

Grzegorz WICIAK, Włodzimierz OGULEWICZ, Michał FERENC

*Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych*

*Politechnika Śląska*

*ul. Konarskiego 18, Gliwice 44-100*

[wiciak@zeus.polsl.gliwice.pl](mailto:wiciak@zeus.polsl.gliwice.pl)

## ANALIZA SPOSOBÓW OCENY NIEDOKŁADNOŚCI WZORCOWANIA PRZEPŁYWOMIERZY WODY METODĄ WAGOWĄ

*Streszczenie.* W pracy przedstawiono model systemu pomiarowego dla metody wagowej pomiaru strumienia. Opracowanie oparto na koncepcji modelowania struktury systemów - układu elementów powiązanych przetwarzanymi sygnałami. Praca zawiera analizę modelu w celu wykazania wysokiej jakości odwzorowania właściwości systemu pomiarowego prezentowanym modelem.

## ANALYSIS VALUATION ACCURACY OF FLOWMETER CALIBRATION USING WEIGHING METHOD, MEASUREMENT OF LIQUID FLOW IN CLOSED CONDUITS

*Summary.* In this paper described measurement system model accuracy weighing method of liquid flow in closed conduits, use system structure modeling related by process signals. There is presented model system analyze for pointed high quality of representation properties included in the measurement system model.

*In this work described way of valuation accuracy measurement system weighing method of liquid flow in closed conduits, using models represented by conceptions of: uncertainty of measurement and error of measurement. Presented measurement system model accuracy to apply an experimental stand for testing and calibration water flowmeter in The Division of Measurement And Control Engineering of Power Plant Processes.*

### Oznaczenia

$[1 + \rho_a (\rho^{-1} - \rho_p^{-1})]$  - w równaniach (1), (2) uwzględnia różnicę wyporu wywieranego przez atmosferę na masę płynu i równoważną jej masę odważników kontrolnych, stosowanych przy wzorcowaniu urządzenia wagowego

t - czas

$\rho$  - gęstość medium

$\rho_a$  - gęstość powietrza

$\rho_p$  - gęstość odważnika kontrolnego

$m_0$  - początkowa masa płynu w zbiorniku pomiarowym

$m_1$  - końcowa masa płynu w zbiorniku pomiarowym

$\Delta m_x$  - niedokładność pomiaru masy czynnika pomiarowego zgromadzonego w zbiorniku

$\Delta t_x$  - niedokładność pomiaru czasu

$z_x(\xi)$  - zakłócenia zewnętrzne

$N_x$  - funkcja przetwarzania a/c sygnału

$N$  - ilość pomiarów

$\delta_x$  - błędy cząstkowe przetwarzania A/A, A/C w torze pomiarowym, gdzie symbole S, D, R oznaczają odpowiednio błędy statyczne, dynamiczne, losowe

$\delta_{c/c}$  - błąd algorytmu przetwarzania w torze pomiarowym

$t_{1-\alpha}(N-1)$  - kwantyl rzędu  $1-\alpha/2$  rozkładu t - Studenta o  $N-1$  stopniach swobody

$s_q$  - estymator odchylenia standardowego

$s_q^2$  - estymata wariancji z próby

$(e_{i,j}) = c_j^2 s_j^2$  - estymatory błędów indeksy R i S oznaczają odpowiednio błąd przypadkowy i systematyczny

$(e_{cov})_{i,j} = 2 c_i c_j s_{ij}$  - estymator kowariancji

$k_{tbs}$  - współczynnik uzależniony od przyjętej hipotezy rozkładu błędu systematycznego

$x_j$  - j- ta wielkość wejściowa

$u(x_i, x_j)$  - estymator kowariancji

$u_i(x_j)$  - estymatory niepewności standardowej

indeksy:

b - dotyczy pomiaru masy

p - dotyczy przerzutnika - pomiar czasu

d - dotyczy gęstości medium

a - dotyczy gęstości powietrza,

o - dotyczy gęstości odważników wzorcujących urządzenie wagowe

t - dotyczy czasu napelniania

ts - dotyczy czasu synchronizacji w statycznej realizacji pomiaru

## 1. Wprowadzenie

Metoda wagowa należy do metod bezwzględnych<sup>1</sup> pomiaru strumienia. Wymaga ona jedynie dokładnego pomiaru czasu i masy w stanie ustalonego przepływu. Metoda wagowa może być uważana za jedną z najdokładniejszych metod pomiaru strumienia, [www.gum.gov.pl]. Metoda wagowa stosowana może być jako pierwotna metoda wzorcowania stanowisk i przyrządów realizujących inne metody pomiaru strumienia masy i objętości. Dla określenia własności metrologicznych systemu pomiarowego metody wagowej należy określić model matematyczny obiektu pomiaru.

Formułowanie modelu<sup>2</sup> obiektu pomiarowego w wielu przypadkach odbywa się na podstawie obserwacji gromadzonych w czasie jego działania. Jeżeli model obiektu wynika

<sup>1</sup> Służy m.in. do określania wzorców i etalonów jednostek miar strumienia i objętości (wzorce wagowe).

<sup>2</sup> Model to wzór matematyczny (zestaw wzorów), z którego będzie obliczana wartość strumienia masy (objętości) na podstawie wartości sygnałów pomiarowych.

wprost z dobrze opisującego go prawa fizycznego, to można sformułować go analitycznie. Oczywiście, to czy model będzie reprezentować mniej czy bardziej dokładnie własności rzeczywistego obiektu, zależy przede wszystkim od jego przeznaczenia. Proces identyfikacji modelu polegający na zbieraniu danych z eksperymentu, opracowywaniu wyników i wyznaczeniu modelu matematycznego obiektu łącznie z jego układem pomiarowym, tj. całego systemu pomiarowego, jest przeważnie kosztowny i trudny organizacyjnie. Niezależnie od własności identyfikowanego modelu systemu można powiedzieć, że przewaga metod identyfikacji czynnej<sup>3</sup> nad bierną<sup>4</sup> jest tym większa, im bardziej skomplikowany jest system i im bardziej złożone są jego warunki pracy.

Koncepcja łącznego modelowania sprzętowego i funkcyjnego [1,2,3] stosowana do formułowania modeli błędów systemów pozwala na uchwycenie w sposób ilościowy i jakościowy czynników wpływających na dokładność systemu, nie uwzględnionych jawnie w modelu rzeczywistym systemu. Różnorodność zjawisk fizycznych umożliwiających realizację funkcji przetwarzania poszczególnych elementów systemu ściśle wiąże się ze sposobem realizacji pomiaru i znacząco wpływa na jakość odwzorowania modelu w systemie rzeczywistym. Przy całej złożoności działań, formułowanie modelu systemu opiera się na odwzorowaniu rozpoznawalnych własności analizowanego systemu uwzględniając wszystkie aspekty<sup>5</sup> wynikające ze sposobu pozyskiwania wielkości wejściowych. Osiągnięcia w dziedzinie wspomagania numerycznego metod analizy danych stwarzają szerokie możliwości w formułowaniu modeli systemów pomiarowych. Badania za pomocą symulacji numerycznych czynnych, opartych na wybranej metodzie analizy danych, pozwalają uzyskać szczegółowe odpowiedzi na pytania dotyczące doboru optymalnych parametrów i struktury rozpatrywanego systemu. Badania z zastosowaniem modeli prowadzi się pod kątem dokładności systemu z punktu widzenia funkcji celu, z uwzględnieniem kosztów ekonomicznych wykonywania tych funkcji. Rozpatrując zagadnienie modelowania systemów pomiarowych w ujęciu symulacyjnym na podstawie koncepcji łącznego modelowania sprzętowego i funkcyjnego, pomijamy kosztowny i trudny organizacyjnie proces wstępnej identyfikacji modelu w oparciu o wyniki testów stanowiskowych.

## 2. Model matematyczny systemu pomiarowego

Do tworzenia modeli systemów<sup>6</sup> pomiarowych powszechnie stosowane jest: modelowanie sprzętowe i modelowanie funkcji. Zaproponowane połączenie obydwu wymienionych rodzajów modelowania [1,2] pozwala na efektywne stosowanie modeli systemu zarówno do określania właściwości metrologicznych, jak i do optymalizacji systemów pomiarowych. Uzyskiwane tym sposobem modele są zróżnicowane pod względem stopnia złożoności oraz jakości odwzorowania. Jakość odwzorowania

<sup>3</sup> Identyfikacja czynna polega na prowadzeniu doświadczeń według przygotowanego planu, w którym przewiduje się równoczesne zmiany wszystkich kontrolowanych parametrów procesu.

<sup>4</sup> Tradycyjna metoda prowadzenia doświadczeń, na przebieg której nie możemy wpływać lub nie wpływamy (mierzy się kolejno wartość każdej zmiennej).

<sup>5</sup> Sposoby oraz jakość działania systemowych urządzeń i przyrządów pomiarowych,

<sup>6</sup> Systemy pomiarowe rozumiane są tutaj jako zbiory funkcjonalne przyrządów i przetworników pomiarowych objęte wspólnym sterowaniem wewnętrznym lub zewnętrznym, tworzące jedną organizacyjną całość przeznaczoną do pobierania informacji pomiarowej, jej przetworzenia, porównania, obliczeń i rejestracji wyników pomiarów.

gwarantuje możliwość praktycznego stosowania modeli do przewidywania skutków działania systemów o różnych parametrach i w różnych warunkach eksploatacyjnych. Dobre odwzorowanie oznacza najczęściej kompromis pomiędzy dokładnością odwzorowania a złożonością modelu. Bardzo dokładne modele są na ogół złożone formalnie, co niesie ze sobą skutki obliczeniowe, a przez to ogranicza skłonność do ich stosowania. Optymalnym rozwiązaniem jest uzyskanie modelu obiektu, który przy niewielkiej złożoności posiadałby wysoką jakość odwzorowania.

## 2.1. Koncepcja metody modelowania systemu pomiarowego

Model definicyjny systemu jest modelem odniesienia. Model ten wyraża cel działania systemu oraz wyraża sposób pozyskiwania wyników pomiarów przy założeniu bezbłędnego przetwarzania wielkości mierzonej. Model systemu rzeczywistego jest złożeniem modeli funkcyjnych elementów w strukturze odwzorowującej układ rzeczywisty przy użyciu sygnałów wejściowych i wyjściowych. Model ten uwzględnia wszystkie właściwości systemu, a współczynniki modelu reprezentują w sposób jawny parametry techniczne systemu. Model błędów systemu określający wierność realizacji funkcji systemu rzeczywistego w stosunku do definicyjnego. Model ten uwzględnia łącznie wszystkie czynniki, zarówno odwzorowane jak i nieodwzorowane w modelu systemu rzeczywistego.

## 3. Model systemu pomiarowego metody wagowej

### 3.1. Model definicyjny systemu pomiarowego

Formułowanie modelu definicyjnego metody wagowej  $y_{def} = f(x_1 \dots x_i)_{def}$  w pierwszej kolejności wymaga określenia funkcji celu<sup>7</sup> systemu pomiarowego. Następnie wymagane jest określenie sposobów pozyskiwania danych niezbędnych do wyznaczenia wartości strumienia masy. Prawidłowo sformułowany model systemu z matematycznego punktu widzenia powinien mieć rozwiązanie jednoznaczne i stabilne<sup>8</sup>. Wyznaczenie strumienia masy płynu metodą wagową polega na bezpośrednim pomiarze masy w zadanym przedziale czasu w stanie ustabilizowanego przepływu. Jawny, przejrzysty, nieskomplikowany i stabilny model definicyjny systemu pomiarowego metody wagowej wynika wprost z fizyki zjawiska ( $q = m / t$ ). Model definicyjny systemu metody wagowej pomiaru strumienia zgodny ze znormalizowaną procedurą [5] można przedstawić w postaci następujących równań:

$$- \text{ dla strumienia masy płynu: } q_m = [ ( m_1 - m_0 ) / t ] [ 1 + \rho_a ( \rho^{-1} - \rho_p^{-1} ) ], \quad (1)$$

$$- \text{ dla strumienia objętości płynu: } q_v = [ ( m_1 - m_0 ) / \rho t ] [ 1 + \rho_a ( \rho^{-1} - \rho_p^{-1} ) ]. \quad (2)$$

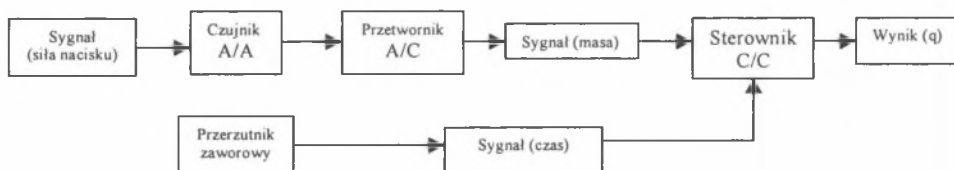
### 3.2. Model rzeczywisty systemu pomiarowego

Model systemu rzeczywistego określa zasadę działania obiektu pomiarowego i opisuje ilościowo zjawiska fizyczne w nim zachodzące, z pominięciem zjawisk niedefiniowalnych.

<sup>7</sup> Wysoka dokładność, wysoka jakość odwzorowania, stabilność, możliwie szeroki zakres pomiarowy

<sup>8</sup> Kryterium stabilności zapewnia powtarzalność wyniku. Dane eksperymentalne posiadają pewien obszar niedokładności, który nie powinien powodować zbyt wielkiej niedokładności rozwiązania [14].

Różnorodność i złożoność zjawisk zachodzących w rzeczywistym obiekcie pomiarowym nie pozwala na jednoznaczne i stabilne odwzorowanie funkcyjne  $y_r=f(x_1...x_i)_r$  modelu rzeczywistego systemu pomiarowego. Deskrypcja sytemu rzeczywistego metody wagowej pomiaru strumienia jest możliwa przez podanie struktury przetwarzania sprzętowego w postaci modelu strukturalnego systemu rzeczywistego - rys. 1.



Rys. 1. Model strukturalny przetwarzania sprzętowego

Fig. 1. Model structure modeling related by process signals

Postać funkcyjną modelu systemu rzeczywistego można wyrazić w ogólnej formie jako:

$$q_{m,r} = f(m_x, \rho_x, t_x, z_x(\xi), \Delta m_x, \Delta t_x, N_x(m), \delta_{Sx}, \delta_{Dx}, \delta_{Rx}, \delta_{c/c}) \quad (3)$$

Model systemu rzeczywistego ma strukturę łańcuchową, która przedstawia nierozgałęziony tor przetwarzania, a wszystkie procesy przetwarzania zachodzą tylko w jednym kierunku. Własności dynamiczne takiego systemu można wyznaczyć na podstawie właściwości dynamicznych poszczególnych elementów<sup>9</sup> obiektu pomiarowego.

### 3.3. Modelowanie błędów i niedokładności systemu pomiarowego

W celu zapewnienia wysokiej jakości odwzorowania modelu definicyjnego w systemie rzeczywistym należy określić model błędów systemu  $\Delta y$  stosując wybraną koncepcję modelowania [1,2,3], ujmującą wszystkie parametry techniczne, strukturę systemu, zakłócenia, właściwości algorytmów sterowania i przetwarzania zmiennych<sup>10</sup>, uwzględniając rzeczywiste właściwości systemu pomiarowego. Wymienione czynniki powinny występować w modelu błędów w sposób jawny ze względu na konieczność wyznaczenia ich wpływu na wartość błędów. Warunek ten prowadzi jednak do większej złożoności modelu. Formułowanie modelu błędów systemu przebiega w oparciu o wybraną metodę analizy danych. Odpowiedni dobór metody pozwala na szczegółową analizę oraz na precyzyjne oszacowanie niedokładności sytemu. W celu pełnego zilustrowania istoty zagadnienia wskazane jest skonstruowanie przynajmniej dwóch modeli niedokładności, wykorzystując różne techniki szacowania błędów, [7,8], np.: Metody Powtarzania Błędu Systematycznego - PBS, Metody Randomizacji i Centryzacji Błędu Systematycznego - RiCBS, czy Metody Wyrażania Niepewności Wyniku Pomiaru - WNWP.

<sup>9</sup> Nadzwyczaj często o właściwościach dynamicznych całego toru decydują właściwości dynamiczne tylko jednego z przetworników pomiarowych zastosowanych w układzie pomiarowym.

<sup>10</sup> T jest różne możliwości przetwarzania sygnału, porównania sygnałów mierzonych i sygnałów odniesienia.

Metoda PBS szacowania błędu granicznego zakłada hipotetyczne powtarzanie serii pomiarów w warunkach powtarzalności, a więc tym samym przyrządem, z błędami przypadkowymi o tych samych charakterystykach probabilistycznych w każdej serii i tym samym błędem systematycznym w każdej serii. Metoda PBS (powtarzania błędów systematycznych) szacuje oddzielnie graniczny błąd systematyczny i graniczny błąd przypadkowy wartości funkcji przetwarzania modelu, a ich suma wyznacza graniczny błąd pomiaru systemu [8]. Metoda RiCBS szacowania błędu granicznego zakłada hipotetyczne powtarzanie serii pomiarów w takich warunkach, że błędy przypadkowe w każdej serii nie zmieniają swoich charakterystyk probabilistycznych (rozkładu, wartości oczekiwanej, wariancji), ale błędy systematyczne, niezmiennie w obrębie jednej serii, w kolejnych powtarzalnych seriach zmieniają się losowo. Takie warunki powtarzalności wymagają randomizacji i centrowania błędu systematycznego. Metodą RiCBS graniczny błąd pomiaru systemu szacuje się łącznie [8]. Metoda WNWP ze względu na sposób obliczania wartości i pochodzenie niepewności pomiaru, określa dwie kategorie: kategoria (typ) A - niepewności obliczone metodami statystycznymi i kategoria (typ) B - niepewności obliczane innymi metodami. Składniki kategorii B rozpatrywać można jako przybliżone wartości wariancji, określane z wykorzystaniem dostępnej wiedzy. Metoda WNWP, odpowiednik granicznego błędu pomiaru, szacuje łącznie i wyraża jako niepewność rozszerzoną poprzez dobór odpowiedniego współczynnika rozszerzenia dla założonego stopnia ufności.

#### 3.4. Metodyka modelowania i miary błędów systemu pomiarowego

W celu sformułowania modelu błędów systemu pomiarowego należy w pierwszej kolejności określić funkcję i strukturę (lub struktury) systemu. Złożoność uwzględnionych w modelu zjawisk fizycznych zależy od sposobu realizacji pomiaru oraz przyjętych modeli sprzętowych i programowych struktury systemu. Dla potrzeb analizy i badań symulacyjnych (z zastosowaniem modelu) należy znać: zakresy i sposoby zmienności wielkości wejściowych bezpośrednio mierzonych, zakresy, poziomy i widma zakłóceń sprzężenia i oddziaływania przenoszonych sygnałów, parametry algorytmów realizowanych programowo oraz parametry przetwarzania analogowo - analogowego a/a i analogowo - cyfrowego a/c [2]. Pożądaną i najczęściej stosowaną postacią miary błędów jest metryka Czebyszewa<sup>11</sup>. Miara ta określa odległość pomiędzy zmiennymi  $y_r$  (model rzeczywisty) oraz  $y_{def}$  (model definicyjny). Metryka jest zatem funkcjonalem różnicy  $\Delta y = y_r - y_{def}$ , którego postać wybierana jest w zależności od właściwości wymienionych zmiennych, zmiennych wejściowych i innych właściwości systemu. Zmienne te są często przedstawiane jako funkcje wektorowe. Wartości niedokładności w prezentowanej koncepcji modelowania są zwykle normalizowane przez zakresy  $y_{r \max}$  zmiennej wyjściowej, oddzielnie dla każdej współrzędnej wektora funkcyjnego, w celu określenia ich jako wartości względnych lub procentowych [1, 9].

<sup>11</sup> Metryka Czebyszewa jest miarą odległości funkcji aproksymującej od aproksymowanej.

## 4. Model niedokładności systemu pomiarowego - sposoby ujęcia

Analizując niedokładność pomiaru, to znaczy błąd graniczny lub niepewność rozszerzoną, stwierdza się [15,16], że miary niedokładności pomiaru w obu sposobach podejścia mają jednakową wartość praktyczną. Metoda RiCBS do określania niedokładności jest w swej istocie identyczna z metodą WNWP [16], dlatego w dalszej analizie została pominięta.

### 4.1. Model błędów systemu pomiarowego wyznaczony metodą PBS

Funkcyjny model błędów metody PBS opiera się na założeniu, że graniczny błąd modelu systemu  $\Delta \hat{q}_{\max}$  wyznacza się łącząc graniczny błąd przypadkowy i graniczny błąd systematyczny:

$$\Delta \hat{q}_{\max} = \varepsilon_{\max} + \xi_{\max} \quad (4)$$

Graniczny błąd<sup>12</sup> przypadkowy przy nieznanach<sup>13</sup> wartościach wariancji i kowariancji błędów przypadkowych wielkości wejściowych wyznacza się z zależności.:

$$\varepsilon_{\max} = t_{1-\alpha} (N-1) s_q / \sqrt{N} \quad (5)$$

$$s_q^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N \{f[x_1(n), \dots, x_j(n)] - \bar{y}\}^2 \quad (6)$$

Graniczny błąd systematyczny  $\xi_{\max}$  można szacować dwoma sposobami: metodą najgorszego rozłożenia błędów systematycznych<sup>14</sup> oraz metodą losowego rozłożenia. Metoda najgorszego rozłożenia zakłada pesymistycznie, że wszystkie błędy systematyczne estymat wielkości wejściowych przyjmują wartości skrajne, równe błędom granicznym  $\xi_{j\max}$ . Metoda losowego rozłożenia błędów zakłada bardziej realistycznie, że błędy systematyczne estymat poszczególnych wielkości wejściowych są rozłożone w różnych punktach wewnątrz swoich przedziałów niepewności  $[-\xi_j, \xi_{j\max}]$ , niekoniecznie na ich krańcach. Do wyznaczenia wariancji błędu  $\xi$  niezbędna jest zatem znajomość ich rozkładów. Wartość graniczną  $\xi_{\max}$  błędu systematycznego wyznacza się przyjmując hipotezę o rozkładzie błędu systematycznego i szacuje się go na poziomie ufności  $1 - \alpha_s$ , [7,8].

$$\xi_{\max} = z_{1-\alpha_s} \text{var}(\xi) \quad (7)$$

W przypadku błędów systematycznych słuszniejsze wydaje się przyjęcie hipotezy o rozkładzie równomiernym:

<sup>12</sup> Przy formułowaniu modelu błędu granicznego metodą różniczki zupełnej wielu autorów nie zastrzega się, że wolno go stosować tylko do „błędu nieprzekraczalnego” (por. np. [13]).

<sup>13</sup> W przypadku braku pewności co do normalności rozkładu błędów lub przy małej liczbie pomiarów.

<sup>14</sup> Stosuje się ją przy małej liczbie argumentów i tam, gdzie zależy nam na dużej pewności oszacowania przedziału niedokładności [7,8].

$$\text{var}(\xi) = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^J c_j^2 \xi_{j \max}^2 \quad (8)$$

Strukturalny model błędów metody wagowej w rozpatrywanym przypadku w oparciu o tradycyjne podejście metodą PBS przedstawia się następująco :

$$\Delta \hat{q}_{\max} = t_{1-\alpha} (N-1) s_q / \sqrt{N} + z_{1-\alpha s} \text{var}(\xi) \quad (9)$$

$$s_q = [ (e_R)_b^2 + (e_R)_p^2 + (e_R)_d^2 + (e_{\text{cov}})_{b,p} + (e_{\text{cov}})_{p,d} + (e_{\text{cov}})_{b,d} ]^{1/2} \quad (10)$$

$$\text{var}(\xi) = k_{\text{rbs}} [ (e_s)_b^2 + (e_s)_p^2 + (e_s)_d^2 + (e_s)_a^2 + (e_s)_o^2 + (e_s)_t^2 + (e_s)_{ts}^2 ] \quad (11)$$

## 4.2. Model niedokładności systemu pomiarowego wyznaczony metodą WNWP

W procedurach postępowania metodą WNWP zalecanych przez [7] żąda się szczegółowej analizy źródeł błędów werbalnego opisu ich właściwości, warunków, przyjętych założeń i uzasadnień. Formalizm ten ma za zadanie ułatwić weryfikację wyników i ocen oraz zmniejszyć ich arbitralność. Wymóg ten jest konieczny, ponieważ wiedza o warunkach pomiaru jest zwykle zbyt uboga [7,11].

Nowe podejście zrywa z tradycyjnym rozróżnianiem błędów systematycznych i przypadkowych. Metoda WNWP zaleca wyrażanie wszystkich niepewności wyniku pomiaru w postaci estymat wariancji i kowariancji zmiennych losowych wpływających na wynik pomiaru i sumowania ich zgodnie z ogólnym prawem wyznaczania wariancji funkcji zmiennych losowo [7]. W przypadku skorelowanych wielkości wejściowych złożoną niepewność standardową dla funkcji liniowych oblicza się jako:

$$u_c^2(y) = \sum_{j=1}^N c_j^2 u^2(x_j) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i, x_j) \quad (12)$$

Modelowanie niedokładności metody wagowej na podstawie metody WNWP dobrze koresponduje z koncepcją modelowania sprzętowego, ponieważ wspomniana metoda precyzyjnie i obiektywnie opisuje niedokładności jako poszczególne składniki niepewności. Wychodząc z równania złożonej niepewności standardowej (12) dla skorelowanych w sensie stochastycznym wielkości wejściowych systemu pomiarowego oraz uwzględniając, że niepewności typu B są nieskorelowane (rys 1), ogólny model niedokładności dla metody wagowej do pomiaru strumienia, możemy przedstawić układem równań:

$$U = k u_c(y) \quad (13)$$

$$u_c(y) = \left[ \sum_{j=1}^N c_j^2 u_A^2(x_j) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u_A(x_i, x_j) + \sum_{i=1}^M c_i^2 u_B^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

Przedstawiony ogólny model niedokładności oparty na metodzie WNWP wymaga uściślenia. Równanie (14) w tej postaci przedstawia złożenie składowych niepewności.



Pierwsza i druga część równania estymowana jest metodą analizy statystycznej (kategoria A), natomiast trzecia część - analizą warunków występowania źródła błędów (kategoria B). Wykorzystując informacje zdobyte w wyniku analizy warunków występowania źródła błędu ustala się rozkłady prawdopodobieństwa wraz z ich parametrami. Ustalone w ten sposób rozkłady prawdopodobieństwa służą do opisu każdego rozpatrywanego składnika<sup>15</sup> w modelowanej funkcji niepewności metody wagowej. Trzeci składnik równania (14) przyjmuje postać:

$$\sum c_i^2 u_B^2 = u_b^2(m) + u_p^2(t) + u_t^2(t) + u_{ts}^2(t) + u_d^2(\rho) + u_d^2(\rho_a) + u_d^2(\rho_o) \quad (15)$$

Poszczególne rozpoznawalne składniki niepewności w równaniu (15) rozpatrywane są ze względu na ich pochodzenie, a określa się je uwzględniając [4, 7]: możliwe rozkłady wartości wielkości wejściowych  $x_j$ , położenie wartości wielkości wejściowej  $x_j$  w estymowanych granicach  $\{a. a_+\}$ , poziom ufności.

W prezentowanym systemie pomiarowym metody wagowej do pomiaru strumienia tory przetwarzania sygnałów są niezależne (rys.1). Błędy systematyczne w modelu PBS lub niepewności typu B w modelu WNWP mają wartość kowariancji równą zero (są nieskorelowane). Wszelkie korelacje pomiędzy torami przetwarzania sygnału pomiarowego ujawniają się dopiero przy przetwarzaniu  $c/c$ <sup>16</sup>, co wyraża równanie (10) oraz drugi człon równania (14). Podane ujęcie modelu niedokładności pozwala na stosunkowo dobre odwzorowanie właściwości systemu oraz na zastosowanie go do dowolnych realizacji sprzętowych instalacji pomiarowych, zgodnych z przyjętą procedurą pomiaru metody wagowej (tzn. przy braku korelacji oddziaływań systematycznych) [5].

## 5. Dokładność i jakość modelu systemu pomiarowego

Modele funkcyjne systemów pomiarowych stanowią uproszczoną formę opisu zjawisk zachodzących w rzeczywistych systemach. Wynika to z faktu nieuwzględnienia w modelach wszystkich zjawisk<sup>17</sup> występujących w realnym układzie, a które rzutują na dokładność modelowanego systemu pomiarowego. Potencjalne niedokładności systemu są pochodzenia statycznego lub dynamicznego. Niedokładności statyczne wynikają z oddziaływań systematycznych lub przypadkowych i można je szacować korzystając z pojęć niepewności wyniku pomiaru.

W przypadku pomiaru wielkości wejściowych systemu, niezmiennych w czasie (ustalony przepływ czynnika pomiarowego), błąd dynamiczny praktycznie nie występuje<sup>18</sup>. Należy podkreślić, że pojęcie błędu dynamicznego odnosi się do wielkości mierzonej, a nie do sygnału pomiarowego, dlatego też metody opisu przetwarzania sygnałów przez przetworniki pomiarowe nie prowadzą bezpośrednio do modelowego opisu błędu dynamicznego. Gdy na przykład wielkością mierzoną jest niezmienna w czasie wartość

<sup>15</sup> To znaczy danego zbioru, z którego pochodzi niedokładność.

<sup>16</sup> Mowa o algorytmie przetwarzania  $c/c$ , który realizuje odtwarzanie wartości chwilowych wielkości mierzonej i jest zawsze elementem składowym przetwornika próbkującego. Prócz niego można stosować inne algorytmy, np.: służący do wygładzania danych. Gdy przetwornik próbkujący jest elementem składowym systemu pomiarowego, dane wejściowe są przetwarzane przez kolejne algorytmy [17].

<sup>17</sup> Nierozpoznawalnych nie z winy eksperymentatora.

<sup>18</sup> Zastosowanie reduktora dynamicznego strugi, eliminuje efekt uderzenia strugi płynu o dno zbiornika pomiarowego i związane z tym niedokładności pomiaru [18,19].

skuteczna przebiegu sinusoidalnego, wtedy błąd spowodowany faktem, iż częstotliwość sygnału odbiega od częstotliwości, przy której przyrząd był wzorcowany, nie jest błędem dynamicznym, lecz składnikiem systematycznym błędu statycznego, zaliczanym do tzw. błędów dodatkowych [12]. Jeżeli przebieg czasowy sygnału pomiarowego można utożsamiać z przebiegiem czasowym wielkości mierzonej, tzn. gdy wielkość mierzona jest proporcjonalna do wartości chwilowej sygnału, wówczas błąd dynamiczny można interpretować jako sygnał błędu i opisywać go modelami, jakimi opisuje się sygnały<sup>19</sup> [12]. Tak zinterpretowany sygnał błędu fizycznie nie występuje w żadnym punkcie rozpatrywanego toru pomiarowego. W przypadkach, kiedy odwzorowaniem wielkości mierzonej nie jest wartość chwilowa sygnału, czasowy przebieg błędu dynamicznego trudno jest bezpośrednio wykorzystać jako miarę jakości pomiaru, zwłaszcza, że najczęściej ma on charakter przebiegu przypadkowego, analogicznie do wielkości mierzonej. Interpretacja błędu dynamicznego jako sygnału, możliwa jest ze strony formalnej, ale nie prowadzi do żadnych praktycznych rozstrzygnięć [12]. W celu odwzorowania systemów (układów) rzeczywistych w modelach funkcyjnych z wysoką jakością powinniśmy dążyć do projektowania układów statycznych o charakterystykach liniowych lub jak najbardziej zbliżonych do liniowych w całym zakresie pomiarowym.

## 6. Wnioski

Stosowanie sztywnych założeń dotyczących rozkładów prawdopodobieństwa wielkości wejściowych (np. metoda PBS) prowadzi do traktowania błędów pochodzących od oddziaływań systematycznych jako maksymalnych granicznych, co powoduje, że modele błędów systemów opracowane w takim ujęciu dają „bezpieczne”, i „ostrożne”, ale przez to zawyżone wartości. Błąd graniczny może być większy od niepewności co najwyżej o 15,5% ( na poziomie ufności 99%) jej wartości przy pomiarze bezpośrednim [16]. Wiedza dana *a priori* na temat rozkładu błędów (np.: metoda WNWP) jest z kolei często niewystarczająca. Opracowywanie modeli błędów systemów w takim ujęciu może powodować, że wyznaczone wielkości odpowiadają naszym życzeniom, nie rzeczywistości.

Analiza dokładności modelu systemu pomiarowego metody wagowej przy zastosowaniu metody WNWP służy do identyfikacji modelu statystycznego opisującego dany proces pomiarowy. Metoda ta traktuje każdy wynik pomiaru nie jako jednoznaczną wartość, lecz jako rozkład możliwych wartości zmiennej losowej, która jest najczęściej funkcją wielu zmiennych losowych cząstkowych (składowych). Niepewność w ujęciu Przewodnika „Wyrażanie niepewności pomiaru” [7] nie posługuje się pojęciem wartości prawdziwej ani pojęciem błędu. Niepewność jest parametrem charakteryzującym rozrzut wartości, który można w sposób uzasadniony przypisać wielkości mierzonej. Sposób przyporządkowania niepewności zależy od sposobu pozyskania danych cząstkowych. Wykorzystanie metody WNWP do wnoskowania statystycznego dotyczącego dokładności modeli systemów pomiarowych pozwala w praktyce (w fazie projektowania systemu pomiarowego) na odpowiedni dobór i weryfikację wyposażenia i aparatury pomiarowej, wraz z ujawnieniem parametrów określających, z jakimi możliwymi niedokładnościami należy się liczyć przy ich stosowaniu. Wyznaczona symulacyjna niepewność wyniku pomiaru może być traktowana jako wskaźnik jakości modelu systemu. Modelowanie systemu na podstawie numerycznych eksperymentów symulacyjnych przy użyciu np.:

<sup>19</sup> Można wtedy mówić o gęstości widmowej, czy funkcji autokorelacji sygnału błędu.

modyfikowanych metod numerycznych Monte Carlo, metody liczb żelaznych Steinhausa lub metody sympleksów (Spendley'a, Hexta, Himswortha) pozwala weryfikować system pomiarowy w przypadku, kiedy porównanie właściwości obiektu badanego z właściwościami modelu jest niemożliwe ze względu na nadmierne koszty lub też gdy obiektu nie można jeszcze zbudować albo, gdy obiekt musi pracować z różną szybkością.

Koncepcja modelowania struktury systemu jako układu elementów powiązanych przetwarzanymi sygnałami z zastosowaniem metody WNWP daje optymalny opis własności rozpatrywanego obiektu w sensie prezentowanych kryteriów.

## Bibliografia

1. Szyper M.: Badania modelowe systemów pomiarowych. PAK 9/2000
2. Gajda, J. Szyper M.: Modelowanie i badania symulacyjne systemów pomiarowych. Wyd. nakł. Wyd. EAIiE. Wyd. „Jartek s.c”, Kraków 1998
3. Gajda J.: Modeling and optimization of the identification process, 15<sup>th</sup> IFIP Conference on Systems Modeling and Optimization. Zurich Sept. 1991
4. Piotrowski J., Kostyrko K.: Wzorcowanie aparatury pomiarowej. PWN, Warszawa 2000
5. ISO 4185: 1980 + AC1: 1993
6. Górzyński J.: Audyting Energetyczny. Wyd. nakł. Narodowej Agencji Poszanowania Energii, Warszawa 2000
7. Guide to Expression of Uncertainty in Measurement. BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, Geneve 1995. (tłum. pol. „Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik.” GUM Warszawa 1999.
8. Jaworski J. M.: Niedokładność, błąd, niepewność. [w:] Materiały konferencyjne XIX Międzyuczelnianej Konf. Metrologów MKM' 97, Naęczów 1998 t. 1.
9. Szyper M.: Linear parametric modulation of a phase angle with wide range deviation in measurement systems, Measurements, Journal of IMEKO, Nr16 pp. 31-35, UK,1995.
10. ISO/TR 5168: 1998 (E)
11. Turzeniecka D.: Comments on the accuracy of some approximate methods of evaluation of expanding uncertainty. Metrologia 36, 113, 1999
12. Hagel R., Zakrzewski J., : Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1984
13. Szargut J.: Graniczny błąd pomiaru i metoda różniczki zupełnej. PAK 2/1999
14. Pomiary cieplne część II. Praca zbiorowa. WNT. Warszawa 1993
15. Jaworski J. M.: Błąd pomiaru a niepewność pomiaru. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka z. 178, Gliwice 2001
16. Jaworski J. M.: Błąd błędu i niepewność niepewności. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka z. 178, Gliwice 2001
17. Jakubiec J.: Wyznaczanie niepewności przetwarzania próbkującego za pomocą redukcyjnej arytmetyki interwałowej. Materiały II Sympozjum nt. Metrologiczne Właściwości programowalnych przetworników pomiarowych MWPPP' 2001, Gliwice 2001
18. Kabza Z.: Pomiary strumieni płynów. Studia i Monografie, z. 90 Politechnika Opolska, Opole 1996

19. Ostrowski P., Wiciak G.: Stanowisko do badania i wzorcowania przepływomierzy. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Gliwice (w druku).