

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
25-28.04.1989 ZAKOPANE

Jan SIKORA

Wydział Budowy Maszyn
Politechnika Gdańska

SELEKCJA CZYNNIKÓW METODĄ BILANSU LOSOWEGO PRZY FORMUŁOWANIU
MODELU MATEMATYCZNEGO W BADANIACH EKSPERYMENTALNYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono zastosowanie metody bilansu losowego do selekcji czynników istotnie wpływających na charakterystyki hydraulicznego układu do wywierania dynamicznych obciążeń przy zmęczeniowych badaniach łożysk poprzecznych. Metoda umożliwia efektywne uściślenie modelu matematycznego formułowanego na podstawie wyników eksperymentu.

1. Wprowadzenie

W naukach technicznych podstawową formą ilościowego opisu badanego obiektu, którym może być istniejący fizycznie układ materialny i zachodzące w nim zjawiska, jest model matematyczny. W znacznej liczbie przypadków jest on formułowany - a prawie zawsze weryfikowany - na podstawie wyników eksperymentów. Model matematyczny w ten sposób wyznaczony zwykle nie jest zależnością ściśle deterministyczną, lecz ma charakter stochastyczny¹⁾ ze względu na dużą liczbę potencjalnie istotnych zmiennych, z których tylko część stanowią czynniki mierzalne i sterowne, mogące być ujęte w doświadczeniu.

Zasadnicze trudności związane z identyfikacją obiektu i jego modelu matematycznego na drodze eksperymentalnej polegają na:
- ustaleniu zmiennych niezależnych, od których w istotny sposób zależy działanie obiektu i od których będzie zależał model;
- przyjęciu odpowiedniej postaci funkcji aproksymującej wyniki doświadczeń;
- optymalnym zaplanowaniu eksperymentu, aby uzyskać żadaną zgodność modelu z obiektem przy możliwie jak najmniejszych nakładach, których miarą jest najczęściej liczba prób.

Kluczowym problemem jest rozwiązanie pierwszej z wymienionych

3) Model taki jest zwykle funkcją regresji drugiego rodzaju.

trudności, ponieważ od wymiaru przestrzeni, w jakiej ma być określony model, zależy właściwe zaplanowanie doświadczeń oraz stopień złożoności poszukiwanej funkcji. Jedną z metod doświadczalnej eliminacji nieistotnych lub mało znaczących czynników jest metoda bilansu losowego [1].

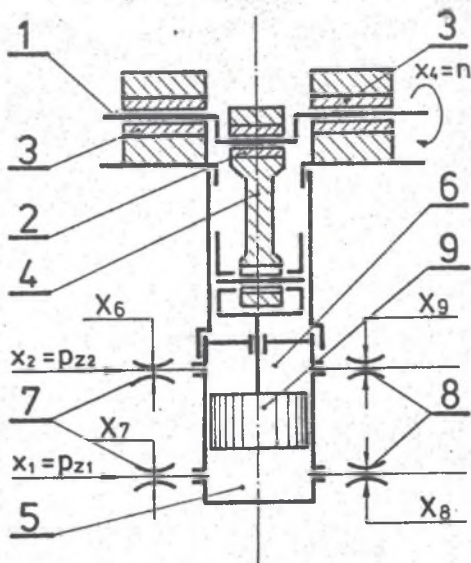
W metodzie tej zakłada się, że jeżeli czynniki wpływające na przebieg badanego procesu uszereguje się według malejącego wkładu przez nie wnoszonego, to otrzyma się krzywą malejącą o charakterze wykładniczym. Zadanie badacza polega na odtworzeniu tej kolejności za pomocą doświadczenia eliminującego. Zmienne mało wpływające na obiekt powinny być zaliczone do pola szumów.

Przy szeregowaniu czynników metodą bilansu losowego przyjmuje się zwykle liniowy model matematyczny badanej zależności ze wszystkimi współdziałaniami pierwszego rzędu. Eksperyment prowadzony jest według planu przesyconego [2], to znaczy wykonuje się znacznie mniej prób niż liczba parametrów, które należy oszacować. Wyniki doświadczeń opracowuje się metodą analizy czynnikowej, zaś ostateczny rezultat weryfikuje się powszechnie znanymi metodami analizy statystycznej.

Metodę bilansu losowego przedstawiono na przykładzie badań hydraulicznego układu do generowania dynamicznych obciążeń modelowych łożysk ślizgowych.

2. Obiekt i program badań

Do realizacji programu badań wytrzymałości zmęczeniowej łożysk ślizgowych zbudowano stanowisko z hydraulicznym układem obciążającym (rys.1). Obracający się z regulowaną prędkością wał badawczy o bardzo małym promieniu wykorbienia powoduje posuwisto-zwrotne ruchy tłoka w cylindrze siłownika, którego komory I i II są zasilone olejem o regulowanej wartości ciśnienia. Ruch tłoka w cylindrze jest źródłem okresowych zmian wartości siły obciążającej badany węzeł łożyskowy. Do sterowania przepływem oleju przez komory zastosowano wymienne elementy dławiące umieszczone na dopływie i wypływie z komór.



Rys.1 Głowica stanowiska do badań wytrzymałości zmęczeniowej łożysk ślizgowych poprzecznych 1/ wał badawczy, 2/ badane łożysko, 3/ łożyska podpierające, 4/ korbwód, 5/ komora I, 6/ komora II, 7, 8/ elementy dławiące, 9/ tłok obciążnika

Fig.1 Head of the test rig for fatigue investigation of journal bearings

1/ testing shaft, 2/ tested bearing, 3/ supporting bearings, 4/ connecting-rod, 5/ chamber I, 6/ chamber II, 7, 8/ throttle devices, 9/ piston

Tablica 1

| Lp. | Czynniki | Oznaczenia | Wymiar | Poziom czynnika | |
|-----|--|------------|----------------|-----------------|-------|
| | | | | -1 | +1 |
| 1 | Ciśnienie oleju na dopływie do komory I | X_1 | MPa | 1,5 | 5,0 |
| 2 | Luz średnicowy w badanym łożysku | X_2 | mm | 0,092 | 0,115 |
| 3 | Ciśnienie oleju na dopływie do komory II | X_3 | MPa | 1,5 | 5,0 |
| 4 | Prędkość obrotowa wału | X_4 | obr/min | 400 | 1700 |
| 5 | Temperatura oleju | X_5 | K | 293 | 343 |
| 6 | Element dławiący dopływ oleju do komory II | X_6 | - | zwężka | zawór |
| 7 | Element dławiący dopływ oleju do komory I | X_7 | - | zwężka | zawór |
| 8 | Element dławiący wypływ oleju z komory I | X_8 | - | zwężka | zawór |
| 9 | Element dławiący wypływ oleju z komory II | X_9 | - | zwężka | zawór |
| 10 | Akumulator zmieniający objętość komór | X_{10} | % objętości | 0 | 100 |

Celem weryfikacji doświadczalnej stanowiska było wyznaczenie modelu matematycznego obciążnika opisującego związki ilościowe pomiędzy wielkościami kryterialnymi, którymi są maksymalna siła obciążająca badane łożysko (Y_1) i największa wartość jej gradientu ($Y_2 = (dY_1/dt)_{max}$), a czynnikami istotnie wpływającymi na ich wartość. Znajomość takiego modelu ma duże znaczenie praktyczne, umożliwia bowiem ustalenie wymaganych wartości wielkości kryterialnych w sposób kontrolowany, w zależności od potrzeb badawczych;

Liczba zmiennych, których wpływ należało przeanalizować, obejmowała 10 czynników oraz ich 45 interakcji pierwszego rzędu. Czynniki te przedstawiono w tablicy 1.

Ograniczenie liczby czynników do 10 było możliwe dlatego, ponieważ w pierwszej fazie badań elementy dławiące przepływ oleju potraktowano jako zmienne dyskretne, oceniając ich wpływ tylko w sensie jakościowym. Dopiero po wyselekcjonowaniu czynników istotnych, tzn. po ograniczeniu liczby zmiennych, przeprowadzono szczegółową analizę cech konstrukcyjnych wybranego rozwiązania elementów dławiących.

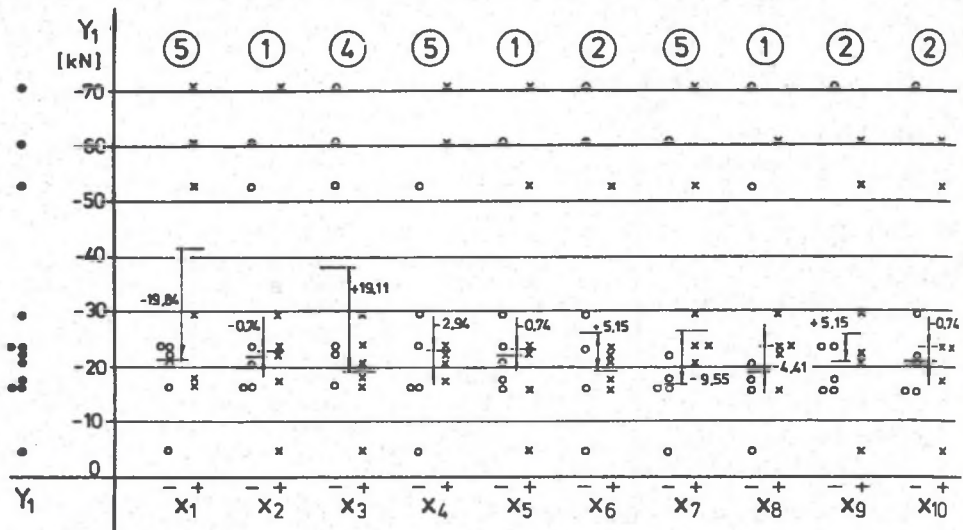
Wyznaczenie poszukiwanych związków ilościowych na podstawie pełnego dwupoziomego doświadczenia czynnikowego wymagałoby przeprowadzenia 1024 prób. Była to, oczywiście, liczba nierealna, stąd badania przeprowadzono w dwóch etapach:

- w pierwszym wykonano badania eliminujące według metody bilansu losowego, co pozwoliło ograniczyć eksperyment do 12 doświadczeń;
- w drugim wykonano badania główne, zaplanowane na podstawie metod statystycznych stosowanych przy identyfikacji obszaru prawie stacjonarnego [2].

Celem badań eliminujących było uszeregowanie czynników i ich współdziałań według hierarchii ich ważności. Plan eksperymentu

Tablica 2

| Nr dośw. | Macierz planowania | | | | | | | | | | Wielkości kryterialne | |
|----------|--------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| | X ₁ | X ₂ | X ₃ | X ₄ | X ₅ | X ₆ | X ₇ | X ₈ | X ₉ | X ₁₀ | Y ₁ [kN] | Y ₂ [MN/s] |
| 1 | + | + | + | - | - | - | + | + | + | - | -29,40 | 1,36 |
| 2 | + | - | - | + | - | - | - | + | + | + | -60,27 | 14,11 |
| 3 | - | + | + | - | + | - | - | - | + | + | -4,41 | 0,96 |
| 4 | + | + | + | + | - | + | - | - | - | + | -17,61 | 11,76 |
| 5 | + | + | - | + | + | - | + | - | - | - | -70,05 | 18,30 |
| 6 | + | - | + | - | + | + | - | + | - | - | -16,17 | 1,00 |
| 7 | - | - | + | + | + | + | + | - | + | - | -20,58 | 12,10 |
| 8 | - | - | + | + | + | - | + | + | - | + | -23,52 | 10,40 |
| 9 | - | + | - | + | + | + | - | + | + | - | -22,05 | 5,70 |
| 10 | + | - | - | - | + | + | + | - | + | + | -52,92 | 2,00 |
| 11 | - | + | - | - | - | + | + | + | - | + | -23,52 | 0,97 |
| 12 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | -16,17 | 0,60 |



Rys.2 Wykresy rozproszenia dla efektów głównych na podstawie wyników pomiarów

Fig.2 Scatter diagrams for main effects based on original test data

przedstawiono w postaci macierzy planowania w tablicy 2. Eksperyment obejmował 12 doświadczeń, przy czym każdy z badanych czynników występował na dwóch "poziomach" umownie oznaczonych "-1" i "+1" (tablica 1). Wyniki pomiarów wartości zmiennych kryterialnych przedstawiono w tablicy 2. Dla zmiennej Y_1 przyjęto znak minus, ponieważ odpowiada to ściskaniu korbowodu przenoszącego obciążenie na badane łożysko.

Tablica 3

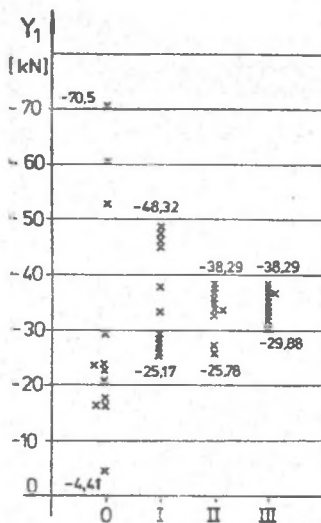
| Y_1 [kN] | Y_2 [MN/s] |
|--------------------------------|----------------------------------|
| $\bar{X}_1 = -24,80$ | $\bar{X}_4 = +10,91$ |
| $\bar{X}_3 = +22,96$ | $\bar{X}_1 = +2,97$ |
| $\bar{X}_1 \bar{X}_3 = +12,17$ | $\bar{X}_2 \bar{X}_{10} = +2,28$ |
| $\bar{X}_7 = -9,98$ | $\bar{X}_3 \bar{X}_9 = +2,09$ |
| $\bar{X}_4 = -7,99$ | $\bar{X}_9 \bar{X}_7 = -1,86$ |
| $\bar{X}_4 \bar{X}_5 = -4,08$ | $\bar{X}_1 \bar{X}_3 = -1,69$ |

3. Analiza wyników badań

Pierwszym krokiem opracowania wyników obserwacji była analiza wykresów rozrzutu. Przykład takiego wykresu dla wyników pomiaru zmiennej Y_1 przedstawiono na rys. 2. Na osi odciętych odłożono czynniki wraz z ich poziomami, na osi rzędnych - zaobserwowane wartości y_1 . Każdą zmienną X_i rozpatruje się niezależnie od innych, dzieląc wyniki obserwacji na tyle grup, na ilu poziomach występuje dany czynnik.

Efekty liniowe każdego czynnika oceniono przez porównanie median obliczonych oddzielnie dla obu poziomów. Niezależnie od tego zastosowano dodatkowe kryterium w postaci liczby punktów wyróżniających się, tzn. punktów, w których wartości y wykraczają poza ekstremalne wartości zmiennej kryterialnej dla tego samego czynnika na drugim poziomie. Kryterium to zweryfikowano statystycznie za pomocą testu Budne go [3], przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,10$.

Z rys. 2 wynika, że najistotniejsze okazały się czynniki X_1 , X_3 , X_4 i X_7 . Efekty tych czynników oceniono ilościowo metodą analizy czynnikowej za pomocą "tablic z dwoma" lub "trzema wejściami". Następnie skorygowano wyniki pomiarów Y_1 przez dodanie wartości wyznaczonych efektów do wyników tych doświadczeń, w których wydzielone czynniki występowały na poziomie "-1". Stwarza to taką sytuację, jak gdyby nie istniało oddziaływanie tych czynników. Dla skorygowanych wyników wykonano ponownie wykresy rozproszenia dla efektów liniowych oraz tych interakcji pierwszego rzędu, które mogły się okazać istotne¹⁾. Operację korygowania wyników powtarzano trzykrotnie dla każdego parametru kryterialnego. Po każdym etapie korekcyjnym wydzielane czynniki weryfikowano statystycznie za pomocą testu t Studenta na poziomie istotności $\alpha = 0,10$. Rezultaty kolejnych kroków korygowania wyników dla zmiennej Y_1 przedstawiono na rys. 3, zaś w tablicy 3 zestawiono ostateczne wyniki etapu badań eliminujących. Dla poszczególnych zmiennych kryterialnych uszeregowano badane czynniki według wartości oszacowanych efektów.



Rys.3 Rozkład wyników po kolejnych etapach korygowania

Fig.3 Distribution of data at the successive stages of correction

1) Wytypowanie takich interakcji jest łatwe na podstawie wizualnej oceny wykresów rozrzutu pojedynczych czynników.

Stwierdzono, że największy wpływ na wartość zmiennych kryterialnych miały ciśnienie zasilania komór siłownika oraz prędkość obrotowa wału. Ich efekty liniowe i interakcyjne okazały się dominujące. Elementami bardziej przydatnymi do sterowania przepływem oleju przez komory siłownika okazały się zwięźki.

W tej sytuacji wydzielone zmienne oraz odpowiednie człony interakcyjne stały się przedmiotem bardziej szczegółowych badań głównych [4].

4. Wnioski

Podstawowe zalety przedstawionej metody bilansu losowego w zastosowaniu do planowania i opracowania wyników eksperymentów przy formułowaniu modelu matematycznego na drodze doświadczalnej można podsumować następująco:

1. Metoda ta umożliwia niezwykle efektywne zmniejszenie liczby prób przy selekcjonowaniu zmiennych.
2. Nie ma znaczenia, czy zmienne są typu ciągłego, czy dyskretnego, argumenty są bowiem w postaci zakodowanej liczbami całkowitymi.
3. Możliwość analizowania interakcji czynników już na etapie doświadczeń eliminujących umożliwia uściślenie i uproszczenie poszukiwanego matematycznego modelu obiektu.
4. Prostota procedury analizy wyników doświadczeń umożliwia łatwe wykorzystanie komputerów do selekcjonowania badanych zmiennych. Przykłady stosowanych algorytmów można spotkać w literaturze.

W opracowaniu przedstawiono jedynie najważniejsze etapy eksperymentu eliminującego prowadzonego metodą bilansu losowego. Praktyczne wykorzystanie metody wymaga zapoznania się z cytowanymi pozycjami bibliograficznymi, ponieważ podanie w referacie szczegółowych algorytmów było, z oczywistych względów, niemożliwe.

LITERATURA

- [1] F.E. SATTERTHWAITTE: Random Balance Experimentation, Technometrics 1959, 1, No 2, p. 111.
- [2] W.W. NALIMOW, N.A. CZERNOWA: Statystyczne metody planowania doświadczeń ekstremalnych. WNT, Warszawa 1967.
- [3] T.A. BUDNE: Random Balance. Industrial Quality Control, April 8, May 11, June 16, 1959.
- [4] W. MAJEWSKI, J. SIKORA: Badania doświadczalne hydraulicznego układu obciążającego stanowiska do badania wytrzymałości zmęczeniowej łożysk ślizgowych. Materiały II Konferencja: Pneumatyczne i Hydrauliczne Elementy Automatyki Przemysłowej, Warszawa 1981.

RANDOM BALANCE METHOD IN MATHEMATICAL MODELING OF TECHNICAL OBJECTS

S u m m a r y

The paper presents the application of random balance method to the selection of factors which affect the performance characteristics of the hydraulic system generating the load during fatigue investigation of journal bearings. The method enables to specify mathematical model determined on the basis of experiment results.

СЕЛЕКЦИЯ ФАКТОРОВ МЕТОДОМ СЛУЧАЙНОГО БАЛАНСА ПРИ ФОРМУЛИРОВАНИИ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В ИСПЫТАНИЯХ

Резюме

В работе представлено применение метода случайного баланса для факторов действительно влияющих на характеристики гидравлической системы для динамической нагрузки при усталостных исследованиях радиальных подшипников. Метод делает возможным эффективное уточнение математической модели формулированной на основании результатов эксперимента.

Recenzent: doc. dr hab. W. Cholewa

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.