

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
25-28.04.1989 ZAKOPANE

Stanisław SKOTNICKI

Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Politechnika Warszawska

ZASTOSOWANIE PROGRAMOWANIA CELOWEGO W POLIOPTYMALIZACJI PARY WALCOWYCH KOŁ ZĘBATYCH O ZAZĘBIENIU ZEWNĘTRZNYM

Streszczenie. W pracy przedstawiono model matematyczny dla zadania polioptymalizacji pary walcowych kół zębatach o zazębieniu zewnętrznym. Przyjęto metodę polioptymalizacji opartą na algorytmie nieliniowego programowania celowego. Sprawdzenie wytrzymałościowe pary kół oparto na zaleceniach normy DIN 3990.

1. Wprowadzenie

Przekładnia zębata o walcowych kołach i zazębieniu zewnętrznym należy do podstawowych konstrukcji. W procesie jej projektowania należy dążyć do otrzymania konstrukcji optymalnej wg przyjętych kryteriów (najlepszej). Złożoność zadania utrudnia szybkie poszukiwanie rozwiązania najlepszego. Przyjęcie odpowiedniego modelu matematycznego, metody optymalizacji umożliwia zastosowanie maszyny cyfrowej i ułatwienie rozwiązania tego zadania.

2. Matematyczny model konstrukcji

2.1. Zmienne decyzyjne

Przekładnię zębatą można zamodelować jako punkt w przestrzeni n wymiarowej, należący do pewnego obszaru dopuszczalnego określonego narzuconymi na przekładnię ograniczeniami [3]. Współrzędnymi tego punktu są wszystkie wielkości opisujące tę przekładnię. Można je podzielić na dwie grupy:

- zmienne decyzyjne,
- parametry,

Jako zmienne decyzyjne przyjęto :

- odległość osi kół a ,
- kąt pochylenia linii zębów β ,
- stosunek szerokości wieńca do średnicy zębownika k ,
- suma współczynników przesunięcia zarysu S ,
- stosunek współczynnika przesunięcia zarysu zębownika i współczynnika przesunięcia zarysu koła t .

Pozostałe wielkości określające parę kół przyjęto jako parametry. Ze względu na charakter zmiennych: moduł normalny i liczby zębów zębika i koła (przyjmowanie dyskretnych wartości) potraktowano je jako quasi-zmienne decyzyjne. Oznacza to, że po przyjęciu konkretnych wartości modułu i liczby zębów zębika i koła następuje właściwy dobór zmiennych decyzyjnych.

2.2. Obszar dopuszczalny

Obszar dopuszczalny został zdefiniowany przez sformułowanie ograniczeń geometrycznych oraz wytrzymałościowych.

Jako ograniczenia geometryczne przyjęto:

- odległość osi kół należy do zadanego przedziału $\langle A_{\min}, A_{\max} \rangle$,
 - kąt pochylenia linii zębów należy do zadanego przedziału $\langle \beta_{\min}, \beta_{\max} \rangle$,
 - stosunek szerokości wienca do średnicy zębika należy do zadanego przedziału $\langle k_{\min}, k_{\max} \rangle$,
 - suma współczynników przesunięcia zarysu należy do zadanego przedziału $\langle S_{\min}, S_{\max} \rangle$,
 - moduł normalny należy do szeregu modułów zalecanych w normie PN-79/M-88502,
 - liczba zębów zębika należy do zadanego przedziału $\langle z_{\min}, z_{\max} \rangle$,
 - minimalna grubość zęba na średnicy wierzchołków jest nie mniejsza niż $0.4m_n$,
 - czółowy wskaźnik przyporu jest nie mniejszy niż 1.1.
- Jako ograniczenia wytrzymałościowe przyjęto:
- współczynnik bezpieczeństwa na złamanie zmęczeniowe nie mniejszy od zadanego minimalnego,
 - współczynnik bezpieczeństwa na naciski powierzchniowe nie mniejszy od zadanego minimalnego.

Sprawdzenie ograniczeń wytrzymałościowych oparto na zaleceniach normy DIN 3990 [2].

2.3. Kryteria jakości

Jako kryteria jakości przyjęto:

- q_1 - suma masowych momentów bezwładności zębika i koła.
Koła potraktowano jako pełne walce o średnicy równej średnicy podziałowej,
- q_2 - czółowy wskaźnik przyporu,
- q_3 - różnica trwałości zębika i koła na zginanie zmęczeniowe, obliczana dla ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej pary kół,
- q_4 - różnica trwałości zębika i koła na naciski powierzchniowe obliczana dla ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej pary kół,
- q_5 - suma czasu obróbki przez dłutowanie lub frezowanie obwodniowe wienców zębika i koła.

W procesie projektowania należy dążyć do maksymalizacji q_2 i minimalizacji pozostałych kryteriów.

3. Rozwiązanie zadania polioptymalizacji

W wyniku przyjęcia tych kryteriów powstaje zadanie polioptymalizacji.

Dla rozwiązania tego zadania przyjęto algorytm nieliniowego programowania celowego [1]. Algorytm ten wymaga sformułowania rozwiązania celowego, tzn. przyjęcia wielkości czy cech konstrukcji żądanej. Zmienne decyzyjne są tak dobierane, aby zbliżyć się maksymalnie do tak przyjętego rozwiązania "idealnego". Rozwiązanie "idealne" może być absolutnie utopijne. Natomiast znalezione rozwiązanie rzeczywiste najbliższe konstrukcji celowej jest poszukiwanym rozwiązaniem optymalnym.

W wypadku rozwiązywania zadania polioptymalizacji wymagane jest ustalenie ważności kryteriów. Oznacza to, że kryterium o wyższym priorytecie zostanie uwzględnione w pierwszej kolejności, a ewentualne ulepszanie konstrukcji wg pozostałych kryteriów nie może pogorszyć tego pierwszego.

Ograniczenia należy przyjąć jako kryterium o najwyższym priorytecie. Jako kryterium drugiej ważności przyjęto kryterium

q_1 . Kolejnymi kryteriami wg stopnia ważności są q_3 , q_4 , q_5 . Tworzą one kombinację liniową $a_3q_3 + a_4q_4 + a_5q_5$. Wartości a_3 , a_4 , a_5 stanowią wagi udziału tych kryteriów. Kryterium q_2 ustanowiono o najniższym priorytecie.

Dla przyjętego punktu startowego poszukiwania pary optymalnej przebiegają po przez zmiany wartości zmiennych decyzyjnych, tak aby spełnić w/w kryteria zgodnie z przyjętą hierarchią. Zmiany te dotyczą jedynie pewnego skończonego obszaru wokół punktu startowego. W celu przeszukania całego obszaru dopuszczalnego należy przyjmować wiele różnych punktów startowych. Aby przyspieszyć poszukiwania jako punkty startowe przyjęto rozwiązania dopuszczalne znalezione wg zmodyfikowanej metody Monte-Carlo opisanej w pracy [4].

Kryteria q_3 , q_4 , q_5 mają różne wymiary oraz zakres wartości i tworzą razem kryterium zastępcze o trzecim stopniu ważności. Aby łatwiej określać wpływ poszczególnych kryteriów na kryterium zastępcze przyjęto, że do obliczeń należy przyjmować wartości względne tych kryteriów. W tym celu dla poszczególnych tych kryteriów dokonuje się znalezienia ich wartości maksymalnych, a następnie przeliczenia na wartości względne. Powoduje to, że te kryteria przyjmują wartości z przedziału (0,1).

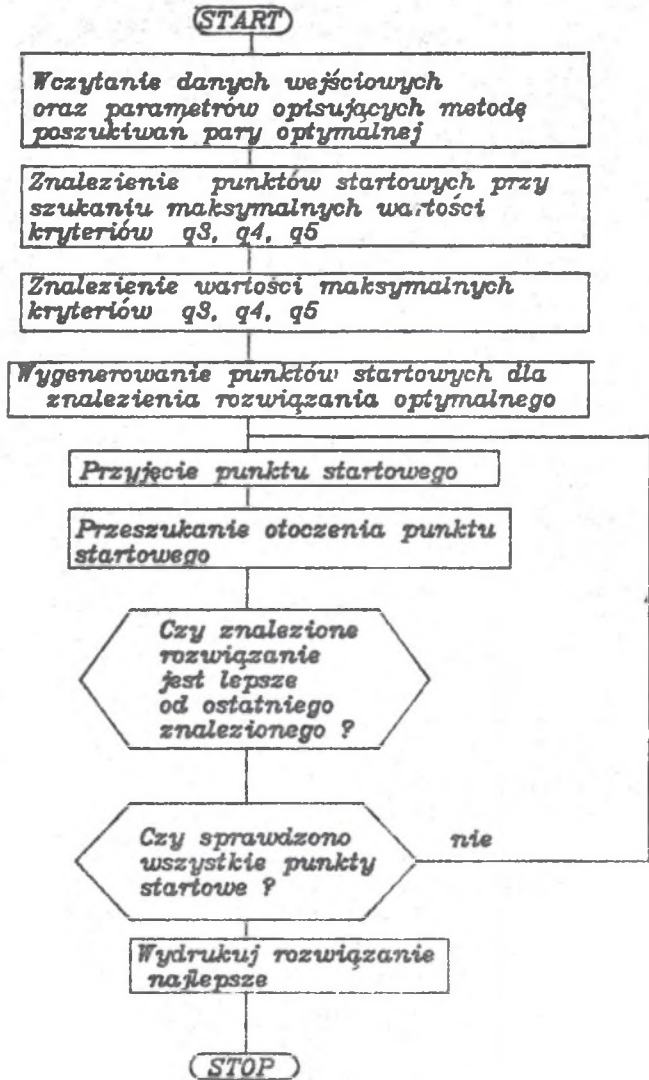
4. Wyniki obliczeń

Na podstawie przyjętego modelu matematycznego konstrukcji oraz metody poszukiwania pary optymalnej zbudowano i uruchomiono na komputerze typu IBM PC program. Schemat blokowych programu jest przedstawiony na rys. 1.

Dla przedstawionych danych testowych w wyniku poszukiwań metoda programowania celowego otrzymano następujące wyniki.

Jako cel przyjęto wartości:

$$q_1 = 0. \quad q_2 = 2. \quad q_3 = 0. \quad q_4 = 0. \quad q_5 = 0.$$



Rys. 1. Schemat blokowy programu

Fig. 1. Structure of program's algorithm

Założenia wstępne

Kąt przyporu..... α	=	20.000 [deg]
Przełożenie przekładni	u	= 3.000
Dokładność przełożenia..... du	=	3.000 [%]
Moc nominalna..... P	=	5.000 [kW]
Maks. odległ. osi kół zębatach..... A_{max}	=	60.000 [mm]
Min. odległ. osi kół zębatach..... A_{min}	=	40.000 [mm]
Maks. kąt pochylenia linii zębów.... β_{max}	=	28.000 [deg]
Min. kąt pochylenia linii zębów.... β_{min}	=	.000 [deg]
Maks. liczba zębów zębnika..... Z_{1max}	=	35
Min. liczba zębów zębnika..... Z_{1min}	=	14
Maks. stos. szer. wieńca do śr. zębnika... k_{max}	=	.800
Min. stos. szer. wieńca do śr. zębnika... k_{min}	=	.200
Maks. suma współczynników korekcji... S_{max}	=	1.000
Min. suma współczynników korekcji... S_{min}	=	-.200
Prędkość obrotowa zębnika..... ω	=	200.000 [rad/s]
Współczynnik wysokości zębów..... y	=	1.000
Współcz. wielkości luzu wierzchn..... cc	=	.250
Współcz. obciążenia dynamicznego.... K_j	=	1.500
Wytrzym. zmęczeni. na zgin. mater. zębnika.. S_{f11}	=	300.000 [MPa]
Wytrzym. zmęczeni. na zgin. mater. koła..... S_{f12}	=	300.000 [MPa]
Wytrzym. zmęczeni. na naciski mat. zębnika.. S_{h11}	=	1200.000 [MPa]
Wytrzym. zmęczeni. na naciski mat. koła..... S_{h12}	=	1200.000 [MPa]
Min. współ. bezp. ze względu na złamanie... S_{fm}	=	1.000
Min. współ. bezp. na naciski powierzchn.... S_{hm}	=	1.000
Moduł Younga materiału zębnika..... E_1	=	200000.000 [MPa]
Moduł Younga materiału koła..... E_2	=	200000.000 [MPa]
Liczba punktów startowych	N	= 100

Przyjęto, że koła są obrabiane przez frezowanie.

Optymalna para kół zębatach

Kryteria jakości

- Q1-suma momentów bezwładności kół
 Q2-czołowa liczba przyporu
 Q3-różnica trwałości na złamanie koła i zębnika
 Q4-różnica trwałości na naciski koła i zębnika
 Q5-czas obróbki wieńców pary kół

Q1 =	.57834E+08 [mm**5]
Q2 =	1.3214
Q3 =	23618.
Q4 =	3262.4
Q5 =	10.999 [min]

Moduł normalny..... m_n	=	1.375 [mm]
Stos. szer. wieńca do średn. zębnika.. b/d	=	.644
Kąt pochylenia linii zębów..... β	=	18.239 [deg]
Odległość osi kół..... A	=	53.000 [mm]
Czołowa liczba przyporu..... e_α	=	1.321
Poskokowa liczba przyporu..... e_β	=	1.215
Proponowana klasa dokładności kół.... K_{lasy}	=	10.

	zębnik	koło
Liczba zębów..... Z	18	53
Współczynnik korekcji..... x	53.000	18.239

średnica podziałowa.....d =	26.059	76.730[mm]
średnica stóp.....ds=	24.370	74.717[mm]
średnica wierzchołków.....dw=	30.596	80.943[mm]
Wsp. bezp. ze względu na złam...Sf=	1.426	1.453
Wsp. bezp. na naciski powierz...Sh=	1.001	1.002

5. Wnioski

Przyjęcie modelu matematycznego oraz powyższych kryteriów pozwala na uzyskanie dostatecznie złożonego modelu, a jednocześnie nie powoduje wydłużenia czasu obliczeń oraz powiększenia zbudowanego programu komputerowego.

Metoda poszukiwania rozwiązania optymalnego zaproponowana powyżej jest bardzo efektywna. Przy zastosowaniu minikomputera zgodnego z IBM PC/XT uzyskano powyższe wyniki po czasie krótszym niż 30 min.

Program opracowany jest bardzo wygodny w użytkowaniu nawet przez osoby nie oswojone z obsługą techniki cyfrowej.

LITERATURA

- [1] J. Ignizio: Goal Programming and Exstentions. Lexington B. Massachusetts 1977.
- [2] Zb. Jaśkiewicz: Projektowanie układów napędowych pojazdów samochodowych, WKiŁ, Warszawa 1982.
- [3] Zb. Osiński, J. Wróbel: Teoria konstrukcji maszyn. PWN, Warszawa 1982.
- [4] St. Skotnicki: Projektowanie wspomagane komputerowo walcowej przekładni zębatej o zazębieniu zewnętrznym i zębach skośnych. Prace Instytutu Podstaw Budowy Maszyn, nr 15, Warszawa 1987.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦЕЛЕВОГО НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ МНОГО-ЦЕЛЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС С ВНЕШНИМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ.

Р е з ю м е

В работе приводится метод многокритериальной оптимизации пары цилиндрических колес с внешним зацеплением. Этот метод основан на целевом нелинейном программировании. Вычисления прочности основываются на методах приведенных в норме ДИН 3990.

APPLICATION OF GOAL PROGRAMMING IN POLYOPTIMAL SEARCH GEARS WHEELS WITH EXTERNAL SPUR.

S u m m a r y

A method of polyoptimal search helical gears with external spur is presented. The method is based on non-linear goal programming algorithm. Resistance calculations are based on method proposed in DIN 3990.

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.

Recenzent: doc. dr inż. Z. Jaskóła