnfahrzeugen. *DET Eisenbahntechnik* nr 2/1977.
- [25] WZE ELWRO: Program symulacji cyfrowej maszyny analogowej. Wrocław 1972.

- [26] Ziętarek G.: Język symulacji układów ciągłych. IBM System 360 - Continuous System Modeling Program (CSMP) ZETO-ZOWAR, Warszawa 1973.
- [27] Zwoliński J.: Język symulacyjny SCOP na m.c. ODRA-1305. Centrum Informatyki Energetyki i Energii Atomowej, Warszawa 1977.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Przemysław Pazdro

СОПОСТАВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОКОПРИЕМНИКА И КОНТАКТНОЙ ПОДВЕСКИ

Часть III

ВОПРОС РЕАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИ ПОЛЬЗОВАНИИ ЭВМ.
ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫБРАННЫХ ТИПОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Резюме

В статье обсуждено вопрос реализации математической модели динамического взаимодействия токоприёмника и контактной подвески при пользовании ЭВМ (электронная вычислительная машина). Кроме того представлено о возможности применения выбранных типов математических моделей контактной подвески и токоприёмника.

SPECIFICATION FOR MATHEMATICAL MODELS OF DYNAMIC COLLABORATION
OF A CURRENT COLLECTOR WITH OVERHEAD CONTACT SYSTEM

Part III

PROBLEM OF A MATHEMATICAL MODEL ACCOMPLISHMENT ON A COMPUTER
EMPLOYMENT ABILITIES OF SELECTED MATHEMATICAL MODEL TYPES

Summary

In the article, the problem of computer accomplishment of a mathematical model of dynamic collaboration of a current collector with overhead contact system, is discussed. Furthermore, employment abilities of selected mathematical model types of overhead contact system and current, are presented.