

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM

"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON

"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04.1989 ZAKOPANE

Marian OSTWAŁD
Zygmunt SEKULSKI

Instytut Mechaniki Stosowanej
Politechnika Poznańska

DOBÓR OPTIMALNYCH GRUBOŚCI WARSTW TRÓJWARSTWOWEJ PANELI
WALCOWEJ Poddanej OSIOWEMU ŚCISKANIU

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki optymalizacji cienkościennych trójwarstwowych paneli walcowej poddanej osiowemu ściskaniu. Warstwy nośne powłoki wykonane są ze stopu aluminium, wypełniacz z piankowego tworzywa sztucznego. Jako funkcję celu przyjęto masę powłoki, natomiast główne ograniczenia stanowią: warunek stateczności powłoki oraz warunki wytrzymałościowe poszczególnych warstw. Zmiennymi decyzyjnymi są grubości warstw paneli. Przeprowadzono analizę otrzymanych wyników.

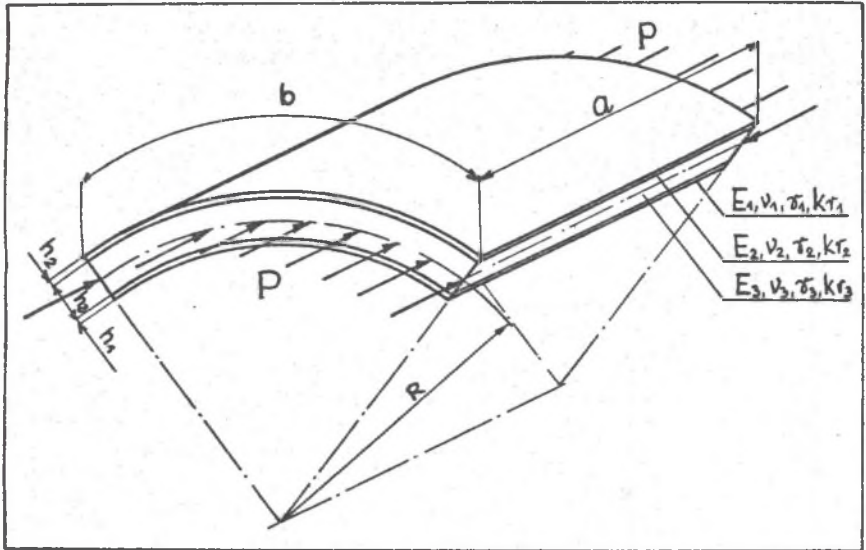
1. Wstęp

Trójwarstwowe konstrukcje powłokowe znajdują w ostatnich latach coraz szersze zastosowanie w różnych dziedzinach techniki. Przyczynę stanowią liczne zalety powłok trójwarstwowych, wśród których najbardziej znacząca jest ich duża wytrzymałość przy stosunkowo niewielkim ciężarze własnym. Jako konstrukcje cienkościenne są one jednak bardzo podatne na wyoboczenie przy naprężeniach ściskających, dlatego też niezależnie od kryterium wytrzymałościowego spełniać muszą odpowiedni warunek dotyczący stateczności.

Optymalne projektowanie powłok trójwarstwowych zmierzać powinno do takiego ich wymiarowania, by osiągnąć dużą nośność konstrukcji przy stosunkowo najmniejszej jej masie. Dlatego też do określania podstawowych parametrów dźwigarów powierzchniowych wykorzystuje się coraz częściej metody programowania matematycznego. W niniejszej pracy przedstawiono sposób takiego doboru grubości warstw trójwarstwowej paneli walcowej poddanej ściskaniu wzdłuż tworzących, aby przy określonej nośności P [kN/m] i powierzchni A uzyskać minimalną masę konstrukcji.

2. Postawowe zależności dla powłoki walcowej

Rozpatrywana w pracy otwarta powłoka cylindryczna składa się z dwóch stosunkowo cienkich warstw nośnych (okładzin) o grubościach h_1 i h_2 oraz grubszej warstwy wypełniającej (rdzenia) o grubości h_3 . Postawowe wymiary obiektu oraz sposób działającego obciążenia pokazano na rys.1.



Rys.1. Model trójwarstwowej powłoki walcowej
Fig.1. Model of sandwich cylindrical panel

Zakłada się, że materiał warstw nośnych ma izotropowe własności sprężyste, a warstwa wypełniająca o module sprężystości wielokrotnie mniejszym jest nieściśliwa w kierunku normalnym do powierzchni środkowej powłoki. Dla konstrukcji trójwarstwowej przyjęto przemieniczny model zgodny z hipotezą linii łamanej, w konsekwencji którego naprężenia ścinania poprzecznego zmieniają się liniowo na grubości warstwy wypełniającej. Założono także, że odkształcenia powłoki są liniowo sprężyste, natomiast jej brzegi, swobodnie podparte, mają przęsny łączące poszczególne warstwy ze sobą.

Szczegółowe rozwiązanie zagadnienia stateczności powłoki walcowej przedstawiono w pracy [1]. Podamy tutaj jedynie, że równania różniczkowe równowagi wyprowadzono na drodze energetycznej metodą wariacyjną. Sprowadzono je następnie do układu trzech równań wyjściowych ze względu na trzy nieznanne funkcje: siłę, przemieszczeń i ugięcia. Przyjmując postać funkcji ugięcia spełniającą warunki brzegowe (kinematyczne w sposób ścisły, statyczne - całkowy) i stosując procedurę ortogonalizacyjną Bubnowa - Galerkiną otrzymano układ czterech nieliniowych równań algebraicznych, w których poza parametrami funkcji ugięcia występuje również nieznaną siłą krytyczną P . Wartości górnych obciążeń krytycznych określono z rozwiązania^x liniowego, które sprowadza się do zerowania wyznacznika utworzonego z liniowych członów w/w układu równań. Rozwijając ten wyznacznik otrzymuje się równanie algebraiczne czwartego stop-

nia względem P_x

$$L_4 P_x^4 + L_3 P_x^3 + L_2 P_x^2 + L_1 P_x + L_0 = 0 \quad (1)$$

którego najmniejszy dodatni pierwiastek odpowiada wartości górnego obciążenia krytycznego P_x^+ rozważanej powłoki. Współczynniki $L_0 \div L_4$ równania (1) zależą od fizycznych i geometrycznych parametrów paneli.

Siła zewnętrzna P przenoszona przez trójwarstwową powłokę rozkłada się na poszczególne warstwy w stopniu proporcjonalnym do sztywności rozciągania danej warstwy. Siły P_i przypadające na odpowiednie warstwy wyznacza się z warunku jednakowego odkształcenia względnego wszystkich warstw powłoki. Oznaczając sztywność rozciągania paneli przez

$$B = B_1 + B_2 + B_3 \quad (2)$$

siły przenoszone przez poszczególne warstwy wynoszą:

$$P_i = \frac{B_i}{B} P \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

gdzie B_i oznacza sztywność rozciągania i -tej warstwy powłoki.

3. Funkcja celu. warunki ograniczające

Optymalne projektowanie konstrukcji wymaga przede wszystkim sformułowania kryterium optymalizacyjnego. Dla cienkościennych powłok najczęściej stosowanym kryterium jest masa konstrukcji [2]. Kryterium to posiada pewne znaczenie ekonomiczne związane z praktycznym zastosowaniem projektowanej konstrukcji. Zgodnie z przyjętymi oznaczeniami (rys.1) funkcja celu dla rozpatrywanej paneli ma postać:

$$m = a \cdot b (h_1 \cdot \gamma_1 + h_2 \cdot \gamma_2 + h_3 \cdot \gamma_3) \longrightarrow \min \quad (4)$$

gdzie γ_i oznacza gęstość materiału i -tej warstwy.

Zmiennymi decyzyjnymi są grubości h_i warstw powłoki, natomiast warunki ograniczające sformułowane są następująco:

a/ Dopuszczalna siła krytyczna jest większa od obciążenia zewnętrznego P

$$P_{kr \text{ dop}} = \frac{P_x^+}{x_1 \cdot x_2} \gg P \quad (5)$$

gdzie P_x^+ - górne obciążenie krytyczne wyznaczone z równania (1),

$x_1 = 1,4$ - współczynnik redukcyjny uwzględniający wpływ ugięć początkowych na wartość siły krytycznej [3].

$x_2 = 1,25$ - współczynnik bezpieczeństwa.

b/ Naprężenia w poszczególnych warstwach powłoki nie przekraczają wartości dopuszczalnych

$$\sigma_1 = \frac{P_1}{h_1} \leq k_{c1} \quad (6)$$

gdzie k_{c1} są naprężeniami dopuszczalnymi na ściskanie materiału i - tej warstwy.

- c/ Grubości warstw nośnych są zgodne z odpowiednimi normami. Ograniczenie to ułatwia praktyczne zastosowanie otrzymanych wyników.
- d/ Grubość warstwy wypełniającej zmienia się z dokładnością do 1 mm, co podyktowane jest względami technologicznymi.
- e/ Stosunek promienia R powierzchni środkowej powłoki do całkowitej jej grubości H spełnia warunek

$$\frac{R}{H} \gg 30$$

co wynika z założeń poczynionych przy rozwiązywaniu zagadnienia stateczności paneli.

4. Obliczenia numeryczne i wnioski

Zadanie optymalnego wyznaczania grubości warstw paneli rozwiązano za pomocą metody systematycznego przeszukiwania. Wybór tej metody podyktowany był jej niewrażliwością na nieliniowy charakter ograniczeń oraz koniecznością przyjmowania dyskretnych wartości zmiennych decyzyjnych.

Analizie numerycznej poddano trzy, różniące się wymiarami a i b , otwarte powłoki walcowe, których warstwy nośne wykonane są z duralu PA6 ($E=7,06 \cdot 10^4$ MPa, $\nu=0,3$, $\gamma=2780$ kg/m, $k_c=0,75R_e=195$ MPa), natomiast warstwa środkowa z piankowego tworzywa sztucznego ($E=53$ MPa, $\nu=0$, $\gamma=210$ kg/m, $k_c=1,8$ MPa). Promień zakrzywienia powierzchni środkowej przyjęto każdorazowo $R=2000$ mm, natomiast wymiary a i b powłoki dobierano tak, aby powierzchnia paneli była zawsze równa 1 m². Wymiary te w kolejnych powłokach wynosiły:

- $a = 800$ mm, $b = 1250$ mm, $a:b = 0,64$
- $a = 1000$ mm, $b = 1000$ mm, $a:b = 1,00$
- $a = 1250$ mm, $b = 800$ mm, $a:b = 1,56$.

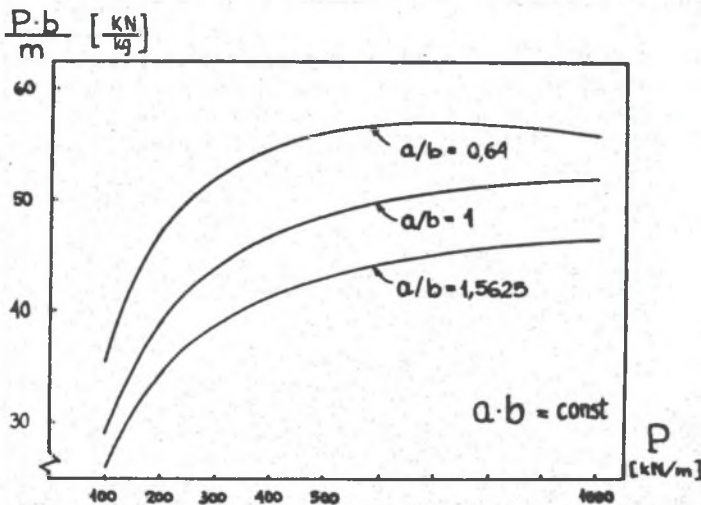
Obliczenia numeryczne zrealizowano na komputerze IBM AT z kompilatorem Turbo Basic w oparciu o specjalnie opracowany program o nazwie PANELA. Rezultaty obliczeń przedstawiono w tabelicy 1.

Poza optymalnymi grubościami warstw zgodnymi z normami (rozwiązanie znormalizowane), w tabelicy tej podano również wartości głównych ograniczeń (dopuszczalna siła krytyczna i naprężenia w poszczególnych warstwach powłoki) oraz wartość funkcji celu, tj. masy powłoki. W oparciu o rozwiązanie ścisłe (nie uwzględniające ograniczenia „c”), które w niniejszej pracy z braku miejsca nie jest prezentowane, wyznaczono aktywny warunek ograniczający (A.W.O.). Podano go w ostatniej kolumnie tabelicy 1, przy czym symbol S oznacza, że aktywnym ograniczeniem była stateczność powłoki, natomiast N - poziom naprężeń w jej warstwach nośnych. Błąd między rozwiązaniem ścisłym a znormalizowanym mieści się w granicach $0,24 \div 8,0\%$ (średnio $2,3\%$) i w praktyce może zostać pominięty. Z analizy ograniczeń wynika, że warunek statecznościowy dla otwartej powłoki walcowej jest aktywnym w większości przypadków (ok. 60%). W odróżnieniu od

Tablica 1

$\frac{a}{b}$	P [kN/m]	Grubości opt. [mm]			P _{kr dop.} [kN/m]	Naprężenia [MPa]		Masa min. [kg]	$\frac{P \cdot b}{m}$ [kN/kg]	A.W.O.
		h ₁	h ₂	h ₃		$\sigma_{1,2}$	σ_3			
0,64	100	0,3	0,3	9	102,6	165,0	0,11	3,56	35,6	S
	200	0,5	0,6	11	203,5	180,6	0,12	5,37	47,2	S
	300	0,8	0,8	14	314,6	186,4	0,13	7,38	52,2	N
	400	1,0	1,05	16	400,6	189,5	0,13	9,20	54,5	S
	500	1,3	1,3	19	505,5	191,4	0,13	11,22	56,4	N
	1000	3,0	3,0	30	1018,7	166,1	0,11	22,98	55,8	S
1,00	100	0,4	0,4	7	109,5	124,3	0,09	3,69	29,1	S
	200	0,5	0,6	10	201,3	180,7	0,12	5,16	39,0	S
	300	0,8	0,8	12	320,5	186,5	0,13	6,97	44,3	N
	400	1,1	1,1	12	401,6	181,1	0,12	8,64	46,5	S
	500	1,3	1,3	15	503,0	166,2	0,11	11,07	48,8	N
	1000	2,6	2,6	23	1003,0	191,7	0,13	19,29	52,1	S
1,56	100	0,3	0,3	7	104,3	165,3	0,11	3,14	26,1	S
	200	0,5	0,6	8	207,4	180,9	0,12	4,74	34,6	S
	300	0,8	0,8	9	320,0	186,7	0,13	6,34	39,0	N
	400	1,0	1,1	10	434,8	189,9	0,13	7,94	41,1	N
	500	1,3	1,3	10	502,8	191,8	0,13	9,33	43,2	S
	1000	2,6	2,5	14	1019,7	192,0	0,13	17,40	46,6	N

zamkniętych powłok walcowych [4], przy projektowaniu paneli warunki wytrzymałościowe (N) odgrywają jednak również istotną rolę. W tabelicy 1 oprócz minimalnej masy podano także wartości stosunku



Rys.2. Porównanie paneli o różnym stosunku a/b.
Fig.2. Comparison of panels with different a/b.

całkowitej siły osiowej przenoszonej przez powłokę do jej masy, tj. $P \cdot b/m$ [kN/kg]. Z otrzymanych rezultatów wynika, że najwyższe wartości wskaźnik ten osiąga dla najkrótszej z rozważanych powłok ($a/b = 0,64$), co w postaci wykresów zilustrowano na rysunku 2. Przy określonej sile ciągłej P [kN/m] działającej na jednostkę długości krzywoliniowego brzegu paneli, najmniejszą masę osiągają konstrukcje o stosunku $a/b = 1,56$.

LITERATURA

- [1] Z. SEKULSKI: Nieliniowe zagadnienie stateczności trójwarstwowej paneli walcowej przy obciążeniu złożonym. *Archiwum Budowy Maszyn*, tom XXXI, z.1-2, 1984.
- [2] M. OSTWALD: Dobór optymalnych grubości warstw trójwarstwowej powłoki walcowej poddanej ścisaniu. *Archiwum Budowy Maszyn*, tom XXXIII, z.3, 1986.
- [3] D. BUSHNELL: PANDA2 - program for minimum weight design of stiffened, composite, locally buckled panels. *Computers and Structures*, vol. 25, no. 4, 1987.
- [4] M. OSTWALD: Optymalizacja trójwarstwowej powłoki walcowej przy ścisaniu i ciśnieniu zewnętrznym z uwzględnieniem stateczności. *Materiały V Sympozjum Stateczności Konstrukcji*, Cedzyna, 1988.

ПОДБОР ОПТИМАЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ СЖАТИИ

Р е з ю м е

В работе представлено результаты оптимизаций трехслойной, тонкостенной, цилиндрической панели при сжатии. Несущие слои оболочки изготовлены из алюминиевого сплава, заполнитель неармированного пенопласта. В качестве целевой функции принят вес оболочки, как главные ограничения принято условие устойчивости оболочки и условия прочности для слоев. В качестве управляемых переменных принято толщины слоев. Представлено анализ полученных результатов.

DETERMINATION OF THE OPTIMUM THICKNESSES OF THE LAYERS OF A SANDWICH CYLINDRICAL PANELS UNDER COMPRESSIVE LOAD

S u m m a r y

In the paper the results of optimization of thin-walled sandwich cylindrical panels under compressive loads are presented. The face layers of the shell are made of aluminium alloy, the core is made of foamed plastic. Weight of the shell is taken as the objective function, stability condition and strength conditions as the basic constraints are taken. As the design variables the thicknesses of the layers are taken. The results of numerical analysis are discussed.

Recenzent: prof. dr inż. A. Jakubowicz

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.