

Владимир КОШЕЛЕВ

Ленинградский институт инженеров  
железнодорожного транспорта

## ОЦЕНКА СВОЙСТВ ВАГОНА КАК ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

**Резюме.** Представлены теоретические основы получения оценок свойств вагона или группы вагонов, как динамической системы, по собственным числам и собственным векторам матрицы, определяющей её уравнения движения при свободных колебаниях. Приведены также оценки динамических свойств 3-х вагонного поезда, определяющих его вертикальные колебания, в зависимости от наличия трения в межкузовных связях и выхода из строя гасителей колебаний центральной ступени подвешивания среднего вагона.

### 1. Введение

При проектировании вагона определенная доля работ направлена на обеспечение ему, как динамической системе, рациональных динамических свойств. Это выполняется, как правило, за счет использования рессорного подвешивания с определенными упругими и демпфирующими свойствами, а в ряде случаев и за счет рациональных характеристик межкузовных связей.

При этом динамические свойства системы оцениваются, как правило, путем изучения интенсивности колебательных процессов её частей при вынужденных колебаниях.

Однако, в процессе эксплуатации величины характеристик связей, особенно демпфирующих, могут изменяться в широких пределах, изменяя и динамические свойства вагона.

В настоящей работе представлены теоретические основы метода получения оценок свойств вагона или группы вагонов, как динамической системы, по собственным числам и собственным векторам матрицы, определяющей её уравнения движения при свободных колебаниях и результаты его практического использования для выявления свойств 3-х вагонного поезда при вертикальных колебаниях.

## 2. Теоретические основы

Основными динамическими свойствами вагона, которыми определяется интенсивность его колебаний в процессе движения являются: собственные частоты, коэффициенты относительного демпфирования гармонических составляющих процесса свободных колебаний, амплитудные и фазовые соотношения составляющих этого процесса с одинаковыми частотами для принятых обобщенных координат, свойства устойчивости движения.

При условии использования в связях системы "вязкого" трения, собственные числа матрицы  $M$ , составленной из коэффициентов при неизвестных системы уравнений в нормальной форме, описывающей её движение при свободных колебаниях, будут попарно сопряженными комплексными числами с нулевой или отрицательной вещественной частью.

Каждой сопряженной комплексной паре собственных чисел соответствует частное решение процесса свободных колебаний для каждой обобщенной координаты следующего вида

$$z_m = A_j \gamma_{mj} e^{-D_j \lambda_j t} \sin(\lambda_{sj} t + \alpha_j + \epsilon_{mj}),$$

- где  $m$  — условный порядковый номер обобщенной координаты динамической системы;
- $j$  — номер гармонической составляющей процесса свободных колебаний по каждой из обобщенных координат;
- $\lambda_{sj}, D_j$  — частота и коэффициент относительного демпфирования колебаний  $j$ -й гармонической составляющей;
- $A_j, \alpha_j$  — амплитудные и фазовые составляющие гармоник процесса, определяемые начальными условиями;
- $\gamma_{mj}, \epsilon_{mj}$  — коэффициенты распределения амплитуд и фазовые составляющие гармоник процесса, определяемые свойствами упругости и "вязкого" трения в связях системы.

Общее решение, описывающее процесс свободных колебаний системы, полученное суммированием частных решений можно представить в виде



$$z_1 = A_1 \gamma_{11} e^{-D_1 \lambda_1 t} \sin(\lambda_{\beta 1} t + \alpha_1 + \varepsilon_{11}) + A_2 \gamma_{12} e^{-D_2 \lambda_2 t} \sin(\lambda_{\beta 2} t + \alpha_2 + \varepsilon_{12}) + \dots + A_n \gamma_{1n} e^{-D_n \lambda_n t} \sin(\lambda_{\beta n} t + \alpha_n + \varepsilon_{1n});$$

$$z_2 = A_1 \gamma_{21} e^{-D_1 \lambda_1 t} \sin(\lambda_{\beta 1} t + \alpha_1 + \varepsilon_{21}) + A_2 \gamma_{22} e^{-D_2 \lambda_2 t} \sin(\lambda_{\beta 2} t + \alpha_2 + \varepsilon_{22}) + \dots + A_n \gamma_{2n} e^{-D_n \lambda_n t} \sin(\lambda_{\beta n} t + \alpha_n + \varepsilon_{2n});$$

$$z_n = A_1 \gamma_{n1} e^{-D_1 \lambda_1 t} \sin(\lambda_{\beta 1} t + \alpha_1 + \varepsilon_{n1}) + A_2 \gamma_{n2} e^{-D_2 \lambda_2 t} \sin(\lambda_{\beta 2} t + \alpha_2 + \varepsilon_{n2}) + \dots + A_n \gamma_{nn} e^{-D_n \lambda_n t} \sin(\lambda_{\beta n} t + \alpha_n + \varepsilon_{nn}),$$

где  $n$  — число степеней свободы динамической системы.

Таким образом, каждая  $j$ -я сопряженная комплексная пара собственных чисел определяет для  $j$ -й гармоники процесса свободных колебаний системы по каждой обобщенной координате следующие три характеристики:  $\lambda_{\beta j}$ ,  $D_j$  и  $\lambda_j$ . Это становится очевидным, если выражения для собственных чисел считать представимыми в виде следующих выражений

$$s_{1,2} = -D_1 \lambda_1 \pm i \lambda_1 \sqrt{1 - D_1^2} \quad ; \quad s_{3,4} = -D_2 \lambda_2 \pm i \lambda_2 \sqrt{1 - D_2^2} \quad ;$$

$$\dots \dots \dots ; \quad s_{2n-1, 2n} = -D_n \lambda_n \pm i \lambda_n \sqrt{1 - D_n^2} \quad .$$

Известно, что в процессе вынужденных колебаний в условиях резонанса по собственной частоте  $\lambda_{\beta j}$ , отношения амплитуд и фазовые сдвиги обобщенных координат системы будут определяться также, как и в процессе свободных колебаний, величинами  $\gamma_{1j}$ ,  $\gamma_{2j}$ , ...,  $\gamma_{nj}$  и  $\varepsilon_{1j}$ ,  $\varepsilon_{2j}$ , ...,  $\varepsilon_{nj}$ , соответственно.

Итак, если с помощью ЭМ определены собственные числа  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 2n$ ) и соответствующие им собственные векторы матрицы  $M$ , то путем преобразований, вытекающих из изложенного выше, можно получить оценки всех величин, определяющих свойства динамической системы. Так оценки характеристик  $j$ -й гармонической составляющей процесса колебаний представляются через абсолютные значения мнимых и действительных частей  $k$ -го собственного числа следующими соотношениями:

частоты свободных колебаний системы

$$\lambda_{\beta j} = \text{Im}(S_k) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad ; \quad k = 2(j-1) + 1,$$



коэффициенты относительного демпфирования

$$D_j = |Re(s_k)| / \sqrt{(Re(s_k))^2 + (Im(s_k))^2},$$

собственные частоты системы при отсутствии сил трения в связях

$$\lambda_j = \sqrt{(Re(s_k))^2 + (Im(s_k))^2}.$$

Для получения оценок коэффициентов распределения амплитуд  $\gamma_{ij}$  и фазовых составляющих  $\epsilon_{ij}$  используются соответствующие элементы собственного вектора, полученного для рассматриваемого собственного числа  $s_k$ . Эти элементы будут сопряженными комплексными числами, модули которых являются оценками коэффициентов распределения амплитуд, а аргументы — фазовых составляющих для каждой обобщенной координаты.

### 3. Динамические свойства 3-х вагонного поезда

Расчетная схема поезда приведена на рис.1. Поезд, как динамическая система, имеет 12 степеней свободы — по четыре на вагон: подпрыгивание, галоширование кузова и подпрыгивание подрессоренных частей тележек. Вагоны поезда соединены междувагонными связями, обладающими линейными упругими и демпфирующими свойствами.

Реализация изложенного выше метода проведена на ЭВМ ЕС-1045 по программе составленной на языке Фортран. Для расчетов использованы следующие величины параметров системы, соответствующие серийному вагону межобластного типа железных дорог СССР: масса кузова — 45,0 т, масса подрессоренных частей тележки — 3,65 т, моменты инерции кузова — 2308 тм<sup>2</sup>, коэффициент жесткости центральной ступени подвешивания (на одну тележку) — 1532 кН/м, то же буксовой ступени подвешивания (на колесную пару) — 2670 кН/м, база вагона — 17 м, размер между осями автосцепок — 25,36 м.

Коэффициент жесткости междувагонной связи определен как доля ( $D_{см} = 0,125$ ) от соответствующей величины центральной ступени подвешивания — 1532 x 0,125 кН/м.

Коэффициенты пропорциональности сил трения скорости деформации в центральной ступени и междувагонных связях соответствовали коэффициенту относительного демпфирования  $D = 0,25$  по колебаниям подпрыгивания кузова, а для буксовой ступени —  $D_{\pi} = 0,40$  по колебаниям подпрыгивания подрессоренных частей тележки.

В табл.1 приведены оценки собственных частот —  $\lambda_j$ , коэффициентов относительного демпфирования —  $D_j$  и собственных частот

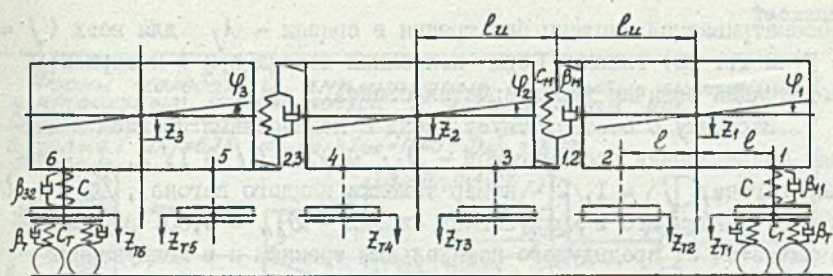


Рис. 1. Расчетная схема 3-х вагонного поезда

Rys. 1. Schemat obliczeniowy pociągu w skład którego wchodzi 3 wagony

Таблица 1

Собственные частоты и коэффициенты относительного демпфирования форм колебаний 3-вагонного поезда при различных величинах сил трения в связях

Варианты Область значений	Характеристики связей	Величины характеристик гармоник №												
		$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	$D_{ij}=0,25$	$\lambda_{\beta j}$	1,56	1,44	1,15	1,16	1,20	1,37	6,19	6,19	6,19	6,13	6,13	6,13
	$D_{\text{вн}}=0,00$	$D_j$	0,177	0,19	0,174	0,174	0,171	0,205	0,422	0,422	0,422	0,432	0,432	0,432
	$D_T=0,40$ $D_{\text{сн}}=0,125$	$\lambda_j$	1,58	1,47	1,17	1,18	1,22	1,40	6,83	6,83	6,83	6,80	6,80	6,79
0M	$D_{ij}=0,25$	$\lambda_{\beta j}$	1,07	1,21	1,15	1,17	1,24	1,37	6,07	6,11	6,19	6,19	6,18	6,13
	$D_{\text{вн}}=0,25$	$D_j$	0,741	0,528	0,174	0,18	0,206	0,205	0,429	0,431	0,422	0,422	0,422	0,432
	$D_T=0,40$ $D_{\text{сн}}=0,125$	$\lambda_j$	1,59	1,42	1,17	1,19	1,27	1,40	6,72	6,77	6,83	6,83	6,82	6,79
1	Смотри вар 0, 10	$\lambda_{\beta j}$	1,49	1,19	1,44	1,42	1,17	1,17	6,91	6,90	6,19	6,19	6,13	6,13
	$D_{21}=0,0$	$D_j$	0,029	0,013	0,189	0,176	0,17	0,17	0,104	0,105	0,422	0,422	0,432	0,432
	$D_{22}=0,0$	$\lambda_j$	1,49	1,19	1,46	1,44	1,18	1,19	6,94	6,93	6,83	6,83	6,80	6,80
1M	Смотри вар 0M, 10	$\lambda_{\beta j}$	1,19	1,25	1,37	1,18	1,19	1,20	6,91	6,90	6,19	6,19	6,11	6,11
	$D_{21}=0,0$	$D_j$	0,641	0,493	0,120	0,062	0,171	0,167	0,105	0,105	0,422	0,422	0,431	0,431
	$D_{22}=0,0$	$\lambda_j$	1,55	1,44	1,38	1,18	1,20	1,22	6,95	6,93	6,83	6,83	6,73	6,77



рассматриваемой системы без трения в связях -  $\lambda_j$  для всех ( $j = 1, 2 \dots 12$ ) главных форм колебаний поезда при 4-х вариантах комбинаций величин характеристик связей.

Варианту 0 соответствует поезд с номинальным трением в связях подвешивания всех вагонов -  $D_{ij} = 0,25$  ( $i = 1, 2, 3$  - номер вагона,  $j = 1, 2$  - номер тележки каждого вагона),  $D_r = 0,40$  и отсутствием его в междузвонных связях -  $D_{BH} = 0,00$ . Вариант 0М отличается от предыдущего номинальным трением и в междузвонных связях -  $D_{BH} = 0,25$ .

Варианты I и IIМ представляют поезд, средний вагон которого не имеет в центральной ступени подвешивания обеих тележек сил трения ( $D_{21} = D_{22} = 0,00$ ), а в остальном соответствуют вариантам 0 и 0М.

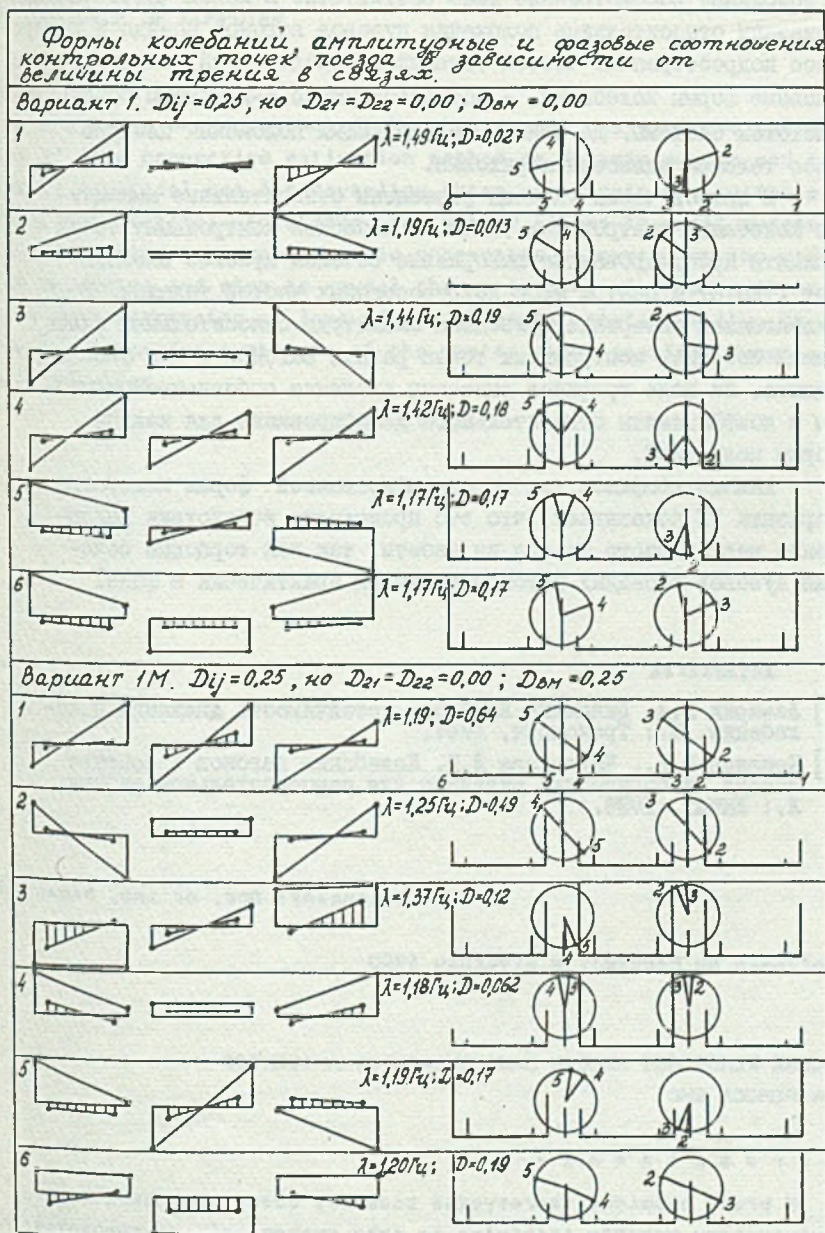
Представленные результаты показывают следующее. Поезд с работоспособными гасителями колебаний в ступенях подвешивания, но без трения в междузвонных связях (вар.0) имеет сгущения собственных частот в трех интервалах: 1,15...1,20 Гц; 1,37...1,56 Гц и 6,13...6,19 Гц. Главные формы колебаний поезда, соответствующие первым двум сгущениям гасятся соответственно величинам  $D_j$  из интервала 0,171...0,205, а соответствующие третьему - 0,422...0,423. Это в целом соответствует понятию нормально демпфированной системы.

Введение в междузвонные связи трение с  $D_{BH} = 0,25$  (вар.0М) несколько снижает величины двух собственных частот и существенно увеличивает  $D_j$  соответствующих им форм колебаний (до 0,741 и 0,528). Такое изменение свойств не следует считать отрицательным, так как междузвонные связи только рассеивают и перераспределяют энергию, введенную в систему через связи подвешивания.

В поезде без междузвонного трения и потерявшими работоспособность демпферы в центральной ступени подвешивания обеих тележек среднего вагона (вар.1) появляются две практически не демпфируемые формы колебаний с  $D_1 = 0,027$  и  $D_2 = 0,013$  на частотах 1,49 и 1,19 Гц и две недостаточно демпфированные с  $D_{7,8} = 0,105$ , соответствующие частотам 6,90 и 6,91 Гц. Такое изменение свойств системы носит опасный характер даже по условиям безопасности движения.

В поезде с номинальным междузвонным трением и условии  $D_{21} = D_{22} = 0$  (вар.1М) самые низкие коэффициенты относительного демпфирования главных форм колебаний остаются не менее, чем в 2 раза выше, чем для варианта I. Это позволяет междузвонное трение отнести к средствам существенно стабилизирующим динамические свойства поезда в условиях эксплуатации.

Таблица 2





Графические представления, сведенные в табл.2 иллюстрируют и дополняют рассмотренные выше результаты. В левой части таблицы показаны относительные положения кузовов вагонов поезда и центров масс поддресоренных частей тележек в определенный момент времени главные формы колебаний, — соответствующие 6-й низшим собственным частотам системы. До линий, определяющих положения центров масс тележек нанесена штриховка.

В правой части таблицы размещены относительные амплитуды колебаний контрольных точек. В качестве контрольных точек приняты пронумерованные шкворневые сечения кузовов вагонов (от I до 6) и центры масс поддресоренных частей тележек. В межвагонном интервале приведены амплитуды относительных колебаний соседних контрольных точек разных вагонов и их фазовые сдвиги. На поле графиков вынесены значения собственной частоты и коэффициенты относительного демпфирования для каждой формы колебаний.

Анализ графиков для не демпфированной формы колебаний варианта IМ показывает, что это происходит вследствие выключения междувагонного трения из работы, так как торцовые сечения кузовов соседних вагонов движутся практически в фазе.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лазарян В.А. Динамика вагонов, устойчивость движения и колебания. М.: Транспорт, 1964.
- [2] Кошелев В.А., Челнокова Л.И. Колебания вагонов в составе поезда. Методические указания для самостоятельной работы. Л.: ЛИИЕТ, 1989.

Recenzent: Doc. dr inż. Roman Bak

Wpłynęło do Redakcji w styczniu 1990

#### OCENA WŁASNOŚCI WAGONU JAKO UKŁADU DYNAMICZNEGO ZA POMOCĄ EMC

#### S t r e z z e n i e

W pracy omówiono teoretyczne podstawy oceny własności wagonu lub szeregu wagonów traktując je jako system opisany równaniami ruchu. Przedstawiono również ocenę własności dynamicznych 3-wagonych pociągu. Określono jego drgania pionowe w zależności od szeregu parametrów konstrukcyjnych wagonu.



ESTIMATION OF CAR PROPERTIES AS DYNAMIC SYSTEM  
WITH THE HELP OF COMPUTER

## Summary

In the paper are represented the theoretical basis of the car or group of cars properties estimation method as dynamic system and results of practical use for revealing three cars train properties as a result of vertical vibrations. The method allows in small expense of computer time to expose dynamic properties of system on the stage of it designing and also to reveal the variations of these properties in the case decreasing or loss of its elements serviceability. It can serve the basis for synthesis of the system with specified dynamic characteristics.