

Ludwik MÜLLER

NAPRĘŻENIA W PODSTAWIE ZĘBA KOŁA ZEWNĘTRZNIE UZĘBIONEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono algorytm obliczenia maksymalnych wartości naprężenia w podstawie zęba koła zewnętrznie uzębionego, wykonanego za pomocą narzędzia o dowolnym zarysie odniesienia% kąt zarysu od 15° do 28° , dowolny kąt protuberancji, w bardzo szerokim zakresie zmienny promień zaokrąglenia głowy narzędzia itd. Z wyjątkiem zębów podcinanych błąd oceny naprężeń nie przekracza 1.

Wprowadzenie

Naprężenia w podstawie zęba wyznacza się różnymi metodami analitycznymi lub numerycznymi. Dla celów praktycznych wyniki przedstawia się najczęściej w postaci dwóch wykresów. Jeden z nich przedstawia nominalną wartość naprężenia zwykle po stronie rozciąganej, a drugi przedstawia współczynnik koncentracji naprężeń, wywołanej działaniem karbu. Zarówno nominalna wartość naprężeń, jak też współczynnik koncentracji są funkcjami:

1) kształtu narzędzia, 2) liczby zębów w kole, 3) współczynnika przesunięcia zarysu.

Z tych względów, zwłaszcza ostatnio po rozpowszechnieniu się metody elementów skończonych, spotyka się dane np. w postaci wykresów zawierających informacje o wartości maksymalnej naprężeń w podstawie zębów w funkcji wyżej podanych wielkości, bez rozdzielania na wartość nominalną i współczynnik koncentracji.

W ten sposób unika się pomyłek wywołanych niewłaściwym kojarzeniem wykresów. Na on jeszcze dodatkowe zalety:

- 1) ułatwiony jest wybór optymalnych parametrów koła i narzędzia,
- 2) umożliwia jest wykorzystanie w obliczeniach wytrzymałościowych informacji o wytrzymałości zmęczeniowej materiału, określonej na gładkiej próbce, zamiast wytrzymałości zmęczeniowej zęba, określonej na próbce w postaci koła zębatego o znormalizowanych parametrach geometrycznych.

W celu zmniejszenia objętości opracowania przy omawianiu poszczególnych zależności podawane będą numery wzorów, rysunków i tablic książki L. Muller: "Przekładnie zębate - projektowanie" WNT, 1979. Wzory zaczerpnięte z książki oznaczane są liczbami dziesiętnymi, np. (2.136), cyfry przed kropką dziesiętną oznaczają numer rozdziału, a po kropce numer wzoru

w rozdziale. Wzory stosowane w niniejszym opracowaniu mają zwykłą numerację.

Ze względu na przygotowaną normę RWPG oraz normę PN dotyczącą obliczeń wytrzymałościowych kół zębatach w niniejszym opracowaniu podano także oznaczenia ISO stosowane w projektowanych normach.

Wszystkie wzory dotyczące nominalnych wartości naprężeń w podstawie zęba sprowadzane dotychczas do postaci wzoru (2.41):

$$\sigma = \frac{P}{mb} q, \quad (1)$$

gdzie:

- P - siła obwodowa na kole tocznym,
- m - moduł zęba,
- b - szerokość koła,
- q - współczynnik kształtu zależny od rodzaju narzędzia,

liczby zębów w kole i wartości współczynnika przesunięcia zarysu, zależy on też od sposobu określania naprężeń w podstawie.

Zalecenia ISO oraz projekt normy RWPG i PN jako podstawę obliczeń przyjmują wyłącznie naprężenia od zginania zęba, a odpowiednikiem współczynnika q jest obecnie współczynnik Y_{Fa} . Natomiast wzory (2.121), (2.122) oraz (2.142) na podstawie obliczeń nominalnych naprężeń w podstawie przyjmują liniową kombinację naprężeń występujących po rozciąganej stronie zęba a pochodzących od momentu zginającego, siły promieniowej i składowej obwodowej.

Maksymalne naprężenie w podstawie wylicza się mnożąc wartość nominalną przez współczynnik koncentracji naprężeń. W tym przypadku rozróżnia się dwa sposoby postępowania. Jeden, oznaczony w podręczniku jako metoda A, opiera się na znajomości wytrzymałości materiału określonej na gładkiej próbce, drugi sposób, podany jako metoda B (str. 197.), posługuje się wartościami wytrzymałości zmęczeniowej zęba określonymi na próbkach w postaci kół zębatach, a więc uwzględniającymi działanie karbu w próbce.

Norma ISO i projekt RWPG oraz PN posługują się metodą A, w której występują dwa współczynniki:

- 1) wspomniany już współczynnik kształtu zęba Y_{Fa} , charakteryzujący nominalne naprężenia,
- 2) współczynnik Y_S , odpowiednik wzoru (2.130), charakteryzujący koncentrację naprężeń wywołaną działaniem karbu.

W metodzie B występowały również dwa współczynniki:

- 1) występujący we wzorze (1) współczynnik kształtu zęba q, charakteryzujący nominalne naprężenia oraz

2) współczynnik y_k , określony wzorem (2.140) i rysunkiem 151, uwzględniające zmiany karbu w odniesieniu do karbu w próbkach kół zębatych poddanych badaniom wytrzymałościowym.

Nowy projekt RWPG wprowadza tylko jeden współczynnik oznaczony symbolem Y_{FaS} , który jest iloczynem wg zależności:

$$Y_{FaS} = Y_{Fa} \cdot Y_S \quad (2)$$

W proponowanej w niniejszym opracowaniu metodzie obliczeń maksymalnych naprężeń, określanych nieco inaczej niż w ISO i projekcie RWPG, wprowadzono następujące oznaczenie:

$$Y_e = \frac{\sigma_{\max} \cdot b_m}{P_n} \quad (3)$$

gdzie:

σ_{\max} - maksymalne naprężenie w podstawie zęba, wynikające z działania siły normalnej P_n przyłożonej na wierzchołku zęba,

P_n - siła normalna wynikająca z przenieszonego momentu obrotowego z uwzględnieniem dodatkowych oddziaływań wynikających z przeciążeń, sił dynamicznych, nierównomiernego rozkładu obciążenia itd.

Ze wzoru (3) wynika wprost maksymalna wartość naprężeń w podstawie zęba:

$$\sigma_{\max} = \frac{P_n}{b_m} Y_e \quad (4)$$

W tych warunkach liczbowo wartość naprężeń równa jest wartości współczynnika Y_e przy założeniu $P_n/b_m = 1$.

Najczęściej w obliczeniach wytrzymałościowych pary kół operuje się wartością siły obwodowej na kole tocznym. Wtedy zachodzą zależności:

$$P = \frac{2M_1}{d_{w1}} \quad \text{oraz} \quad P_n = \frac{P}{\cos \alpha_w} \quad (5)$$

Posługiwanie się postaciami wzorów (3) i (4) ułatwia obliczanie współczynnika Y_e , ponieważ nie zależy on od kąta na średnicy tocznej, lecz tylko od kąta zarysu. Natomiast w dalszych obliczeniach wytrzymałościowych korzystnie jest operować siłą styczną do koła tocznego, występującą we wzorze (5), co dodatkowo wyjaśniono w podręczniku przy opisie wzorów (2.7) i (2.8).

Tak więc różnica pomiędzy wartościami współczynników Y_e oraz Y_{FaS} pochodzi:

- 1) z różnicy sposobów definiowania naprężeń nominalnych i współczynnika koncentracji,
- 2) stąd, że współczynnik Y_e oparty jest na znajomości siły normalnej do zarysu zęba na wierzchołku, a współczynnik Y_{FaS} odniesiony jest do siły obwodowej.

Sposoby wyznaczania wartości współczynnika Y_e , występującego we wzorze określającym maksymalne naprężenia (4) oraz sposoby wykorzystania informacji o wartości naprężeń określonych wzorem (4) podane są w dalszej części opracowania.

W celu uproszczenia obliczeń w dalszej części opracowania przyjęto wielkości bezwymiarowe, odnosząc wielkości o wymiarze długości do modułu, co jest liczbowo jednoznaczne z założeniem wartości modułu $m = 1$.

1. Naprężenie w kołach zewnętrznie uzębionych

Koła zewnętrznie uzębione wykonuje się najczęściej za pomocą freza zębatego. Tylko w wyjątkowych przypadkach, np. w przypadku trudnego dostępu, wykonuje się je za pomocą dłutaka Fellowsa.

Zęby podlegające szlifowaniu zacina się coraz częściej za pomocą frezów z proturberancją.

We wszystkich przypadkach kół zewnętrznie uzębionych stosuje się ten sam wzór określający wartość współczynnika Y_e , a tym samym maksymalnych naprężeń, a różnica polega na sposobie wyliczenia wielkości geometrycznych występujących we wzorze.

Wielkości geometryczne zależą właśnie od parametrów narzędzia. W związku z tym przedstawiony będzie najpierw sposób wyliczania i parametrów geometrycznych zęba wykonanego za pomocą freza zębatego z proturberancją, który w szczególnym przypadku doboru parametrów przybiera kształt zwykłego freza bez proturberancji.

Zgodnie z rys. 1 frez zębatego z proturberancją charakteryzuje się następującymi parametrami określonymi w przekroju normalnym:

α_{on} - nominalny kąt zarysu (zwykle 20°),

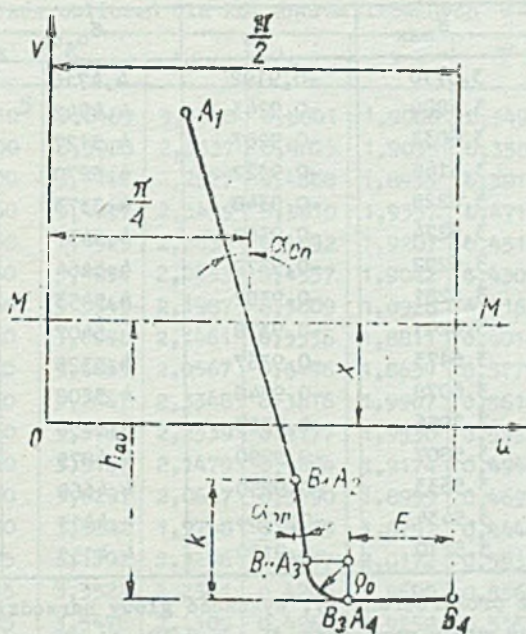
α_{op} - kąt proturberancji,

k - wysokość proturberancji,

h_{ao} - wysokość głowy narzędzia,

ρ_{ao} - promień zaokrąglenia głowy narzędzia

wymiary k , h_{ao} oraz ρ_{ao} podane są w stosunku do modułu normalnego. Ten sam rysunek może posłużyć dla frezów bez proturberancji, jeżeli założy się



Rys. 1. Parametry zębatki z protuberancją
Fig. 1. Parameters of a rack with protuberance

$\alpha_{on} = \alpha_{op}$. W tym przypadku wartość k może być dowolna, np. $k = 0$, a frez charakteryzuje się następującymi parametrami: nominalnym kątem zarysu α_{on} , wysokością głowy narzędzia h_{a0} oraz promieniem zaokrąglenia głowy narzędzia ρ_{a0} .

W tabelicy 1 przedstawiono wartości naprężenia na zarysie stopy zęba w funkcji parametry u (L. 2) w okolicy wstępowania wartości maksymalnej dla pewnego szczególnego przypadku koła zębatego.

Dla celów dalszej analizy w tabelicy przedstawiono także naprężenie występujące w szczególnych przypadkach obciążenia: a) wyłącznie jednostkową siłą promieniową ściskającą stopę zęba, b) wyłącznie siłą jednostkową obwodową działającą bądź na wierzchołku ($e = 0$) bądź poniżej wierzchołku $u_a = 0,05$. Moment zginający zął zależy od punktu przyłożenia siły, podczas gdy siła styczna jest w obu przypadkach jednakowa.

Jak wynika z danych tabelicy:

- maksymalna wartość naprężeń wywołanych jednostkową siłą normalną przyłożoną na wierzchołku zęba wynosi 3,6292 i występuje w miejscu określonym za pomocą parametru $u = 0,44$,

Tablica 1

Wartości naprężeń w stopie zęba przy różnych przypadkach obciążenia

u	σ_{\max}	σ_c	$\sigma_{0,0}$	$\sigma_{0,05}$
0,38	3,5710	-0,9192	4,4716	3,2784
0,39	3,5888	-0,9243	4,4942	3,3071
0,40	3,6033	-0,9287	4,5127	3,3327
0,41	3,6145	-0,9322	4,5270	3,3551
0,42	3,6225	-0,9348	4,5373	3,3744
0,43	3,6274	-0,9367	4,5437	3,3907
0,44	3,6292	-0,9379	4,5464	3,4041
0,45	3,6281	-0,9382	4,5453	3,4145
0,46	3,6241	-0,9378	4,5407	3,4221
0,47	3,6173	-0,9367	4,5325	3,4268
0,48	3,6078	-0,9348	4,5208	3,4287
0,49	3,5956	-0,9323	4,5058	3,4279
0,50	3,5807	-0,9290	4,4875	3,4243
0,51	3,5633	-0,9250	4,4660	3,4180
0,52	3,5434	-0,9204	4,4413	3,4091
0,53	3,5210	-0,9150	4,4135	3,3976

Kąt zarysu 20° (bez proturberancji), wysokość głowy narzędzia $h_{a0} = 1,25$, promień zaokrąglenia głowy narzędzia $\rho_{a0} = 0,38$, liczba zębów w kole $z = 30$, współczynnik przesunięcia zarysu $x = 0$ kąt $\Psi = 0,4698615$ rad.

- najwyższa bezwzględna wartość naprężeń wywołanych siłą promieniową o jednostkowej wartości występuje dla wartości $u = 0,45$,
- największe naprężenia od jednostkowej siły obwodowej przyłożonej na wierzchołku zęba występują w miejscu $u = 0,44$,
- natomiast w przypadku przemieszczenia siły w kierunku stopy zęba maksymalne naprężenia występują w miejscu $u = 0,48$.

Ponieważ w okolicy występowania maksymalnych naprężeń ich gradient jest mały, przeto przyjęto do dalszych obliczeń zębów bez podcienia tylko jedno charakterystyczne miejsce obliczeniowe, dobierając w ten sposób pozostałe parametry wzoru określającego maksymalne naprężenia po stronie rozciąganej tak, aby uzyskać wartość możliwie bliską wartości maksymalnej występującej na ogół w różnych miejscach w zależności od kształtu zęba.

Podany niżej wzór opracowany metodami statystyki nie może być interpretowany poza zakresem sprawdzenia, między innymi nie dotyczy on zębów podcinanych ani hipotetycznych zębów, w których promień krzywizny rośnie nieograniczenie.

W tablicy 2 przedstawiono wartości naprężeń wyznaczonych metodą odwzorowań wiernokątnych (L. 2) oraz wartości błędu wynikającego ze stosowania wzoru określającego Y_e dla najczęściej stosowanego narzędzia.

Tablica 2

Porównanie wyników obliczeń dla kół znormalizowanych $\alpha = 20^\circ$, $\rho_{ao} = 0,38$

Lp.	x	z	σ_{max}	s_f	ρ_k	e	Ψ	Y_e	%
1	0	10 ⁵	3,6459	3,3548	0,3801	1,9066	0,3491	3,6552	0,26
2	0	500	3,5938	2,3337	0,4025	1,9035	0,3582	3,6177	0,67
3	0	100	3,5142	2,2577	0,4668	1,8955	0,3916	3,5502	1,02
4	0,8	60	3,4037	2,3459	0,3810	1,9357	0,4712	3,3994	-0,13
5	0,5	60	3,4529	2,3034	0,4052	1,9207	0,4514	3,4678	0,43
6	0,2	60	3,4894	2,2453	0,4557	1,9042	0,4307	3,5175	0,81
7	0	60	3,3549	2,1987	0,5009	1,8928	0,4163	3,5551	0,57
8	-0,2	60	3,6088	2,1461	0,5536	1,8811	0,4014	3,6045	-0,12
9	-0,5	60	3,6865	2,0567	0,6446	1,8634	0,3779	3,7126	0,71
10	0,8	30	3,2467	2,3348	0,3816	1,9907	0,5618	3,2295	-0,53
11	0,5	30	3,3701	2,2539	0,4177	1,9530	0,5291	3,3746	0,13
12	0,2	30	3,5167	2,1479	0,4884	1,9174	0,4944	3,5307	0,40
13	0	30	3,6291	2,0657	0,5490	1,8955	0,4699	3,6658	1,01
14	-0,2	30	3,8822	1,9748	0,6179	1,8751	0,4440	3,8420	-1,03
15	0,8	25	3,1902	2,3296	0,3817	2,0172	0,5933	3,1753	-0,47
16	0,5	25	3,3522	2,2341	0,4209	1,9690	0,5562	3,3524	0,01
17	0,2	25	3,5476	2,1109	0,4963	1,9252	0,5167	3,5550	0,21
18	0	25	3,7468	2,0163	0,5604	1,8990	0,4888	3,7339	-0,35
19	-0,2	25	4,0066	1,9122	0,6327	1,8753	0,4592	3,9685	-0,95
20	0,8	16	3,0705	2,3095	0,3821	2,1216	0,6868	3,0293	-1,34
21	0,5	16	3,3445	2,1673	0,4276	2,0321	0,6368	3,3145	-0,90
22	0,2	16	3,7516	1,9919	0,5128	1,9576	0,5833	3,6845	-1,79
23	0,8	10	2,9518	2,2663	0,3823	2,3393	0,8160	2,8659	-2,91

W tablicy 3 przedstawiono błędy występujące dla nietypowych kształtów zębów.

We wszystkich przypadkach obliczeń współczynnika Y_e przyjęto ten sam przekrój kontrolny, w którym styczna do zarysu stopy zęba zawiera z jego osią kąt 30° , oznaczając odpowiednio przez:

s_f - grubość zęba w rozpatrywanym przekroju,

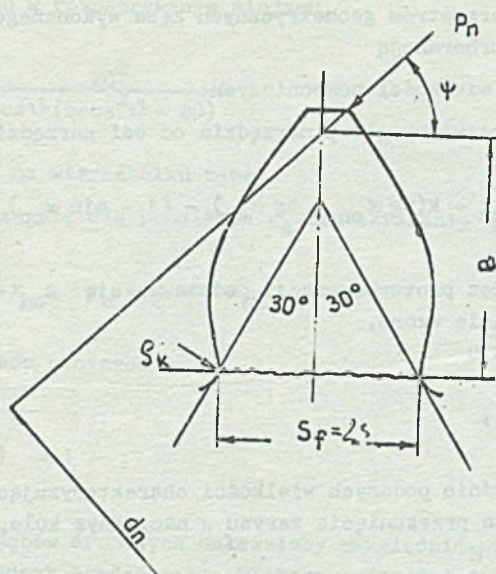
ρ_k - promień krzywizny w punkcie kontrolnym,

e - ramię działania siły międzyzębnej,

Ψ - kąt zawarty między osią zęba a kierunkiem siły normalnej do zarysu zęba na jego wierzchołku rys. 2.

Porównanie wyników obliczeń nietypowych kół zębatych

Lp.	x	z	ρ_{ac}	α_{on}	δ_{max}	s_f	ρ_k	e	Ψ	γ_e	%
1	0	30	0,05	20	4,4421	2,0529	0,3482	2,0024	0,4699	4,4377	-0,10
2	0	30	0,15	20	4,1593	2,0576	0,4062	1,9706	0,4699	4,1677	0,20
3	0	30	0,25	20	3,9170	2,0616	0,4666	1,9383	0,4699	3,9323	0,39
4	0	30	0,50	20	3,4338	2,0680	0,6293	1,8552	0,4699	3,4511	0,50
5	0,5	30	0,15	20	4,1278	2,2637	0,2426	2,0382	0,5291	4,0802	-1,15
6	0,5	30	0,30	20	3,5611	2,2579	0,3544	1,9830	0,5291	3,5788	0,50
7	0,5	30	0,50	20	3,1129	2,2461	0,5179	1,9069	0,5291	3,1202	0,24
8	1,0	30	0,375	20	3,1263	2,3736	0,3806	2,0184	0,5827	3,1201	-0,20
9	0	30	0,47	28	2,6016	2,3768	0,6045	1,9336	0,5824	2,6175	0,61
10	0	30	0,43	25	2,9437	2,2575	0,5790	1,9146	0,533	2,9805	1,25
11	0	30	0,40	22,5	3,2742	2,1609	0,5606	1,9043	0,5032	3,3136	1,20
12	0	30	0,34	15	4,4554	1,8810	0,5266	1,8888	0,4100	4,4828	0,62



Rys. 2. Parametry wytrzymałościowe zęba
Fig. 2. Strength parameters of a tooth

Przy powyższych założeniach współczynnik Y_e występujący we wzorze (4), określający w określonych warunkach maksymalne naprężenia w zębie, wyraża się wzorem:

$$Y_e = 0,908 \left(\frac{s_f}{\rho_k} \right)^{0,293} \left[\frac{6e}{s_f} - 1,5 \operatorname{tg} \Psi + 1,6 \right] \frac{\cos \Psi}{s_f} \quad (6)$$

Pierwsza część wzoru określa współczynnik koncentracji naprężeń, a dalsza część wzoru nominalne naprężenia złożone z trzech składowych:

- pochodzącej od momentu zginającego,
- siły ściskającej stopę zęba,
- siły ścinającej stopę.

Współczynnik korelacji dla wartości zestawionych w tabelicy 2 wynosi $R^2 = 0,9902$, podczas gdy współczynniki korelacji dla poszczególnych składowych są mniejsze.

Określenie wielkości geometrycznych występujących we wzorze (6) jest dość żmudne i wymaga programowalnego komputera. W literaturze przedmiotu można znaleźć odpowiednie formuły lub wykresy umożliwiające wyznaczenie parametrów przekroju kontrolnego pod kątem 30° .

Dalsze wzory określające wielkości geometryczne występujące we wzorze (6) przystosowane są do obliczeń za pomocą kalkulatora.

1.1. Obliczenia parametrów geometrycznych zęba wykonanego za pomocą freza z proturberancją

1.1.1. Wyliczenie wielkości pomocniczych:

- odległość środka krzywizny głowy narzędzia od osi narzędzia

$$\lambda = \frac{\pi}{4} - h_{ao} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{on} + k(\operatorname{tg} \alpha_{on} - \operatorname{tg} \alpha_{op}) - (1 - \sin \alpha_{op}) \frac{\rho_{ao}}{\cos \alpha_{op}} \quad (7)$$

w przypadku freza bez proturberancji podstawia się $\alpha_{on} = \alpha_{op}$, co pozwala na uproszczenie wzoru,

- wielkość pomocnicza G

$$G = \rho_{ao} - h_{ao} + x, \quad (8)$$

gdzie oprócz poprzednio podanych wielkości charakteryzujących frez x jest współczynnikiem przesunięcia zarysu w nacinanym kole,

- wielkość pomocnicza H

$$H = \frac{2}{z} \left(\frac{\pi}{2} - \lambda \right) - \frac{\pi}{z}, \quad (9)$$

gdzie z - liczba zębów w kole.

ψ wyliczana jest drogą iteracji, którą rozpoczyna się od założenia w poniższym wzorze $\psi = 0,5$ i powtarza się tak długo, aż nowa wartość różni się od poprzedniej o mniej niż 10^{-4} , zwykle następuje to już po 5 nawrotach. Po lewej stronie wzoru występuje nowa wartość, a po prawej wstawia się wartość poprzednio wyliczoną (w pierwszym kroku 0,5)

$$\psi = \frac{2G}{z} \operatorname{tg} \psi - H. \quad (10)$$

1.1.2. Wyliczenia parametrów geometrycznych zęba koła

Zakładając, że znane są: liczba zębów w kole z oraz współczynnik przesunięcia zarysu x oblicza się następujące wielkości geometryczne w przekroju normalnym:

- grubość zęba u podstawy

$$s_f = z \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} - \psi \right) + \sqrt{3} \left(\frac{G}{\cos \psi} - \rho_{ao} \right), \quad (11)$$

- odległość rozpatrywanego przekroju od środka koła

$$r_s = \frac{z}{2} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \psi \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{G}{\cos \psi} - \rho_{ao} \right). \quad (12)$$

- promień karbu w rozpatrywanym miejscu

$$\rho_k = \rho_{ao} + \frac{2G^2}{\cos \psi (z \cos^2 \psi - 2G)} \quad (13)$$

- kąt przyporu na wierzchołku zęba

zwykle oblicza się dla promienia r_a bez skracania głowy,

$$r_a = \frac{z}{2} + 1 + x \quad r_b = \frac{z}{2} \cos \alpha_{on} \quad (14)$$

wtedy dla zębów prostych

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \sqrt{\left(\frac{r_a}{r_b}\right)^2 - 1} \quad (15)$$

w przypadku zębów śrubowych należałoby uwzględnić wzory podane w L (3). Różnice są jednak bardzo małe. Dlatego najczęściej przedstawia się wartości Y_e w funkcji liczby zębów w kole prostym, stosując te same wykresy dla kół o zębach śrubowych, podstawiając zastępczą liczbę zębów.

Dalsze wzory podawane będą również dla zębów prostych - kąt Ψ zawarty pomiędzy kierunkiem działania siły a osią zęba wylicza się z zależności:

$$\Psi = \operatorname{tg} \alpha_a - \frac{2}{z} \left(\frac{\sqrt{z}}{4} + x \operatorname{tg} \alpha_{on} \right) - \operatorname{tg} \alpha_{on} + \alpha_{on} \quad (16)$$

W powyższym wzorze kąt α_{on} podstawiony jest w radianach względnie w miejsce wyrażenie $-\operatorname{tg} \alpha_{on} + \alpha_{on}$ podstawia się $-\operatorname{inv} \alpha_{on}$.

Szczegóły dotyczące wpływu kąta pochylenia zęba na warunki wytrzymałościowe można określić za pomocą wzorów podanych w pracy L. 3

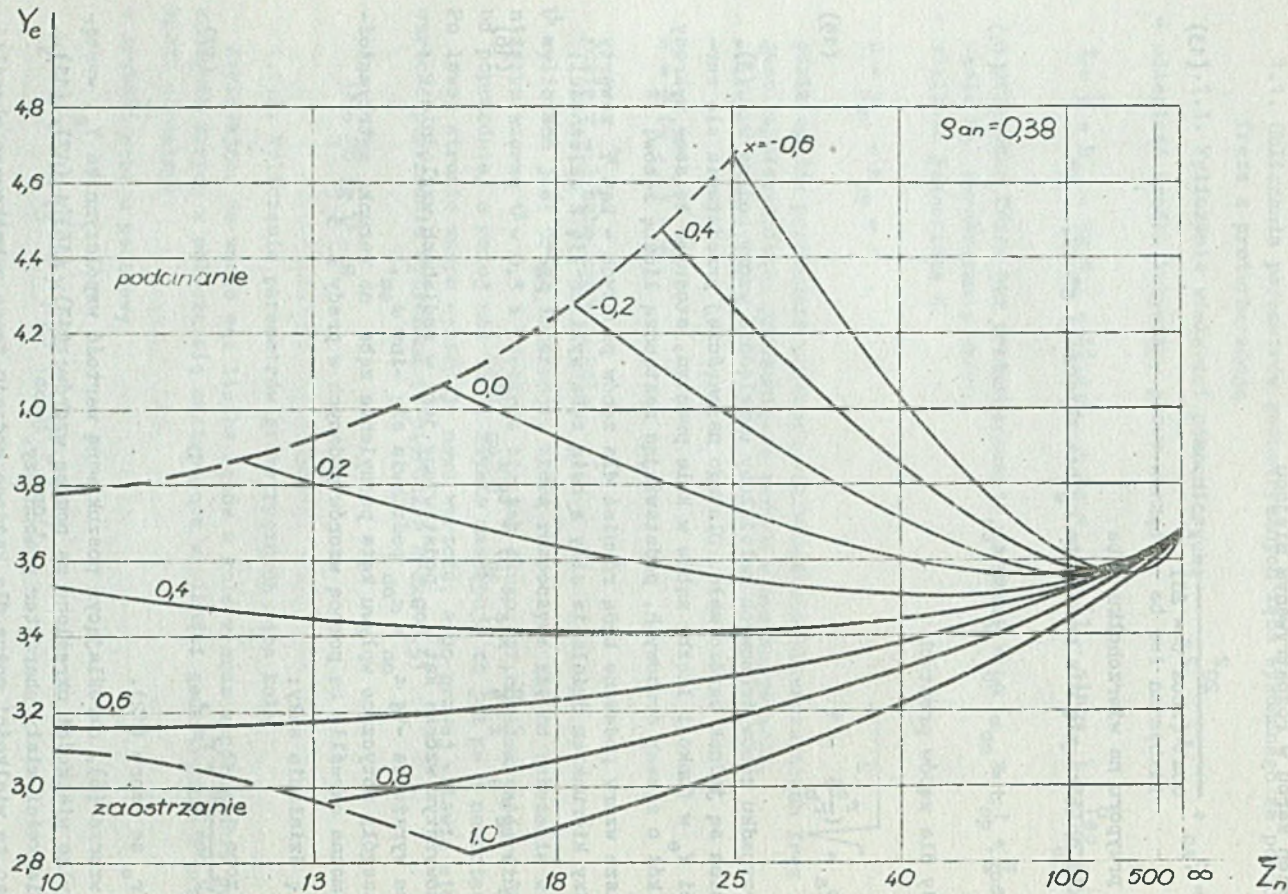
- ramię działania siły:

$$e = \frac{z \cos \alpha_{on}}{2 \cos \Psi} = r_s \quad (17)$$

gdzie r_s ze wzoru (12).

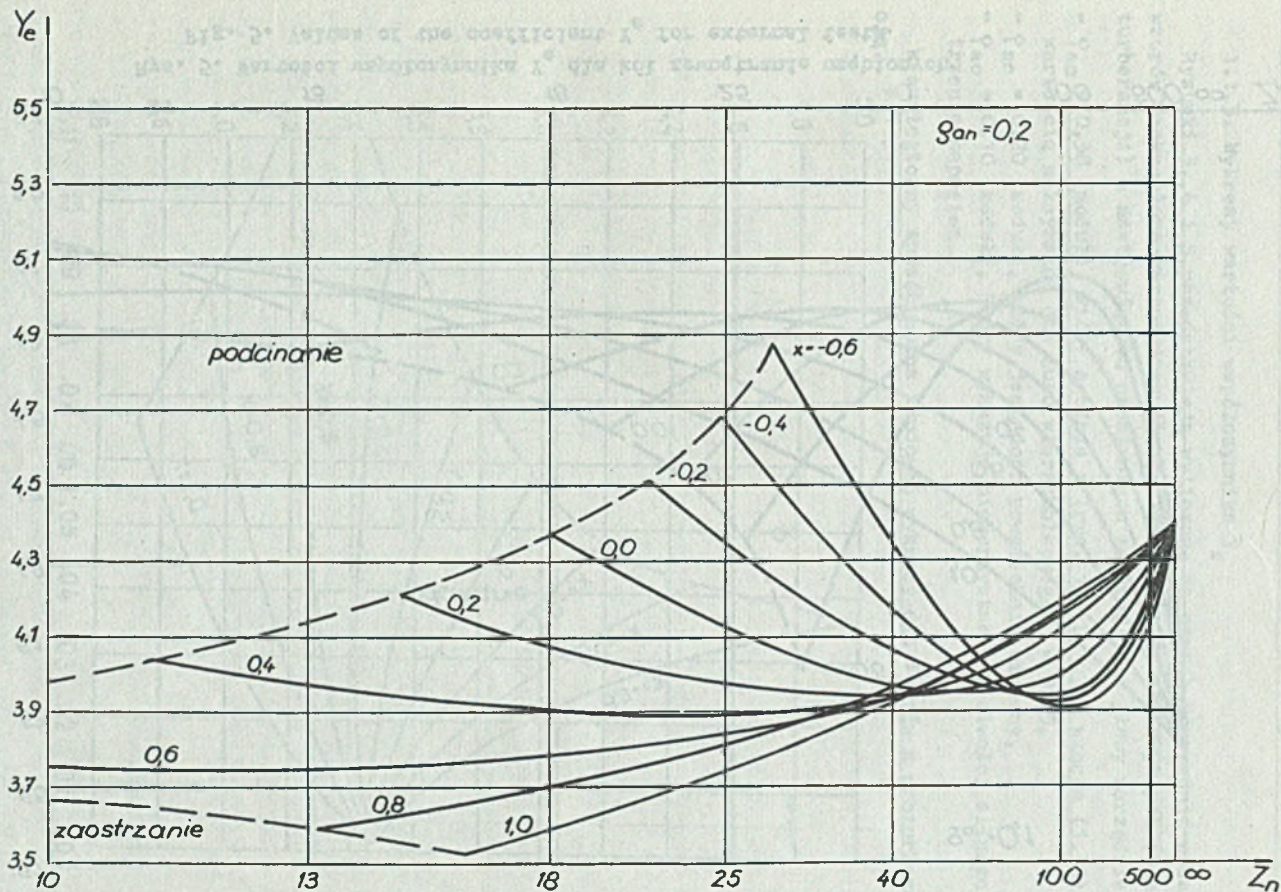
We wzorze (6), określającym poszukiwaną wartość współczynnika Y_e , występują tylko wielkości określone za pomocą wzorów: (13), (16) i (17), (11), inne wielkości miały charakter pomocniczy.

Mając te wielkości można dla każdego rodzaju freza zębatkowego określić w funkcji liczby zębów w kole z oraz wartości współczynnika przesunięcia zarysu x poszczególne punkty wykresu $Y_e = f(z, x)$. Te same wykresy stosuje się dla zębów śrubowych, podstawiając zastępczą liczbę zębów z_n .



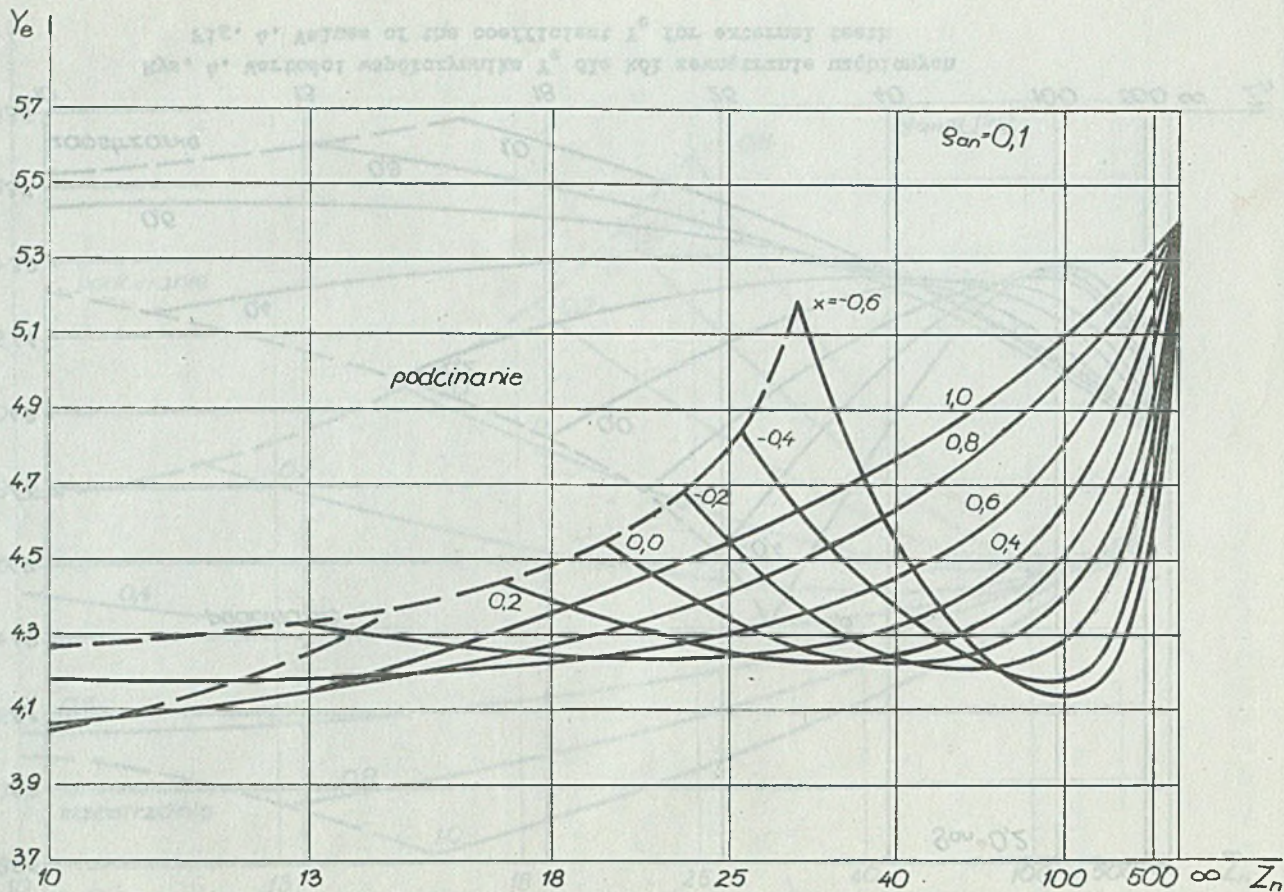
Rys. 3. Wartości współczynnika Y_e dla kół zewnętrznie uzębionych

Fig. 3. Values of the coefficient Y_e for external teeth



Rys. 4. Wartości współczynnika Y_e dla kół zewnętrznie uzębionych

Fig. 4. Values of the coefficient Y_e for external teeth



Rys. 5. Wartości współczynnika Y_e dla kół zewnętrznie uzębionych

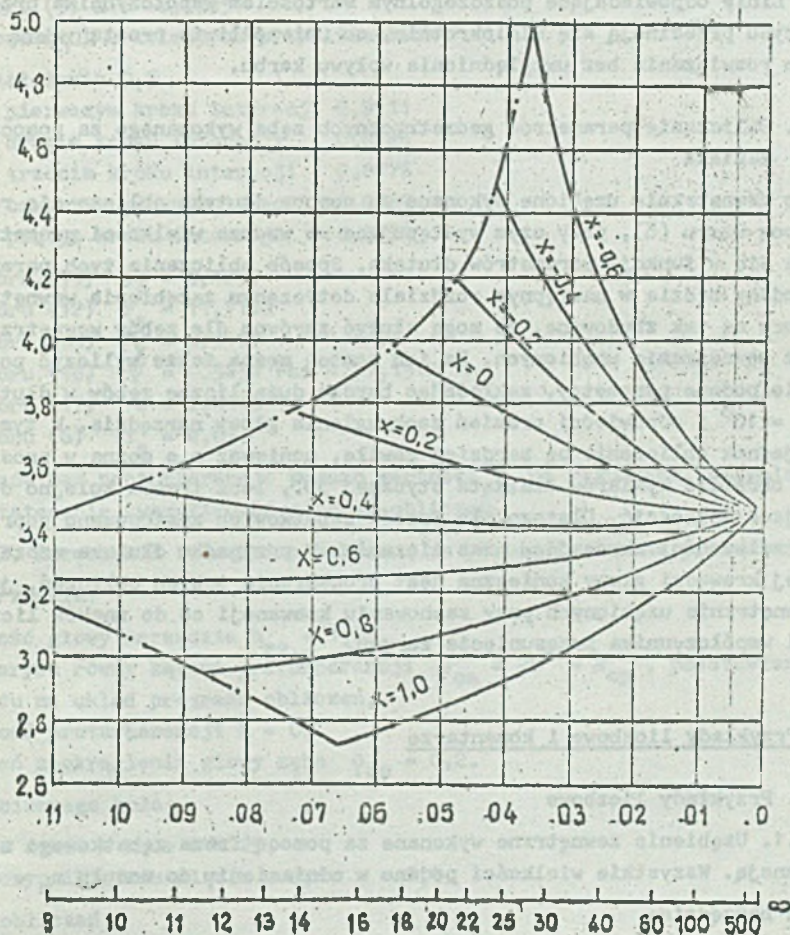
Fig. 5. Values of the coefficient Y_e for external teeth

1.1.3. Wykresy wartości współczynnika Y_e

Rysunki 3, 4 i 5 przedstawiają wyliczone za pomocą poprzednio podanych wzorów zaokrąglone wartości współczynnika Y_e dla frezów zwykłych (bez protuberancji) o następujących promieniach zaokrąglenia głowy narzędzia:

- $\rho_{ao} = 0,38$ (moduł), który zgodnie z (rys. 15. L. 1) i wzorem (1.58) jest wartością maksymalną dla luzu wierzchołkowego $c = 0,25$,
- $\rho_{ao} = 0,20$ (moduł), który jest dość powszechnie używany,
- $\rho_{ao} = 0,10$ (moduł), który wykazuje niekorzystne właściwości silnego spiętrzenia naprężeń.

W analogiczny sposób można zbudować wykresy dla frezów z protuberancją.



Rys. 6. Wartości współczynnika Y_e wyznaczone metodą elementów skończonych (L.6)

Fig. 6. Values of the coefficient Y_e determined in finite element method (L.6)

Na rysunku 6 przedstawiono wyniki obliczeń metodą elementów skończonych zawartych w pracy (L. 6). Wartości na osi rzędnych odpowiadają zgodnie z definicją wyrażoną wzorem (3) wartość współczynnika Y_g . Obliczenia przeprowadzono dla promienia zaokrąglenia głowy narzędzia $\rho_{ao} = 0,375$ (moduł). Inne dane, jak w poprzednich wykresach. Jak łatwo sprawdzić, wartości liczbowe uzyskane w obliczeniach metodą elementów skończonych bardzo dobrze pokrywają się z wynikami uzyskanymi ze wzoru (6), a nawet dość dobrze pokrywają się z wynikami dotyczącymi $\rho_{ao} = 0,38$.

Natomiast z rysunków (4) i (5) wynika bardzo ważny wniosek dotyczący wpływu karbu na maksymalną wartość naprężeń w podstawie. Dotyczy to szczególnie rys. (5), wykonanego dla freza o promieniu zaokrąglenia głowy $\rho_{ao} = 0,1$. Linie odpowiadające poszczególnym wartościom współczynnika przesunięcia zarysu przecinają się wielokrotnie, co uniemożliwia prostą ocenę optymalnego rozwiązania bez uwzględnienia wpływu karbu.

1.2. Obliczanie parametrów geometrycznych zęba wykonanego za pomocą dłutaka

Koło zewnętrznie uzębione wykonane za pomocą dłutaka oblicza się również za pomocą wzoru (6), przy czym występujące we wzorze wielkości geometryczne wylicza się w funkcji parametrów dłutaka. Sposób obliczania tych parametrów podany będzie w następnym rozdziale dotyczącym zazębienia wewnętrznego. Wzory są tak zbudowane, że mogą służyć zarówno dla zębów wewnętrznie, jak też zewnętrznie uzębionych. Za ich pomocą można także wyliczyć poprzednio podane parametry, zakładając bardzo dużą liczbę zębów w dłutaku, np. $z_0 = 10^6$ i odpowiedni promień zaokrąglenia głowy narzędzia. W tym przypadku jednak obliczenia są bardziej zawiłe, ponieważ nie można w prosty sposób określić wymiarów dla kąta stycznej 30° , lecz trzeba kolejno do tego miejsca dochodzić. Dlatego dla frezów zębatkowych zastosowano poprzednio podane zależności skracające czas liczenia. W przypadku dłutaka szczególnie o ostrej krawędzi głowy konieczne jest prowadzenie takich obliczeń, jak dla kół wewnętrznie uzębionych przy zachowaniu konwencji co do znaków liczby zębów i współczynnika przesunięcia zarysu.

2. Przykłady liczbowe i komentarze

2.1. Przykłady liczbowe

2.1.1. Uzębienie zewnętrzne wykonane za pomocą freza zębatkowego z proturberancją. Wszystkie wielkości podano w odniesieniu do modułu $m_n = 1$ mm

Dane narzędzia:

- wysokość głowy narzędzia $h_{ao} = 1,25$,
- kąt zarysu $\alpha_{on} = 20^\circ$, kąt zarysu proturberancji $\alpha_{op} = 15^\circ$,

- wysokość proturberancji $k = 0,5$,
- promień zaokrąglenia głowy narzędzia $\varphi_{a0} = 0,2$.

Dane nacinanego koła:

- liczba zębów w kole $z = 25$,
- współczynnik przesunięcia zarysu $x = 0,4$.

Wyniki obliczeń:

- ze wzoru (14) $r_a = 13,90$; $r_b = 11,7462$
- ze wzoru (15) $\alpha_a = 0,5641 \text{ rad} = 23,323^\circ$
- ze wzoru (7) $\lambda = 0,2250$
- ze wzoru (8) $G = -0,6500$
- ze wzoru (9) $H = -0,9395$
- ze wzoru (10) w kolejnych przybliżeniach

- 1) z założenia $0,5$
- 2) po pierwszym kroku interakcji $0,9111$
- 3) po drugim kroku interakcji $0,8725$
- 4) po trzecim kroku interakcji $0,8776$
- 5) po czwartym kroku interakcji $0,8769$
- 6) po piątym kroku interakcji $0,8770$

- ze wzoru (11) $s_f = 2,1269$
- ze wzoru (12) $r_s = 11,7112$
- ze wzoru (13) $\varphi_k = 0,3147$
- ze wzoru (16) $\Psi = 0,5434 \text{ rad} = 31,1318^\circ$
- ze wzoru (17) $e = 2,0113$
- ze wzoru (6) $Y_e = 4,07$.

Dla frezów bez proturberancji podano wartości Y_e na rysunkach, pozwalających ostatecznie zweryfikować program obliczeń.

2.1.2. Zazębenie zewnętrzne wykonane za pomocą freza bez proturberancji

Dane narzędzia:

- wysokość głowy narzędzia $h_{a0} = 1,25$,
- kąt zarysu równy kątowi proturberancji $\alpha_{on} = 20^\circ = \alpha_{op}$, podstawiany ze względu na układ programu obliczeń,
- wysokość proturberancji $k = 0$,
- promień zaokrąglenia głowy zęba $\varphi_{a0} = 0,2$.

Dane nacinanego koła:

- liczba zębów w kole $z = 25$,
- współczynnik przesunięcia zarysu $x = 0,4$.

Wyniki obliczeń:

- ze wzoru (14) $r_a = 13,9000$ $r_b = 11,7462$
- ze wzoru (15) $\alpha_a = 0,5641 \text{ rad}$
- ze wzoru (7) $\lambda = 0,19039$

- ze wzoru (8) $G = -0,6500$
- ze wzoru (9) $H = -0,9368$
- ze wzoru (10) w kolejnych przybliżeniach ψ

- 1) z założenia = 0.5
- 2) po pierwszym kroku iteracji 0,9084
- 3) po drugim kroku iteracji 0,8701
- 4) po trzecim kroku iteracji 0,8751
- 5) po czwartym kroku iteracji 0,8745
- 6) po piątym kroku iteracji 0,8746

- ze wzoru (11) $s_f = 2,1925$
- ze wzoru (12) $r_s = 11,7074$
- ze wzoru (13) $\varphi_k = 0,3138$
- ze wzoru (16) $\Psi = 0,5434$ rad
- ze wzoru (17) $e = 2,0150$
- ze wzoru (6) $Y_e = 3,89$

Dalsze przykłady obliczeniowe dotyczące narzędzia dłutaka podano w części dotyczącej zazębienia wewnętrznego.

LITERATURA

- [1] L. Müller: Przekładnie zębate - projektowanie, WNT, Warszawa 1979.
- [2] L. Müller: Obliczanie naprężeń w podstawie zęba. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport, z.8, Gliwice 1988.
- [3] R. Padieth: Exakte Ermittlung der Zahnform. Antriebstechnik 1978 nr 10.
- [4] L. Müller: Przekładnie zębate - badania. WNT, Warszawa 1984.
- [5] L. Müller: Przekładnie zębate - dynamika. WNT, Warszawa 1986.
- [6] K. Kondo, J. Takada: On the bending stress of spur gear by FEM - in relation to effect of stressed volum on the strength. "International symposium on gearing and power transmission" 1981 pp. 129-134.

НАПРЯЖЕНИЯ У ОСНОВАНИЯ ЗУБА КОЛЕСА С ВНЕШНЕЙ НАРЕЗКОЙ ЗУБЬЕВ

Резюме

Имеющиеся в литературе методы расчета напряжений у основания зуба зубчатых колес трудно сравнить, ибо чаще всего изменениям профиля сопутствует изменение расчетного метода. В некоторых экстренных случаях есть необходимость оптимального выбора решения по сопротивлению, что требует общего расчетного метода для всех видов зазубления.

В работе представлен расчетный алгоритм максимальных напряжений для произвольного профиля инструмента и зубчатого колеса. При помощи метода описанного в (1.2) определены максимальные напряжения у основания зуба для различных встречаемых на практике параметров инструмента и зубчатого колеса.

Угол подъема инструмента изменялся от 15° до 28° . Принимался произвольный угол протурбации. В широком диапазоне изменялся радиус закругления головы зуба инструмента. Изменялись также в широком диапазоне параметры зубчатого колеса.

Методами статистики получена формула определяющая максимальную величину напряжения у основания зуба, основанная на знании легко определяемых размеров зуба. Исключая зубья с подрезанием, в которых выступает значительное изменение распределения напряжений, ошибка в определении максимальных напряжений у основания зуба не превышает 1%.

Имеющиеся таблицы и графики иллюстрируют опасность ошибки, которая может иметь место при интерполировании конструктором между отдельными методами расчета напряжений.

STRESSES IN AN EXTERNAL TOOTH ROOT

S u m m a r y

Methods of stress calculation in a tooth root common in the literature are difficult to compare since the change of profile is mostly accompanied by the change of calculation method. In some emergency cases it is necessary to choose an optimum solution in respect of strength which requires the stress calculation method common for all types of mesh.

An algorithm of maximum stress calculation, irrespective of the tool gear wheel's shape, has been presented in the paper. The maximum stresses in the tooth root have been determined by means of the method described in (L.2) for different parameters of the tool and gear wheel known in everyday practice. The tool profile angle has been changed from 15° to 28° , an arbitrary angle of protuberance has been assumed, the corner radius of the tool addendum has been changed within a wide range, also the gear wheel parameters have been changed.

A formula determining maximum value of the stress in the tooth root based on the knowledge of easy determinable tooth dimensions has been developed by means of statistic methods.

Apart from undercut teeth where considerable change of load distribution occurs, the estimation error of maximum stresses in the tooth root does not exceed 1%.

The tables and diagrams enclosed hereunder show a danger of the error which may be committed by a designer when interpolating between particular methods of stress calculation.