ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: TRANSPORT z. 10 Nr kole. 988

Ludwik MÜLLER

NAPRĘŻENIA W PODSTAWIE ZĘBA KOŁA WEWNĘTRZNIE UZĘBIONEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono algorytm obliczania maksymalnych wartości naprężenia w podstawie zęba koła wewnętrznie uzębionego, wykonanego za pomocą dłutaka o dowolnych parametrach: kąt zarysu, stopień zużycia, promień zaokrąglenia głowy narzędzia.

Wprowadzenie

Koła wewnętrznie uzębione wykonuje się za pomocą dłutaka. Podstawowe informacje dotyczące problemów związanych z obliczeniami geometrycznymi zazębienia wewnętrznego podano w rozdziale 1.3.7 książki [1], a dodatkowe informacje w następnych rozdziałach.

O kształcie zęba, a zwłaszcza jego stopy decydują nie tylko parametry nacinanego koła (z, x), ale także parametry dłutaka, które zmieniają się podczas ostrzenia narzędzia. Dlatego obliczenie należy prowadzić dla trzech stopni zużycia narzędzia i ewentualnie określić dozwolony dla danej konstrukcji stopień zużycia wyrażający się stale malejącą wartością współczynnika korekcji narzędzia oznaczonej symbolem x_o.

W ogólnym przypadku narzędzie charakteryzuje się następującymi, wchodzącymi do obliczeń geometrycznych wykonywanego koła, parametrami:

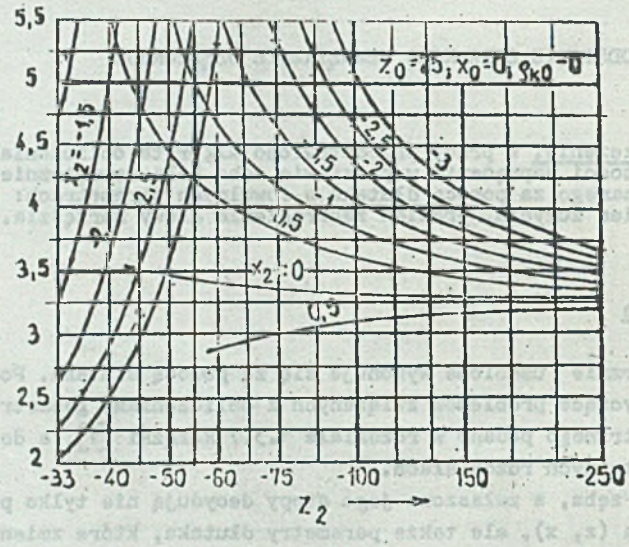
- liczba zębów w dłutaku z_o,
- współczynnik korekcji zębów dłutaka x_o,
- wysokość głowy dłutaka h_{ao},
- kąt zarysu α_{on},
- promień zaokrąglenia głowy dłutaka ρ_{ao}, najczęściej $\rho_{ao} = 0$.

Wszystkie te parametry mają bardzo istotny wpływ na kształt stopy zęba, a tym samym na wartość współczynnika Y_e.

Rysunek 1 przedstawia wyniki obliczeń naprężeń maksymalnych w podstawie zęba kół wewnętrznie uzębionych, dokonanych metodą elementów skończonych [5]. Biorąc pod uwagę liczbę możliwych kombinacji parametrów: z_o, x_o, h_{ao}, α_{on} oraz ρ_{ao}, dla pełnego przedstawienia zależności potrzeba kilkusek rysunków podobnych do rys. 1.

W tych warunkach konieczne jest teoretyczne ujęcie wzoru określającego współczynnik Y_e w taki sposób, aby występujące w nim współczynniki liczbo-

we można było korelować z wynikami obliczeń metodą elementów skończonych lub wynikami pomiarów. Jak na razie liczba publikacji na ten temat jest mała, ale wystarczająca, aby zaproponować wzór (1a,b), który z kilkuprocentową niedokładnością opisuje istniejący stan wiedzy na temat kół wewnętrznie uzębionych.



Rys. 1. Naprężenia w kole wewnętrznie uzębionym (L.5)
Fig. Stresses in an internal gear

Analizując rys. 1. stwierdza się zaskakującą cechę kół wewnętrznie uzębionych:

- dla każdej liczby zębów w dłutaku z_o istnieje taka liczba zębów w kole wewnętrznie uzębionym (z_2), przy której promień zaokrąglenia stopy zęba maleje do zera, a współczynnik koncentracji naprężeń silnie wzrasta,
- na lewo od tej wartości, tj. gdy liczba zębów w kole jest mała (pomijając znak z_2), stosowanie ujemnych wartości współczynnika przesunięcia zarysu jest korzystne, natomiast na prawo od tej wartości, tj. gdy liczba zębów w kole jest duża (pomijając znak z_2), ujemne wartości współczynnika przesunięcia zarysu są szkodliwe, najczęściej jednak konieczne ze względu na współpracę z zębnikiem zewnętrznie uzębionym (rys. 38), [1].

Na podstawie analizy istniejącego stanu wiedzy proponuje się następujące wzory obliczania współczynnika Y_e (maksymalnych naprężeń) w przypadku kół wewnnętrznie uzębionych:

- w przypadku łagodnego karbu, gdy $\frac{X}{\rho_k} \leq 9,7$

$$Y_e = (1,5\frac{e}{X} - 0,65\ tg\Psi + 0,9)\frac{\cos\Psi}{X}(0,588+0,453\ \ln\frac{X}{\rho_k}), \qquad (1a)$$

- w przypadku ostrego karbu gdy $\frac{X}{\rho_k} > 9,7$

$$Y_e = (1,5\,\frac{e}{X} - 0,65\,\mathrm{tg}\,\Psi + 0,9)\,\frac{\cos\Psi}{X}\,(0,168+0,638\ln\frac{X}{\rho_k}). \qquad (1b)$$

Wszystkie wielkości występujące we wzorze (1) są odniesione do modułu normalnego, tj. są bezwymiarowe.

1. Obliczanie parametrów geometrycznych zęba wykonanego za pomocą dłutaka

W dalszych obliczeniach geometrycznych konieczna jest znajomość parametrów dłutaka (rys. 2), z_o, x_o, α_{on}, h_{ao} oraz ρ_{ao} oraz parametrów nacinanego koła, charakteryzującego się głównie:

- liczbą zębów w kole z, w przypadku kół wewnętrznie uzębionych $z < 0$,
- współczynnikiem przesunięcia zarysu x, bez względu na rodzaj koła, x jest dodatnie, natomiast x jest ujemne, gdy narzędzie wprowadzane jest w głąb materiału.

Przyjęcie tej konwencji znaków uniezależnia postać wzoru od rodzaju zazębienia. Niżej podane zależności można stosować także w przypadku zębatki, traktując ją jako dłutak o bardzo dużej liczbie zębów, np. $z_o = 10^5 \ldots 10^6$ zębów, przyjmując współczynnik korekcji dłutaka $x_o = 0$ oraz odpowiednią wartość promienia zaokrąglenia głowy narzędzia ρ_{ao}.

Kolejność obliczeń jest następująca. Wyznacza się:

- kąt przyporu podczas obróbki koła z równania:

$$\mathrm{inv}\ \alpha_{obr} = 2\,\frac{x + z_o}{z + z_o}\,\mathrm{tg}\ \alpha_{on} + \mathrm{inv}\ \alpha_{on}\,. \qquad (2)$$

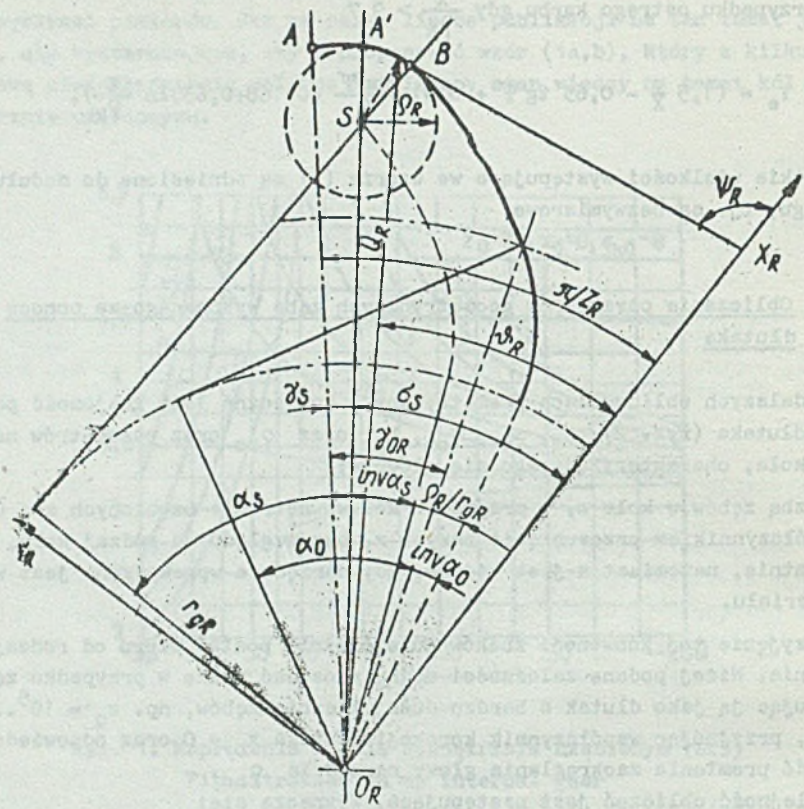
Równanie to rozwiązuje się za pomocą tablic funkcji ewolwentowej lub przez interpolację w następujący sposób:

wprowadza się pomocnicze zmienne:

$$A = \left[3\ \mathrm{inv}\ \alpha_{obr}\right]^{1/3} \qquad B = A + \mathrm{inv}\ \alpha_{obr}\,.$$

Na tej podstawie oblicza się poprawkę C

$$C = \frac{B}{\mathrm{tg}^2 A} - \frac{1}{\mathrm{tg} A}\,.$$



Rys. 2. Parametry zęba dłutaka (L.3)
Fig. 2. Parameters of a gear-shaper cutter tooth

Następnie wylicza się nowe wartości A' i B':

$$A' = A + C \; ; \qquad B' = B + C \; .$$

Dla tych wartości wylicza się nową poprawkę C' i nowe wartości A", B"

$$A'' = A' + C \; ; \qquad B'' = B + C \; .$$

Obliczenia powtarza się kilkakrotnie aż poprawka C'''' będzie dostatecznie mała. Liczba A dąży do poszukiwanej wartości α_{obr} wyrażonej w radianach.

- odległość między środkami kół podczas obróbki

$$a_{obr} = \frac{(z + z_o) \cos \alpha_{on}}{2 \cos \alpha_{obr}} \; , \qquad (3)$$

- promień toczny

$$r = \frac{-a_{obr}}{1 + \frac{z_o}{z}}, \tag{4}$$

- promień pomocniczy R_o

$$R_o = \left|\left(r \frac{z_o}{z}\right)\right|, \tag{5}$$

- promień wierzchołkowy

$$r_{ao} = \frac{z_o}{2} + h_{ao} + x_o, \tag{6}$$

- kąt γ_o z zależności

$$\gamma_o = \frac{\frac{\pi}{2} + 2x_o \operatorname{tg} \alpha_{on}}{z_o}, \tag{7}$$

- kąt α_S z zależności $\alpha_S = \arccos \alpha_S$ (8)

$$\cos \alpha_S = \frac{z_o \cos \alpha_{on}}{2(r_{ao} - \varrho_{ao})}, \tag{9}$$

- kąt γ_S z zależności

$$\gamma_S = \frac{\frac{\pi}{2} + 2x_o \operatorname{tg} \alpha_{on}}{z_o} + \operatorname{inv} \alpha_{on} - \operatorname{inv} \alpha_S - \frac{2\varrho_{ao}}{z_o \cos \alpha_{on}}, \tag{10}$$

- kąt δ_S z równania

$$\delta_S = \frac{\pi}{z_o} - \gamma_S. \tag{11}$$

Następnie znajduje się graniczne wartości kąta Ψ_R w punktach A oraz B, oznaczając je przez Ψ_{2R} i Ψ_{1R}

$$\Psi_{2R} = \delta_S + \frac{\pi}{2}, \tag{12}$$

$$\Psi_{1R} = \delta_S + \alpha_S. \tag{13}$$

Różnicę kątów dzieli się na równe części np. wg zależności:

$$\Delta\Psi = \frac{\Psi_{2R} - \Psi_{1R}}{40}, \tag{14}$$

otrzymując w ten sposób krok obliczeniowy.

Obecnie powtarza się kolejno dla poszczególnych wartości kąta Ψ_R zawartych w granicach wyrażonych wzorami (12) - (13), zmienianych o krok wyliczony wzorem (14) dalsze wielkości pomocnicze:

$$X_R = (r_{ao} - \rho_{ao})\cos\delta_S + \rho_{ao}\sin\Psi_R, \tag{15}$$

$$Y_R = (r_{ao} - \rho_{ao})\sin\delta_S - \rho_{ao}\cos\Psi_R, \tag{16}$$

$$q_R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2}, \tag{17}$$

$$\vartheta_R = \operatorname{arctg}\left(\frac{Y_R}{X_R}\right), \tag{18}$$

$$\Theta_R = \Psi_R - \arccos\left(\frac{q_R}{R_o}\right)\cos(\Psi_R - \Psi_R), \tag{19}$$

$$\Theta = \Theta_R\frac{R_o}{r}, \tag{20}$$

otrzymując dane do poszukiwanych współrzędnych zarysu:

$$X = q_R\sin(\Theta - \Theta_R + \vartheta_R) - a_{obr}\sin\Theta, \tag{21}$$

$$Y = -q_R\cos(\Theta - \Theta_R + \vartheta_R) + a_{obr}\cos\Theta, \tag{22}$$

gdzie:

X - połową grubości zęba w badanym przekroju, stosowana we wzorze 1,
Y - odległość przekroju od środka koła.

Na tej podstawie wylicza się kąt stycznej do zarysu stopy, różniczkując X i Y względem kąta z uwzględnieniem zależności (20)

$$X' = q_R\cos(\Theta - \Theta_R + \vartheta_R)\left(1 - \frac{r}{R_o}\right) - a_{obr}\cos\Theta, \tag{23}$$

$$Y' = q_R\sin(\Theta - \Theta_R + \vartheta_R)\left(1 - \frac{r}{R_o}\right) - a_{obr}\sin\Theta. \tag{24}$$

Poczukiwany kąt stycznej do zarysu wyrażony w radianach wynosi:

$$\alpha_{stycz} = - \operatorname{arctg} \frac{X'}{Y'} . \tag{25}$$

W obliczeniach wytrzymałościowych wykorzystuje się parametry geometryczne dla dwóch kątów α_{stycz}:

1) w przypadku zębów zewnętrznie uzębionych:

$$\alpha_{stycz} = 0{,}524 \text{ rad} = 30^{o} ,$$

2) w przypadku kół zewnętrznie uzębionych:

$$\alpha_{stycz} = 1 \text{ rad} = 57{,}3^{o} .$$

Kalkulator powtarza poprzednio podane operacje aż do uzyskania wymaganego kąta stycznej. W tym miejscu przechodzi do liczenia dalszych wielkości potrzebnych w obliczeniach wytrzymałościowych. Wylicza się wielkości pomocnicze:

$$A = q_R \sin (\Psi_R - \vartheta_R) - R_o \sin (\Psi_R - \Theta_R) , \tag{26}$$

$$B = \frac{rR_o}{a_{obr}} \sin (\Psi_R - \Theta_R) \tag{27}$$

i na tej podstawie promień karbu w poszukiwanym miejscu

$$\rho_k = \rho_{ao} + \frac{(A' - \rho_{ao})^2}{A - \rho_{ao} - B} . \tag{28}$$

Dalej oblicza się kąt przyporu na wierzchołku zęba z zależności:

$$\alpha_a = \arccos \left(\frac{r_b}{r_a}\right) , \tag{29}$$

co pozwala określić kąt Ψ zawarty pomiędzy kierunkiem działania siły normalnej i osią zęba

$$\Psi = \operatorname{tg} \alpha_a - \operatorname{inv} \alpha_{on} - \frac{1}{z} \left(\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha_{on}\right) . \tag{30}$$

W końcu oblicza się odległość Y_M punktu przecięcia się kierunku siły od początku układu

$$Y_M = \frac{z \cos \alpha_{on}}{2 \cos \Psi} . \tag{31}$$

co pozwala wyznaczyć ramię działania siły

$$e = Y_M - Y , \tag{32}$$

gdzie Y - ze wzoru (22).

W ten sposób uzyskano wszystkie wartości występujące we wzorze określającym naprężenia Y_e (1), a mianowicie:

e - ze wzoru (32),
A - ze wzoru (21) dla przyjętego kąta stycznej,
Ψ - ze wzoru (30),
ρ_k - ze wzoru (28) dla przyjętego kąta stycznej,
ρ_m - obiera się wg danych materiałowych lub zakłada $\rho_m = 0$ jak dla materiału idealnie wrażliwego na działanie karbu.

2. Przykłady obliczeniowe

2.1. Zazębienie wewnętrzne wykonane za pomocą dłutaka

Dane narzędzia:

- liczba zębów w dłutaku $z_o = 25$,
- współczynnik korekcji dłutaka $x_o = 0,1$,
- wysokość głowy dłutaka $h_{ao} = 1,25$,
- promień zaokrąglenia głowy $\rho_{ao} = 0$.

Dane nacinanego koła:

- liczba zębów w kole $z_2 = -75$,
- współczynnik korekcji $x_2 = -2$.

Wyniki obliczeń:

- średnica wierzchołka koła wyliczona wg wzorów podanych w podręczniku ([1] w rozdziale 1.3.8.1) lub założona

$D_{a2} = -76,368$,

a następnie:

- ze wzoru (2) $\alpha_{obr} = 0,4871$ rad,
- ze wzoru (3) $a_{obr} = -26,5841$,

- ze wzoru (4) $r = 39,8761$,
- ze wzoru (5) $R_o = 13,2920$
- ze wzoru (6) $r_{so} = 13,8500$,
- ze wzoru (7) $\gamma_o = 0,0657$,
- ze wzoru (9) $\alpha_S = 0,5584$ rad,
- ze wzoru (10) $\gamma_S = 0,0143$ rad,
- ze wzoru (11) $\delta_S = 0,1113$,
- ze wzoru (12) $\Psi_{2R} = 1,6821$,
- ze wzoru (13) $\Psi_{1R} = 0,6698$,
- ze wzoru (14) $\Delta\Psi = 0,0253$ lub inny w zależności od kroku.

Dalsze obliczenia wygodnie jest rozpocząć od wartości Ψ_{1R} i dodając $\Delta\Psi$ podwyższać wartość kąta Ψ_R, otrzymując kolejne wartości współrzędnych X_R i Y_R określonych za pomocą wzorów (15) i (16).

Dla kąta $\Psi_{1R} = 0,6698$ otrzymuje się następujące wartości:

- ze wzoru (15) $X_R = 13,7642$,
- ze wzoru (16) $Y_R = 1,5389$,
- ze wzoru (17) $q_R = 13,8500$,
- ze wzoru (18) $\vartheta_R = 0,1113$,
- ze wzoru (19) $\Theta_R = 0,1827$,
- ze wzoru (20) $\Theta = 0,0609$,
- ze wzoru (21) $X = 1,4732$,
- ze wzoru (22) $Y = -40,3841$,
- ze wzoru (25) $\alpha_{stycz} = 0,5480$.

Ponieważ kąt stycznej jest mniejszy od wartości 1 rad, można zawrócić do ponownego obliczania wartości od wzoru (15), powiększając wartość kąta Ψ_{1R} o krok $\Delta\Psi$, dopiero po uzyskaniu kąta stycznej $\alpha_{stycz} \geqslant 1$ obliczać dalsze wielkości.

Dla ułatwienia kontroli podane będą kolejne wartości kąta stycznej:

rozpoczyna wartość 0,5480 a dalej: 0,5762; 0,6041; 0,6318; 0,6593; 0,6866; 0,7409; 0,7679; 0,7948; 0,8215; 0,8482; 0,8749; 0,9014; 0,9279; 0,9544; 0,9808; 1,0072; ta ostatnia wartość spełnia już wymagania $\alpha_{st} \geqslant 1$ i stanowi podstawę wyliczania pozostałych wielkości:

- ze wzoru (21) określa się $X = s = s_f/2 = 1,4899$,
- ze wzoru (22) określa się $Y = -40,4031$,
- ze wzoru (26) $A = 0,6742$,
- ze wzoru (27) $B = -16,3421$,
- ze wzoru (28) $\rho_k = 0,0267$,
- ze wzoru (29) $\alpha_a = 0,3954$,
- ze wzoru (30) $\Psi = 0,4040$,
- ze wzoru (31) $Y_M = -38,3231$,
- ze wzoru (32) $e = 2,0800$.

Zakładając dodatkowo dużą wrażliwość materiału na działanie karbu, tj. $\rho_m = 0$, otrzymuje się po podstawieniu wyżej wyliczonych wartości do wzoru (1) poszukiwaną wartość współczynnika Y_e dla zazębienia wewnętrznego $Y_e = 4{,}306$.

Ten sam program może służyć do wyliczania parametrów koła zewnętrznie uzębionego, wykonanego za pomocą dłutaka. Zgodnie z poprzednio podanymi informacjami parametry zęba wylicza się dla kąta stycznej $30^o = 0{,}52$ rad. Dla ułatwienia kontroli podano niektóre wyniki obliczeń zazębienia zewnętrznego.

2.2. Zazębienie zewnętrzne wykonane za pomocą dłutaka

Dane narzędzia:

- liczba zębów w dłutaku $z_o = 25$,
- współczynnik korekcji dłutaka $x_o = 0{,}1$,
- wysokość głowy dłutaka $h_{ao} = 1{,}25$,
- promień zaokrąglenia głowy dłutaka $\rho_{ao} = 0$.

Dane nacinanego koła:

- liczba zębów w kole $z_2 = 30$,
- współczynnik korekcji $x_2 = 0{,}5$.

Wyniki obliczeń podane dla kąta stycznej $0{,}529 \geqslant 0{,}52$:

- średnica wierzchołkowa koła wyliczona wg zasad podanych w rozdziale 1.3.7.1 lub przyjęta $d_{a2} = 32{,}920$,
- ze wzoru (2) $\alpha_{obr} = 0{,}4003$,
- ze wzoru (3) $a_{obr} = 28{,}0598$,
- ze wzoru (4) $r = -15{,}3053$ (wartość ujemna, prawidłowa),
- ze wzoru (5) $R_o = 12{,}7544$,
- ze wzoru (6) $r_{ao} = 11{,}8500$,
- ze wzoru (7) $\gamma_o = 0{,}0657$,
- ze wzoru (9) $\alpha_S = 0{,}5584$,
- ze wzoru (10) $\gamma_S = 0{,}0143$,
- ze wzoru (11) $\delta_S = 0{,}1113$,
- ze wzoru (12) $\Psi_{2R} = 1{,}6821$,
- ze wzoru (13) $\Psi_{1R} = 0{,}6698$,
- ze wzoru (24) $\Delta\Psi = 0{,}0253$.

Dalsze wartości podano dla $\alpha_{stycz} = 0{,}5286 \geqslant 0{,}52$

- ze wzoru (21) $X = s_f/2 = 1{,}1552$,
- ze wzoru (22) $Y = 14{,}2731$,
- ze wzoru (26) $A = 1{,}6209$,
- ze wzoru (27) $B = -4{,}4620$,
- ze wzoru (28) $\rho_k = 0{,}4319$,
- ze wzoru (29) $\alpha_a = 0{,}5426$,
- ze wzoru (30) $\Psi = 0{,}5236$,

- ze wzoru (31) $Y_M = 16,2761$,
- ze wzoru (32) $e = 2,0029$.

Wyżej obliczone wartości wprowadza się do wzoru określającego współczynnik Y_e w kołach zewnętrznie uzębionych [8].

2.3. Zazębienie zewnętrzne wykonane za pomocą zębatki bez proturberancji, projektowane za pomocą programu dotyczącego dłutaka

Program dotyczący dłutaka może być wykorzystany także w przypadku zębatki przy założeniu następujących parametrów dłutaka, odpowiadających zębatce.

Dane narzędzia:

- liczba zębów w dłutaku $z_o = 10^5$,
- współczynnik korekcji dłutaka $x_o = 0$,
- wysokość głowy dłutaka jak zębatki $f_{ao} = 1,25$,
- promień zaokrąglenia głowy jak w zębatce $\rho_{ao} = 0,2$,
- kąt zarysu jak w zębatce $\alpha_{on} = 20^o$.

Dane nacinanego koła:

- liczba zębów w kole $z_2 = 25$,
- współczynnik przesunięcia zarysu $x_2 = 0,4$.

Wyniki obliczeń:

Ponieważ w programie dłutaka kąt stycznej przybiera dyskretne wartości i omija wartość $30^o = 0,524$ rad, przeto wyniki podane są dla dwóch kątów stycznej około kąta 0,524 rad.

- ze wzoru (21)	$X = 1,094$	$X = 1,100$
- ze wzoru (22)	$Y = 11,711$	$Y = 11,702$
- ze wzoru (28)	$\rho_k = 0,318$	$\rho_k = 0,307$
- ze wzoru (32)	$e = 2,012$	$e = 2,021$
- ze wzoru (25)	$\alpha_{stycz} = 0,511$	$\alpha_{stycz} = 0,545$,
stąd	$Y_e = 3,883$,	$Y_e = 3,904$,

przy założeniu dużej wrażliwości na działanie karbu, tj. $\rho_m = 0$.
W przypadku narzędzia zębatki otrzymuje się $Y_e = 3,890$ dla $\alpha_{st} = 0,5236$.

3. Komentarze

3.1. Sposoby wykorzystania wartości Y_e w obliczeniach wytrzymałościowych

Sposób wprowadzenia wartości Y_e do obliczeń wytrzymałościowych zęba na złamanie zależy od stosowanej metody obliczeń. W przypadku metody A ujętej symbolicznie za pomocą wzoru (2.128) do obliczeń wprowadza się wartość z_g, określającą wytrzymałość zmęczeniową materiału przy zginaniu (zwykle Z_{gj}),

określoną na okrągłych próbkach pozbawionych karbów. W ten sposób zbudowana jest metoda ISO, DIN oraz projekt normy RWPG i PN. W projekcie normy RWPG przewiduje się wyliczanie współczynnika Y_{FaS}, zamiast dwóch współczynników Y_{Fa}, określającego nominalne naprężenia w podstawie zębów oraz Y_S, określającego spiętrzenie naprężeń. W tym przypadku w miejsce iloczynu $Y_{Fa} \cdot Y_S = Y_{FaS}$ należy wprowadzić wyrażenie określone równaniem (33):

$$Y_{Fa} \cdot Y_S = Y_{FaS} = \frac{Y_e}{\cos \alpha_w}, \tag{33}$$

gdzie:

Y_e - współczynnik określający maksymalne naprężenia w podstawie zębów wyliczony wyżej podanymi programami,

α_w - kąt przyporu na średnicy tocznej.

W przypadku metody B, doprowadzonej w tablicach 42 i 43 (L. 1) do postaci współczynnika bezpieczeństwa

$$X_{z1} = \frac{Z_{z1}\, y_m}{Q_c z_1 q_1 y_{k1} y_{p1} q_\varepsilon} \geqslant X_{z\ wym} \tag{34}$$

oraz

$$X_{z2} = \frac{Z_{z2}\, y_m}{Q_c z_1 q_2 y_{k2} y_{p2} q_\varepsilon} \geqslant X_{z\ wym}, \tag{35}$$

wprowadza się w miejsce iloczynu $q_1 y_{k1}$ wartość Y_{e1}, a w miejsce iloczynu $q_2 y_{k2}$ wartość Y_{e2}, określoną dla koła. W ten sposób wzory (34) i (35) przyjmą następujące postacie:

$$X_{z1} = \frac{Z_{z1}\, y_m}{Q_c z_1 Y_{e1} y_{p1} q_\varepsilon} \geqslant X_{z\ wym} \tag{36}$$

oraz dla koła współpracującego

$$X_{z2} = \frac{Z_{z2}\, y_m}{Q_c z_1 Y_{e2} y_{p2} q_\varepsilon} \geqslant X_{z\ wym}. \tag{37}$$

Oznaczenia wielkości występujących we wzorach (34) - (37) podane są w podręczniku.

We wzorach (36) i (37) stosuje się inne wartości wymaganych współczynników bezpieczeństwa X_{zwym} aniżeki we wzorach (34) i (35). Uwzględniając różnice metod obliczeniowych oraz wpływ kąta przyporu na średnicy tocznej (por. wzór 33), zaleca się przyjmowanie niższych wartości współczynnika X w stosunku do X. Dotychczas stosowane wartości współczynnika bezpieczeństwa X_{zwym} mogą być wykorzystane do określania wartości X_{zwym} wg następującej relacji:

$$X'_{zwym} = 0,8 \cdot X_{zwym} \tag{38}$$

3.2. Sposoby uwzględnienia wrażliwości na działanie karbu

W metodzie B wrażliwość materiału na działanie karbu jest w pewnym stopniu uwzględniona na skutek stosowania próbek w kształcie kół zębatych o określonym karbie w podstawie zęba.

Natomiast w metodzie A konieczne jest wprowadzenie do obliczeń współczynników uwzględniających działanie karbu.
Można tego dokonać dwoma sposobami:

Wprowadzić zgodnie z projektem normy RWPG współczynnik Y_δ, którego wartości uzależnione są od wielkości karbu i rodzaju materiału. Dla stali hartowanej indukcyjnie lub płomieniowo przyjmuje się $Y_\delta = 1$, to jest pełną wrażliwość materiału na działanie karbu.

Drugi sposób polega na wprowadzeniu do wzorów określających wartości współczynnika Y_e zamiast rzeczywistej wartości promienie karbu ρ_k wartości zastępczej $\rho_k + \rho_m$, gdzie współczynnik ρ_m jest ilorazem promienia materiałowego i modułu zęba. W przypadku hartowanych zębów również pomija się promień materiałowy i do obliczeń wprowadza wyłącznie promień geometryczny.

LITERATURA

[1] L. Müller: Przekładnie zębate - projektowanie. WNT, Warszawa 1979.
[2] L. Müller: Przekładnie zębate - dynamika. WNT, Warszawa 1986.
[3] B. Obsieger, J. Obsieger: Zahnformfaktoren von Aussen - und inneverzahnung bei der Herstellung im Abwälzverfahren mit Schneidrädern. Konstruktion 1980, nr 11.
[4] L. Müller: Przekładnie zębate - badania. WNT, Warszawa 1984.
[5] A. Golenko, M. Michniewicz: Zahnfussbeanspruchung der mit den Schneidrad hergestellten Innenverzahnung. Togung "Zahnradgetriebe", Dresden 1983.
[6] Z. Czerkies: Wpływ kształtu zęba koła wewnętrznie uzębionego na naprężenia w podstawie. Politechnika Śląska, Gliwice 1984 (praca doktorska).
[7] M. Michniewicz: Sposoby określania położenia przekroju obliczeniowego u podstawy zęba wewnętrznego. Przegląd Mechaniczny 1982, nr 17.
[8] L. Müller: Obliczanie naprężeń w podstawie zęba. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport z. 8 Gliwice 1988.

НАПРЯЖЕНИЯ У ОСНОВАНИЯ ЗУБА С ВНУТРЕННЕЙ НАРЕЗКОЙ ЗУБЬЕВ

Р е з ю м е

Напряжения у основания зуба зубчатого колеса с внутренней нарезкой зависят не только от параметров колеса а также от большого количества параметров нарезного инструмента, изменяющихся по мере изнашивания и заточки. Поэтому в литературе можно встретить только данные касающиеся выбранных комбинаций и являющихся только незначительной частью конструкторских потребностей.

В работе дан алгоритм расчета максимальных напряжений у основания зуба зубчатого долотка с произвольными параметрами: число зубьев долотка угол профиля, степень изношения (т.е. изменение величины коэффициента отклонения профиля зуба долотка).

Алгоритм разработан методами статистики на базе имеющегося большого количества публикаций, касающихся максимальных напряжений у основания зуба, полученных между прочим методом конечных элементов. Окончательная формула определяющая величину напряжения, основана на знании выбранных параметров (форм) зуба, которые можно определить при помощи предлагаемого алгоритма или-же путем измерения зубчатого колеса.

Имеющиеся графики иллюстрируют сложность проблемы и потребность детального анализа на сопротивление.

STRESSES IN AN INTERNAL GEAR TOOTH ROOT

S u m m a r y

Stresses in the tooth root of the internal gear depend not only on the wheel parameters but on a number of a gear-shaper cutter parameters changing as they get worn out and are resharpened. Because of this, the data wchich refer only to selected combinations making only a small part of a designer s demand are usual in the literature.

An algorithm of maximum stress calculation in the tooth root of the internal gear made by means of a gear-shaper cutter of arbitrary parameters: number of teeth in the gear-shaper cutter, profile angle, degree of wear (expressed by the change of the cutter addendum modification coefficient value), corner radius of the cutter addendum has been presented in the paper.

The algorithm has been developed in statistic methods on the basis of numerous publications referring to the maximum stresses in the tooth root, determined, among others in the finite element method.

The finas formula which determines the magnitude of stresses is based on the knowledge of selected parameters (shapes) of the toot that can be determined by means of the enclosed algorithm or by the gear wheel measurement.

The diagram enclosed hereunder shows complexity of the problem and necessity of penetrating strengtz analysis.