

Ирий БОРОНЕНКО, Сергей БАРМИЧЕВ  
Александр ТРЕТЬЯКОВ

Ленинградский Институт Инженеров  
Железнодорожного Транспорта

### ПРИМЕНЕНИЕ МКЭ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ОБОРУДОВАНИЯ ВАГОНОВ

**Резюме.** В статье рассмотрен конечно-элементный подход к оценке динамической нагруженности элементов оборудования вагонов. При этом используется оператное представление канонического уравнения МКЭ, позволяющее снизить размерность матриц жесткостных, инерционных и демпфирующих параметров рассматриваемых моделей вагонных конструкций. Приведено описание разработанного программного комплекса и его основные параметры. Предлагается методика апробирования при исследовании динамической нагруженности элементов тормозного оборудования вагонов-цистерн. Разработан ряд конструктивных предложений по совершенствованию исследуемых конструкций.

Одним из параметров, характеризующих современные методы расчета динамической нагруженности транспортных конструкций, является точность результатов, которая связана с типом использованных конечных элементов и со степенью дискретизации исследуемой конструкции. Для определенного типа элементов большая точность требует большей дискретизации, что приводит к увеличению числа степеней свободы и, как следствие, к увеличению объема выполняемых вычислений. Ограниченные возможности вычислительной техники, применяемой при расчетах, приводят к необходимости использовать методы понижения размерности системы уравнений, описывающих динамическое поведение исследуемой конструкции. При определении динамических напряжений в элементах конструкции вагона как функции времени, одним из наиболее эффективных методов такого рода является метод суперэлементов МСЭ для динамических задач [1], который позволяет уменьшить объем используемой оперативной памяти ЭВМ в десятки раз. Разработанный на его базе программный комплекс [2] является мощным средством для исследования динамической нагруженности вагонов, позволяющим определить ряд низших собственных частот и формы колебаний конструкции, а также исследовать динамическую нагруженность конструкции вагона путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений, описывающей перемещения суперузлов на верхнем уровне сборки. При этом перемещения редуцируемых узлов связаны с перемещением суперузлов линейной

зависимостью, что позволяет оценить динамические напряжения всех участков конструкции вагона. К недостаткам такого подхода следует отнести отсутствие критериев для выбора суперузлов на верхнем уровне, от которого зависит точность решения. В то же время требования точности заставляют уменьшать шаг интегрирования, что существенно увеличивает время счета.

Для получения точных значений динамических напряжений элементов конструкции вагона при стационарных режимах движения в работе [3] предлагается применять суперэлементный подход к уравнению движения конструкции, записанному в операторной форме Фурье. От основного уравнения метода конечных элементов

$$[M^e]\ddot{\bar{q}}^e(t) + [C^e]\dot{\bar{q}}^e(t) + [K^e]\bar{q}^e(t) = \bar{F}^e(t), \quad (1)$$

где  $[M^e], [C^e], [K^e]$  - соответственно, матрицы масс, демпфирования и жесткости конечного элемента;

$\bar{q}^e(t)$  и  $\bar{F}^e(t)$  - векторы узловых перемещений и узловых нагрузок, путем преобразования Фурье и ряда алгебраических операций производится переход к операторному уравнению конечного элемента:

$$[H^e(\omega)]\bar{G}_q^e(\omega) = \bar{G}_F^e(\omega), \quad \omega \in (0, \infty), \quad (2)$$

где  $\bar{G}_F^e(\omega)$  - вектор комплексных спектров узловых нагрузок;

$\bar{G}_q^e(\omega)$  - вектор сопряженных спектров узловых перемещений;

$[H^e(\omega)]$  - матричная передаточная функция вида:

$$[H^e] = [\Omega] \begin{vmatrix} A^e & B^e \\ B^e & -A^e \end{vmatrix} [\Omega], \quad (3)$$

где  $[A^e] = [K^e] - \omega^2[M^e]$ ,  $[B^e] = \omega[C^e]$ ;

$[\Omega]$  - бинарная матрица размерности  $2n \times 2n$  специального вида ( $n$  - число степеней свободы конечного элемента).

Для уравнения (2) нетрудно обосновать применение основных процедур метода суперэлементов - алгоритмов сборки конструкции,

конденсации исключаемых степеней свободы и обратной прогонки. Алгоритм суперэлементной сборки в операторной форме имеет вид:

$$[H] = \begin{bmatrix} H_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $[H_1]$  и  $[H_2]$  - матричные передаточные функции компоуемых конечноэлементных подструктур. Подсуммирование их элементов в матрице  $[H]$  производится по общим степеням свободы поочередно, причем соответствующие матричные блоки имеют вид:

$$[h_{ij}] = \begin{bmatrix} (k_{ij}^1 + k_{ij}^2) - \omega^2(m_{ij}^1 + m_{ij}^2) & \omega(c_{ij}^1 + c_{ij}^2) \\ \omega(c_{ij}^1 + c_{ij}^2) & -(k_{ij}^1 + k_{ij}^2) + \omega^2(m_{ij}^1 + m_{ij}^2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Алгоритм конденсации для уравнения (2) выражается соотношениями

$$[H_{rr}^*] = [H_{rr}] - [H_{rv}] [H_{vv}]^{-1} [H_{vr}], \quad (6)$$

$$\bar{G}_{F_r}^* = \bar{G}_{F_r} - [H_{rv}] [H_{vv}]^{-1} \bar{G}_{F_v}, \quad (7)$$

где индексы "r" и "v" соответствуют граничным и внутренним (исключаемым) узлам расчетной схемы.

Алгоритм обратной прогонки для восстановления спектров исключенных степеней свободы имеет вид:

$$\bar{G}_{q_v} = -[H_{vv}]^{-1} [H_{vr}] \bar{G}_{q_r} + [H_{vv}]^{-1} \bar{G}_{F_v}. \quad (8)$$

Формулы (4) - (8) составляют основу МСЭ в частотной области или частотного метода суперэлементов (ЧМСЭ).

Вследствие того, что матричная передаточная функция в соотношениях (2) - (8) имеет большую размерность, при расчетах целесообразно использовать модификацию частотного метода супер-

элементов, учитывающую структуру матрицы  $[H]$  и позволяющую при реализации вычислительных процедур на ЭМ использовать вдвое меньший объем оперативной памяти. При этом все операции производятся с матричными строками вида

$$[h_{i1}], [h_{i2}], \dots, [h_{iL}], \{G_i\}, \quad (9)$$

$$\text{где } [h_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{ij} & b_{ij} \\ b_{ij} & -a_{ij} \end{bmatrix}; \quad \{G_i\} = \begin{pmatrix} \operatorname{Re} G_{Fi} \\ \operatorname{Im} G_{Fi} \end{pmatrix};$$

$L$  - ширина ленты глобальных матриц жесткости и масс основного уравнения МКЕ. Компоненты строки (9) на всех уровнях суперэлементной сборки формируются из элементов массивов  $[A]$  и  $[B]$ .

В целях сокращения времени реализации расчетов на ЭМ в работе было предложено на верхнем уровне сборки заменить решение редуцированного уравнения вида (2) решением эквивалентной системы

$$\begin{cases} ([A^*][B^*]^{-1}[A^*] + [B^*]) \operatorname{Re} \bar{G}_q = [A^*][B^*]^{-1} \operatorname{Re} \bar{G}_F^* + \operatorname{Im} \bar{G}_F^* \\ ([A^*][B^*]^{-1}[A^*] + [B^*]) \operatorname{Im} \bar{G}_q = [A^*][B^*]^{-1} \operatorname{Im} \bar{G}_F^* - \operatorname{Re} \bar{G}_F^* \end{cases} \quad (10)$$

каждое из уравнений которой имеет вдвое меньшую размерность. Как показали проведенные численные эксперименты, такой прием при использовании итеративных методов решения алгебраических уравнений позволяет сократить время решения редуцированного уравнения в среднем в 4 раза.

Операторная форма решения суперэлементных задач дает возможность использовать в качестве граничных условий комплексные спектры ускорений ведущих (активных) узлов расчетной схемы вагона. При этом компоненты спектра обобщенных узловых нагрузок ведомых (пассивных) узлов имеют вид:

$$\begin{cases} \operatorname{Re} \bar{G}_{F_n} = \left\{ \frac{1}{\omega^2} [K_{na}] - [M_{na}] \right\} \operatorname{Re} \bar{G}_{\ddot{q}_a} - \frac{1}{\omega} [C_{na}] \operatorname{Im} \bar{G}_{\ddot{q}_a} \\ \operatorname{Im} \bar{G}_{F_n} = \left\{ \frac{1}{\omega^2} [K_{na}] - [M_{na}] \right\} \operatorname{Im} \bar{G}_{\ddot{q}_a} + \frac{1}{\omega} [C_{na}] \operatorname{Re} \bar{G}_{\ddot{q}_a}, \end{cases} \quad (\text{II})$$

где индексы "а" и "п" соответствуют активным и пассивным узлам.

Спектры ускорений активных узлов расчетной схемы вагона могут быть получены путем дискретного преобразования Фурье записей динамических процессов, сделанных в ходе натурных экспериментов:

$$G_{\ddot{q}_a}(\omega_k) = \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} \ddot{q}_a(t_i) \exp\left(-\frac{j2\pi k i}{N}\right), \quad k = \overline{1, N-1}, \quad (\text{I2})$$

где  $t_i = t_0 + i \Delta t$  ;  $\omega_k = k / (\Delta t \cdot N)$ ;

$\Delta t$  - шаг квантования записи процесса ускорений активного узла расчетной схемы  $\ddot{q}_a(t)$  ;  $N$  - длина записи.

Следует отметить, что МСЭ в частотной области позволяет учитывать влияние на динамическую нагруженность исследуемых конструкций перевозимого груза в виде аддитивной составляющей решения исходной системы уравнений на нулевой частоте.

Преобразование спектров узловых перемещений в спектры динамических напряжений осуществляется на уровне конечного элемента по формуле

$$\bar{G}_\sigma^e = [D^e][B^e] \bar{G}_q, \quad (\text{I3})$$

где  $[D^e]$  и  $[B^e]$  - матрицы упругости и деформаций конечного элемента.

На базе рассмотренного алгоритма расчета на кафедре "Вагоны и вагонное хозяйство" Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта авторами был разработан программный комплекс СУПЕР-Г, реализующий метод суперэлементов в частотной области и ряд вспомогательных программных средств, осуществляющих автоматизированную подготовку исходных данных с применением средств машинной графики и пред-

ставление выходных результатов в виде обобщенных спектральных характеристик поля динамических напряжений, используемых для вычисления показателей эксплуатационной надежности исследуемых конструкций вагонов. Все программные модули составлены на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV применительно к ЭВМ СМ-4 и ЕС-1045. Максимальное число степеней свободы исследуемых расчетных схем вагонных конструкций составляет 3000 при суммарном объеме программного комплекса 44,2 Кбайт.

Загрузочный модуль программного комплекса СУПЕР-F состоит из трех логических сегментов, первые два из которых представляют собой оверлейную структуру, что вызвано необходимостью экономии оперативной памяти ЭВМ. Связь сегментов отражена на рис.1.

Структура программного комплекса СУПЕР-F

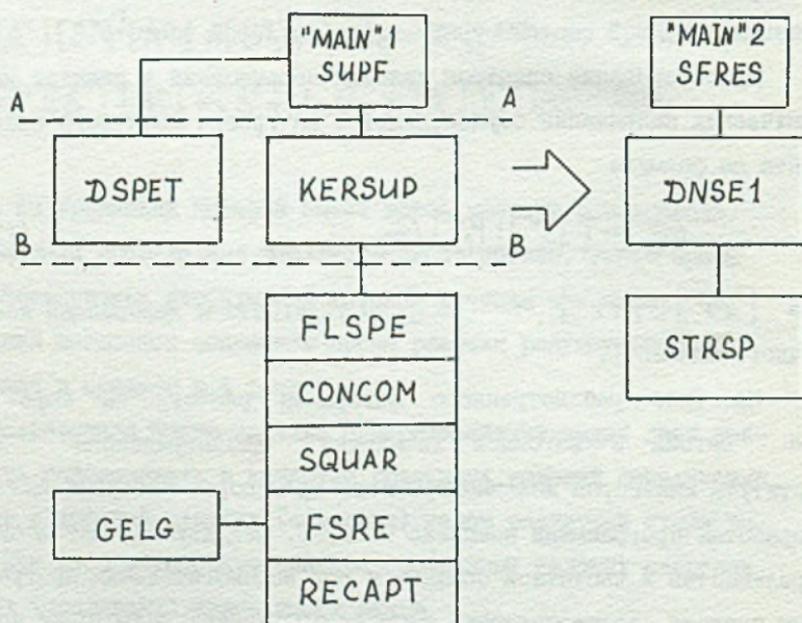


Рис.1

Программа SUPF осуществляет расчет случайного поля перемещений исследуемой конструкции вагона. Результаты расчета в виде действительной и мнимой компонент спектров узловых перемещений записываются на внешний носитель информации (МД).

Программа SFRES производит вычисление спектров плотности мощности динамических напряжений и оценку показателей усталостной долговечности суперэлементов I уровня расчетной схемы.

Оценка усталостной долговечности вагонных конструкций в программе SFRES производится по методике, приведенной в работе [4], на основании вычисления спектральных моментов динамических напряжений до 2-го порядка включительно. Основная расчетная формула для вычисления соотношения долговечности различных вариантов конструктивного исполнения выглядит следующим образом:

$$\frac{T_m}{T_c} = \left( \frac{\int_0^{\infty} S_b^M(\omega) d\omega \int_0^{\infty} \omega^2 S_b^c(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} S_b^c(\omega) d\omega \int_0^{\infty} \omega^2 S_b^M(\omega) d\omega} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\sqrt{\langle \sigma_c^2 \rangle}}{\sqrt{\langle \sigma_m^2 \rangle}} \right)^m, \quad (I4)$$

где  $T_m$  и  $T_c$  — сроки службы до разрушения соответствующего элемента модернизированной и серийной конструкции;

$m$  — показатель наклона кривой усталости материала;

$\langle \sigma_m^2 \rangle$  и  $\langle \sigma_c^2 \rangle$  — дисперсии эквивалентных напряжений  $\sigma_{экв}$  модернизированной и серийной конструкции, получаемые из соотношения

$$\langle \sigma_{экв}^2 \rangle = \int_0^{\infty} [G_b^M(\omega) \cdot G_b(\omega)] d\omega. \quad (I5)$$

Среднеквадратические значения эквивалентных напряжений также выводятся на печать и служат для выявления зон концентрации напряжений в конструкции.

Таблица I

Данные о программных модулях, входящих в программный комплекс СУПЕР-Г

№ п.п	Идентификатор модуля	Функциональное назначение	Требуемый объем оперативной памяти, Байт
1	2	3	4
1	"MAIN"1 (SUPF)	Корневой сегмент оверлейной структуры, инициализация наборов прямого доступа и распределение внешней памяти ЭВМ	$64 \cdot NP(N8W^* + 2) + 1082$ (См. примечание I)
2	DSPEI	Подпрограмма ввода и распечатки управляющих исходных данных, запись исходных данных на устройства внешней памяти - магнитный диск (МД)	5362
3	KERSUP	Подпрограмма, иницилирующая в цикле по текущей частоте основные процедуры суперэлементного расчета	6620
4	FLSPE	Подпрограмма формирования операторного уравнения на I уровне сборки	2448
5	CONCOM	Подпрограмма конденсации и компоновки	3836
6	SQUAR	Подпрограмма преобразования матрицы операторного уравнения на верхнем уровне в квадратную	1286

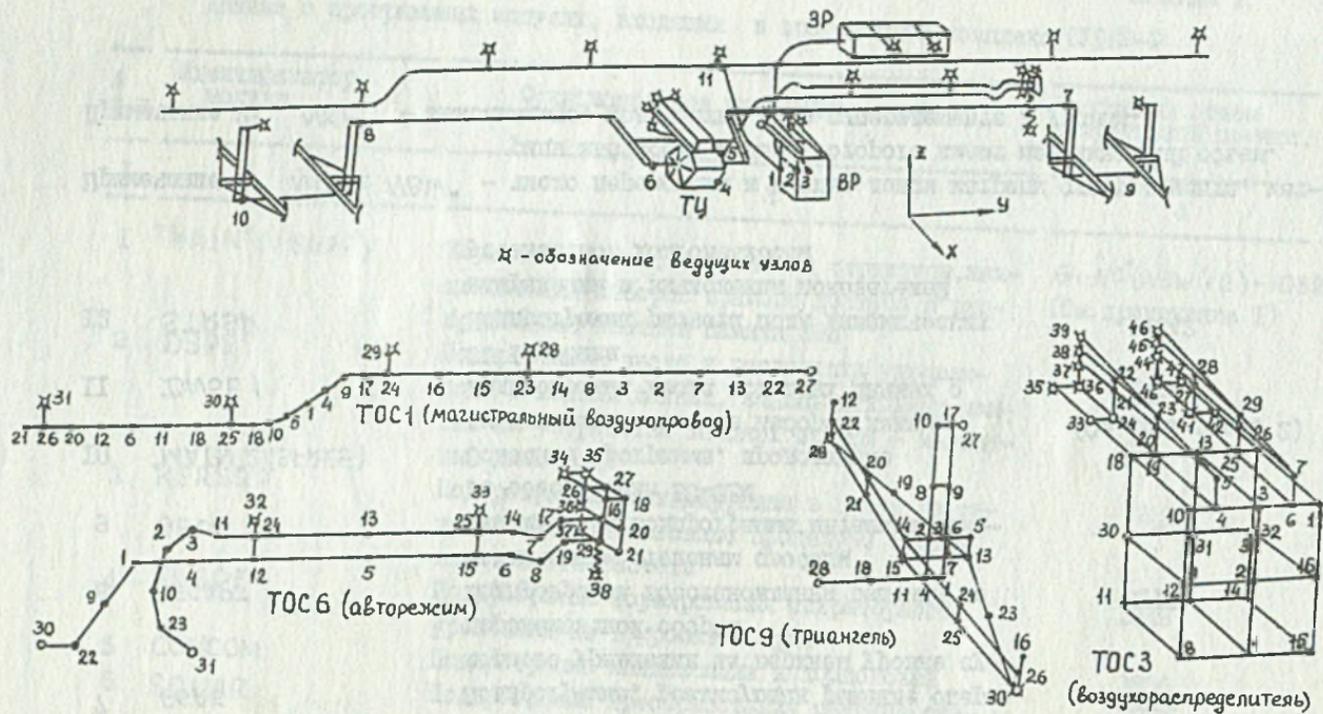
Продолжение табл. I

I	2	3	4
7	FSRE	Подпрограмма, реализующая решение операторного уравнения на верхнем уровне суперэлементной сборки	2096
8	RECAPT	Подпрограмма восстановления решения по исключенным степеням свободы	3118
9	GELG	Стандартная подпрограмма математического обеспечения ЕС-ЭВМ	-
10	"MAIN"2 (SFRES)	Основная программа, продолжение выполняющая описание наборов данных	(См. примечание 2)
11	DNSE 1	Подпрограмма ввода исходных данных о СЭ I уровня	7380
12	STRSP	Подпрограмма расчета поля динамических напряжений и вычисления показателей усталостной долговечности	14242

Примечание I:  $NP^*$  и  $NBW^*$  - число переменных и ширина ленты матрицы суперэлемента, матрицы жесткости и масс которого имеют максимальный объем.

Примечание 2:  $NKE^*$  - максимальное количество КЭ в суперэлементе I уровня.

Расчетная схема тормозного оборудования четырехосной цистерны



а) суперэлемент 2-го уровня сборки; б) отдельные суперэлементы I-го уровня сборки

Рис. 2

Данные о программных модулях, составляющих комплекс СУПЕР-Т содержатся в таблице I.

Методика суперэлементного расчета динамических напряжений элементов конструкций вагонов в частотной области и разработаны на её основе программные средства были использованы для исследования динамической нагруженности тормозного оборудования (ТО) четырехосного вагона-цистерны. В различные участки воздухопроводов предполагалось вводить резиновые разобщающие вставки с целью выяснения их влияния на срок службы конструкции. Для решения поставленной задачи была разработана двухуровневая суперэлементная расчетная схема элементов ТО, частично представленная на рис.2.

Расчетная схема представляла собой конечноэлементную аппроксимацию конструкции воздухопроводов, узлов крепления тормозных приборов и элементов тормозной рычажной передачи, включавшую в себя 172 стержневых КЭ, 119 пластин и две пружины. Шарнирные соединения в конструкции моделировались псевдостержнями с геометрическими характеристиками, установленными по результатам проведенных численных экспериментов. Расчетная схема имела 2136 степеней свободы, резервируемый объем оперативной памяти для матриц жесткости и масс составил 580 Кбайт.

Для определения возмущений, приложенных к ведущим узлам конструкции, показанным на рис.2 была использована типовая расчетная схема котла и рамы цистерны [5]. На верхнем уровне суперэлементной сборки были оставлены узлы, соответствующие точкам крепления ТО на раме вагона-цистерны. Решение редуцированного уравнения движения на верхнем уровне сборки производилось операторным способом с использованием спектров вертикальных ускорений буксовых узлов при различных скоростях движения вагона.

На первом этапе исследования производилась оценка спектров собственных частот колебаний конструкций вагона и тормозного оборудования для различных вариантов конструктивного испол-

нения воздухопровода: серийного и содержащего гибкие патрубки. Анализ полученных результатов показал, что 1-я (38,73 Гц), 3-я (69,53 Гц) и 5-я (85,45 Гц) собственные частоты колебаний серийного ТО отличаются от 5-й (38,83 Гц), 9-й (69,61 Гц) и 12-й (85,06 Гц) собственных частот кузова порожней цистерны менее, чем на 1%, аналогично, 6-я собственная частота 10 (101,4 Гц) близка к 18-й собственной частоте (101,3 Гц) кузова груженой цистерны. Для модернизированной конструкции ТО спектр собственных частот колебаний смещается в низкочастотную область, что снижает возможность проявления резонансных явлений.

На следующем этапе определялись поля динамических напряжений воздухопроводов и узлов крепления тормозных приборов для серийного и модернизированного вариантов конструкции ТО. В результате расчета были выявлены зоны концентрации напряжений в трубопроводах и кронштейнах крепления тормозного оборудования и было показано, что введение разобщающих патрубков в магистральный трубопровод и подводящие трубки в районе пылеловки, а также в область сочленения запасного резервуара с подводящей трубкой позволяет снизить уровень максимальных динамических напряжений в конструкции на 13,1 – 48,6% для различных режимов эксплуатации. На рис.3 показана типичная эпюра средне-

Напряжения в магистральном воздухопроводе порожней цистерны, МПа (скорость движения 60 км/ч)



Рис.3

квадратических значений (СКЗ) эквивалентных напряжений в КЭ, аппроксимировавших магистральный воздухопровод.

На заключительном этапе был произведен расчет соотношения долговечности модернизированной конструкции по отношению к серийной по формулам (I4), (I5). При этом было установлено, что предлагаемые конструктивные изменения позволяют увеличить срок службы тормозного оборудования в 1,2 - 1,6 раза по отношению к серийной конструкции для различных режимов эксплуатации.

#### Выводы

1. Разработана методика определения динамической нагруженности элементов вагонных конструкций, основанная на использовании идей МСЭ в сочетании со спектральным подходом.
2. Составлен программный комплекс СУПЕР-Г, позволяющий проводить анализ собственных частот колебаний исследуемых конструкций, вычислять динамические напряжения в различных их узлах и проводить оценку показателей надежности серийных и модернизированных конструкций.
3. Исследована динамическая нагруженность элементов тормозного оборудования вагона-цистерны и разработан ряд конструктивных мероприятий по совершенствованию их конструкции.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Метод суперэлементов при расчете судовых конструкций /под ред. В.А.Постнова. - Л.: Судостроение, 1979, - 287 с.
- [2] Бороненко Ю.П., Битюцкий А.А., Сорокин Г.Е., Третьяков А.В. Комплекс программ для динамических расчетов конструкций вагонов с применением метода суперэлементов (СУПЕР-Д). Рег. номер ВНИИЦ - 50860000076.
- [3] Бармичев С.Д. Идентификация поля деформаций несущих конструкций вагона. Рук. деп. в ВНИИТИ. М., 1988, № II, с.127.

- [4] Гриненко Н.И., Лефер Л.А. Спектральный метод оценки усталостной долговечности при действии случайных нагрузок. - Проблемы прочности, 1976, 1 1, с. 19-23.
- [5] Третьяков А.В. Анализ динамических напряжений и выбор параметров элементов оборудования четырехосных цистерн. - дис... канд. техн. наук, Л., 1986, - 165 с.

Recenzent: Doc. dr inż. Roman Ba

Wpłynęło do Redakcji w styczniu 1990

#### ZASTOSOWANIE ETO DO OCENY OBCIĄZEŃ DYNAMICZNYCH ELEMENTÓW WAGONÓW

##### S t r e s z c z e n i e

W pracy omówiono zastosowanie metody elementów skończonych do obliczeń wytrzymałościowych elementów budowy wagonu obciążonych siłami dynamicznymi. Przy czym wykorzystuje się operatorowe przedstawienie równania kanonicznego, pozwalające zmniejszyć wymiar macierzy sztywności i parametrów rozpatrywanych modelowych konstrukcji wagonowych. Opracowano szereg zaleceń konstrukcyjnych, które pozwalają na bardziej racjonalne projektowanie wagonów.

#### THE APPLICATION OF EDP FOR EVALUATION OF DYNAMIC LOADS FOR WAGON PARTS

##### S u m m a r y

In the paper the application of the finite element method for calculation of dynamically loaded parts of a wagon is considered. The canonical equation is presented in the operational form which allows to reduce the stiffness matrix and the number of parameters which characterize the model of the wagon. Many recommendations for constructors, which enable to design wagons more efficiently are proposed.