

Франтишек ПЕТР

ВУХ Прага, ЧССР

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ КОЛЕСОМ И РЕЛЬСОМ

**Резюме.** В работе представлено анализ взаимодействия сил в системе колесо-рельс. На основе предложенной модели теоретически решено проблему колебаний этой системы. Проведено также экспериментальные исследования. В качестве экспериментального нагружочного вагона применяется приспособленный вагон-платформа серии Н<sub>ок</sub>.

### 1. Силы воздействующие на путь

Рельсовый подвижной состав нагружает путь вертикальными и горизонтальными силами статического и динамического характера.

Статические силы воздействующие на путь вызваны массой подвижного состава и его содержанием. В качестве основы для сравнения упомянутых выше воздействий колеса на путь возьмем номинальную колесную силу идеального подвижного состава с пути. В результате несовершенства подвижного состава (производство и конструкция) в ЧССР допускается изменение колесной силы порожних грузовых вагонов до  $\pm 10\%$ , порожних пассажирских вагонов до  $\pm 8\%$  и тягового подвижного состава до  $\pm 4\%$ . Другие отклонения возникают в результате неравномерного размещения содержания подвижного состава. Важным является влияние несовершенства пути, его коробление, которое может достичь 7-10% на базу осей. В неблагоприятных условиях, при небольших колесных силах, жестком подпрессоривании подвижного состава и крутильно жесткой раме тележки и кузова подвижного состава, может произойти полная разгрузка колеса.

Квазистатические силы, в ограниченном промежутке, времени постоянные, возникающие при прохождении кривых, в плоскости пути достигают десяти процентов номинальной колесной силы. Вследствие невыравненной центробежной силы диапазон величины поперечной силы находится в пределах  $\pm 6\%$  -  $8\%$  и больше, вертикальной колесной силы  $\pm 15\% - 25\%$ . Продольные квазистатические силы, вызванные тяговой или тормозной силой, достигают даже 40%.

Динамические силы во время движения, во взаимодействии колеса с рельсом, являются продуктом колебания как подвижного состава, так и пути, потому что подвижной состав лежит на пути,

с которым он колеблется как система "подвижной состав - путь". Возбуждение, вызывающее это колебание, можно распределить на три группы:

- Возбуждение системы подвижным составом в результате неуравновешенности колесных пар, слябов и неровностей на ходовой поверхности колеса (возникает даже на идеальном пути). Силы от неуравновешенности колеса ограничены предписанием МСЖД. Слябы на окружности колеса не допускаются, и результатом являются силы размером до сотен кН.
- Возбуждение системы геометрией стыка колеса с рельсом как результат влияния параметров профиля колеса и рельса (эквивалентная конусность, угол соприкосновения и расстояния начальных окружностей колес от оси пути). Горизонтально поперечные силы от волнового движения колесных пар бывают небольшие. При нестабильном движении возникают сильные удары между колесом и рельсом; направляющая сила у колеса достигает в кривых вместе с квадратической силой более 100% фактической колесной силы  $Q$ .
- Возбуждение подвижного состава от пути, его случайными неровностями и изменениями жесткости укладки (геометрические и динамические характеристики пути). Динамические силы от качения колеса по нервному рельсу, от колебаний "неподпрессоренных частей" подвижного состава, наблюдаются в диапазоне частот по 20 Гц и достигают 20-40% номинальной колесной силы. Отношения при более высоких частотах оказывают влияние на "неподпрессоренные части" (колесные пары вместе с частью верхнего строения пути), которые могут быть источником больших и резких изменений колесных сил порядка сотен процентов. Для более подробного определения динамических сил во взаимодействии колеса с рельсом на базе измерения необходимы знания свойств "неподпрессоренных частей", в особенности динамических характеристик пути. Поведение неподпрессоренных частей можно выразить частотной передачей. Под упомянутыми динамическими характеристиками подразумевается динамическая жесткость пути, включающая как его податливость (пружинение), так и гашение и массу. Собственные неровности пути выражаются статической спектральной плотностью, при помощи известных методов измерения.

## 2. Влияние упругого пути на колебание подвижного состава

Изменение упругости пути по его длине (параметрическое возбуждение) имеет случайный характер и очень трудно его выразить о помощью расчета. Обыкновенно его включают в неровности пути. Модель на рисунке 1 представляет пару невещественных рельсов с неровной поверхностью и невещественным упругим соединением с жесткостью  $k^*$ . (Комплексные величины далее в тексте обозначены звездочкой). Колесная пара с частью верхнего строения пути, общей массой  $m$  и абсолютным отклонением  $x$  воздействует на путь силой  $m\ddot{x}$ . Приведенная масса  $m$  неподпрессоренных частей комплексная зависит от частоты. Уравнение движения модели, указанной на рисунке 1, следующее:

$$m \cdot \ddot{z}^* + k^*(z^* - u^*) + z^* F(i\omega) = 0 \quad (1)$$

Приростами нагрузки  $z^* F(i\omega)$  от подрессоренных частей можно пренебречь. Ускорение  $z^*$  неподрессоренных частей мы измеряем с хорошей точностью.

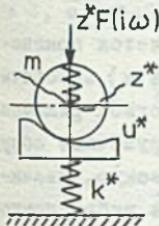


Рис. 1

Неровности  $u^*$  пути на ЧСД измеряют в ограниченном диапазоне длины волны с помощью вагона-динамометра для верхнего строения пути. При оценке хода подвижного состава исходят из спектральной плотности измеряемых отклонений. Частотную передачу  $H(if)$  определяют на основе отношения между отклонением и ускорением. Переходная функция частоты  $f$  (Гц) и зависит от параметров подвижного состава. Спектральная плотность  $G_z(b)$  отклонений как функция волнового числа  $b = f/v$  зависит от скорости. Спектральная плотность неровностей пути  $G_u(b)$  не зависит ни от параметров подвижного состава, ни от скорости

$$G_u(\sigma) = v G_u(f) = v |H(if)|^2 \cdot G_z(f) \quad (2)$$

Квадрат модуля частотной передачи следующий:

$$\begin{aligned} |H(if)|^2 &= \frac{|\ddot{z}^*|^2}{|z^*|^2} = \frac{|u^*|^2}{|z^*|^2} = \left| \frac{k^* - m(2\pi f)^2}{k^*} \right|^2 = \\ &= \frac{|k^*|^2 - 2|k^*|m(2\pi f)^2 \cos \phi + m^2(2\pi f)^4}{|k^*|^2} \end{aligned} \quad (3)$$

Измерения, проведенные на Железнодорожном испытательном кольце в городе Велим, подтвердили, что измеряемые отклонения  $z^*$  колесных пар при частотах сверх 20 Гц существенно отличаются в результате воздействия упругого соединения  $k^*$  от неровностей  $u^*$  пути. Из указанного выше вытекает, что необходимо определить жесткость пути  $k^*$  как комплексную величину и ее фазу

### 3. Определение жесткости пути

Путь бесконечная балка на непрерывном упругом основании понимают как систему с прочным началом, находящимся в точке приложения гармонической силы  $Q^*$  с разделенной по степеням возбуждающей частотой. Очевидно, что нагрузка пути от проходящего подвижного состава и, наоборот, силовое возбуждение подвижного состава от пути изменяется во времени в пространстве.

Этот факт в значительной степени усложняет как теоретическое решение, так и экспериментальные исследования упомянутых характеристик. По этим причинам измерения были проведены в условиях, моделирующих движение подвижного состава, с соответствующим упрощением.

### 3.1. Экспериментальный вагон и оборудование

В качестве экспериментального нагружочного вагона применяется приспособленный вагон-платформа серии Иск. Большая база осей (10,4 м) обеспечивает исключение месяющего влияния колесных сил на кривую прогиба рельсовых ниток, которая возникает в результате действующей силы. Нагружочное оборудование, изображенное на рисунке 2, способно вызвать статическую, квазистатическую и динамическую нагрузки. Оборудование состоит из вибрационной балки (1), механического вибратора (2), витых пружин (3), гидравлических домкратов (4), электродвигателя (5), противовесов (6), датчика отклонения (7), датчиков ускорения (8) и динамометрических датчиков (9).

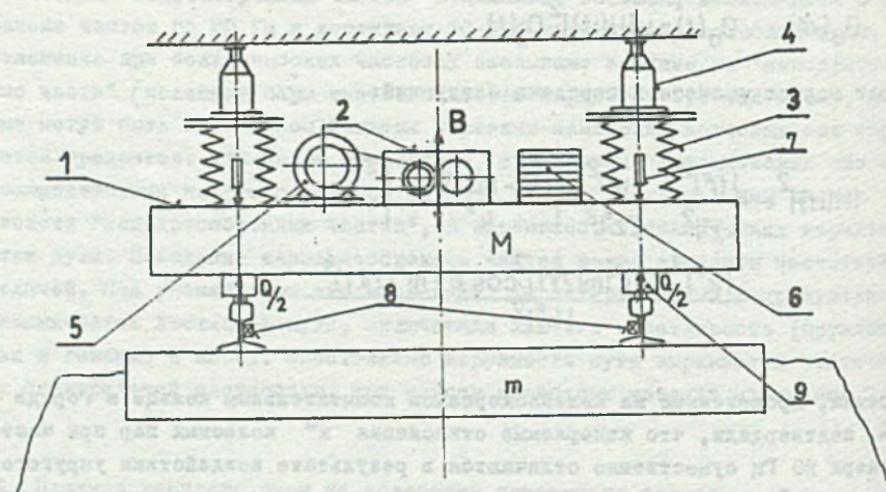


Рис. 2

Масса вибрационной балки вместе с оборудованием составляет 1750 кг вибрационная балка моделирует неподпрессоренные части. С помощью гидравлических домкратов вызывают статическую и квазистатическую нагрузки пути. После перемещения на пол вагона они служат для подъема и арретира вибрационной балки с помощью захватов. Трехфазный коллекторный электродвигатель с регулировочным трансформатором приводит в движение центробежный возбудитель с направленной силой. Противовесы (6) выравнивают несимметрическую нагрузку вибрационной балки.

### 3.1.1. Статическая нагрузка

Повторяется до момента отсчета трех устойчивых характеристик. Путь нагружен номинальной силой с 17,5 кН по 200 кН, затем он разгружен до номинальной нагрузки. Статическую жесткость  $k_s$  для единичного отклонения отклонения отчитывают непосредственно по диаграмме, изображенной на рисунке 3, в любой точке нелинейной характеристики.

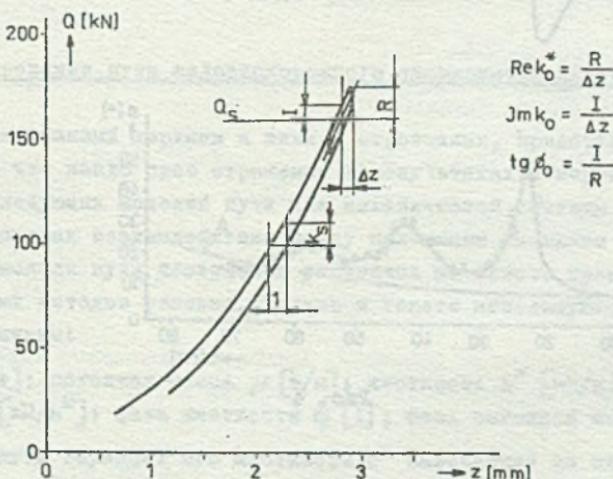


Рис. 3

### 3.1.2. Квазистатическая нагрузка

Повторяется очень медленно  $\omega = 0$  в интервале с 140 по 180 кН, после предыдущей предварительной статической нагрузки  $Q_s = 160$  кН, смотри рис. 3. Для небольших отклонений, реализованных в квазистатическом режиме, характеристика линейная. Она изображена в верхней части диаграммы на рис. 3 и определяет квазистатическую жесткость  $k_0^*$ , ее модуль  $|k_0^*|$  реальную и мнимую части включая фазу  $\phi_0$ . Из этих характеристик было выведено, что для разных амплитуд закрытого цикла отношение между мнимой и реальной компонентами не изменяется, что свидетельствует о гашении сухим трением, пропорциональным отклонению. Квазистатическая жесткость является особым случаем динамической жесткости  $k^*(f)$  для нулевой частоты. Ее модуль изображен в амплитудно-частотной характеристике в качестве исходной точки рисунок 4, к ней принадлежит также фаза  $\phi_0$ . В амплитудно-частотной характеристике на рисунке 5 аналогично изображена также податливость или же ее модуль  $|k_0^*|$ .

### 3.1.3. Динамическая нагрузка

Реализуется с гармоническим протеканием возбуждающей силы (с предварительной нагрузкой  $Q_s$ ) при помощи вибратора с постоянным эксцентрицитетом Аксбадансов. Диапазон возбуждающих частот с 20 до 80 Гц. Оценка получена

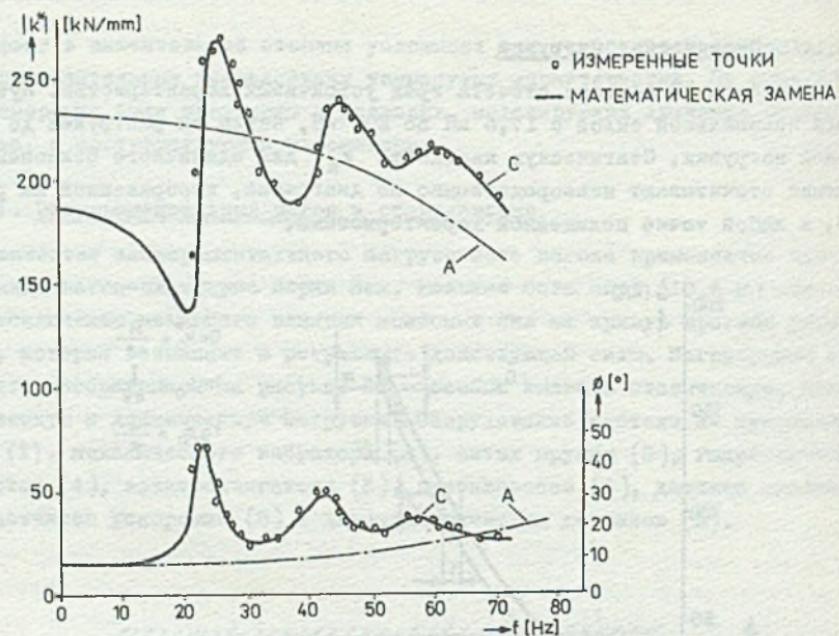


Рис. 4

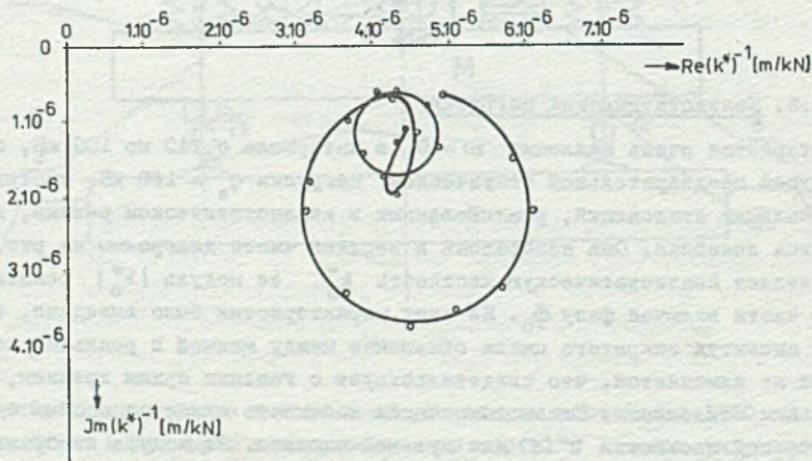


Рис. 5

ных динамических характеристик сделана за счет сглаживания частотной передачи податливости (жесткости) при условии минимальной суммы квадратов отклонений и постоянного уточнения проекта модели пути на основании применения известных частичных методов решения, см. глава 4. Для известной, измеряемой возбуждающей силы  $Q^*$  и отклонения рельса  $x^*$  вытекает отношение для жесткости пути

$$k^*(f) = \frac{Q^*(f)}{z^*(f)} = |k^*(f)| e^{i\phi(f)} = |k^*(f)| [\cos \phi(f) - i \sin \phi(f)] = \\ = k [1 - i \operatorname{tg} \phi(f)] \quad (4)$$

Модуль жесткости  $|k^*(f)|$  определен отношением между амплитудами устойчивой возбуждающей силы и вынужденными отклонениями, отсчитанными по осциллограммам, включая фазу.

#### 4. Моделирование пути железнодорожного экспериментального кольца величин

Путь, образованный верхним и нижним строениями, представляет собой сложную систему, что нашло свое отражение в результатах измерений и привело к разработке следующих моделей пути как механической системы в целях их применения в расчетах взаимодействия между подвижным составом и рельсом. Проект простой модели пути постепенно уточнялся на основе применения указанных ниже частичных методов решения. Дальше в тексте используются следующие основные величины:

масса  $m$  [ $\text{т}$ ]; погонная масса  $\mu$  [ $\text{т}/\text{м}$ ]; жесткость  $k^*$  [ $\text{kH}/\text{м}$ ]; погонная жесткость  $\chi^*$  [ $\text{kH}/\text{м}^2$ ]; фаза жесткости  $\phi$  [1]; фаза погонной жесткости  $\psi$  [1].

Свойства пути выражает его жесткость  $k^*$  вытекающая из измерения или же модуль жесткости и фаза – смотри уравнение [4].

##### 4.1. Модель А

Модель А является подробной моделью верхнего строения пути, уложенного на твердом нижнем строении, для частоты  $f \geq 100$  Гц. Под понятием верхнее строение пути понимаются рельсы, резиновые подкладки, шпалы и щебеночный балластный слой.

Уравнение движения рельса пары рельсов – несущей балки на упругом основании с погонной жесткостью  $\chi_p^*$  следующее

$$EJ \frac{\partial^4 z_1^*(x,t)}{\partial x^4} + \mu_{11} \frac{\partial^2 z_1^*(x,t)}{\partial t^2} + \chi_p^* z_1^*(x,t) = 0 \quad (5)$$

Из условий нагрузки несущей балки в определенной точке гармонической силой  $Q^*$  вытекает жесткость пути

$$k^* = \frac{Q^*}{z_1^*} = \sqrt{2^3 E J} (\chi_p^* - \mu_{11} \omega^2)^{3/4} = \\ = 2^{1.5} (E J)^{0.25} \chi^* 0.75 = A \cdot \chi^* 0.75 = |k^*| e^{i\phi} \quad (6)$$

Параметры верхнего строения пути:

а) Рельсы - пара рельсов МСЖД 60

$$\mu_{11} = 0,128 \text{ т/м} \quad A = 30 \text{ кН}^{0,25} \text{ и } 0,5$$

$$E = 210 \cdot 10^6 \text{ кН/м}^2$$

$$J = -3000 \text{ см}^4 = 60 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$$

б) Резиновые подкладки

- число подкладок на погонный метр пути

$$n = 21,84/\text{м} = 3,68/\text{м}$$

- погонная жесткость подкладок

$$X_{11}^*(0) = 400 \cdot 000 (1 + i \cdot 0,1)$$

- подкладки невещественные

в) Шпалы

- деревянные шпалы, число на погонный метр

$$p = 1,84/\text{м}$$

- погонная масса шпал

$$\mu_{12} = 0,16 \text{ т/м}$$

г) Щебеночный балластный слой

- однородный континуум

- плотность балластного слоя

$$\rho_{13} = 1,64 \text{ т/м}^3$$

- погонная жесткость

$$X_{13}^*(0) = 251 \cdot 000 (1 + i \cdot 0,266)$$

заранее неизвестна

- погонная масса балластного слоя

$$\mu_{13} = 0,96 \text{ т/м}$$

принята как  $3/4$  массы верхнего строения пути в ширине шпал 2,6 м и глубине щебени 0,3 м.

Внутреннее гашение резиновых подкладок (под подошвой рельса) и континуумов из частикулярных веществ принято линейным, независимым от частоты.

Квазистатическая жесткость пути  $k^*(0)$  вытекает из измеренной характеристики, а также из отношения

$$k_0^* = |k_0^*|[\cos \phi(o) + i \sin \phi(o)] = 190000(\cos 8,5^\circ + i \sin 8,5^\circ)$$

Верхнее строение пути с относительно низкой погонной массой отличается большой податливостью, доля которой в общей податливости пути составляет 60%. В диапазоне средних частот (0; 100 Гц) верхнее строение пути поэтому существенно влияет на уровень жесткости с относительно малой фазой  $\Phi$ . Из этого вытекает квазистатическая жесткость верхнего строения пути

$$k_s^*(o) = k_0^*/0,8$$

Погонная жесткость верхнего строения пути потом следующая

$$\begin{aligned} x_s^*(o) &= \left[ \frac{|k_s^*(o)|}{A} \right]^{4/3} e^{i4/3\phi(o)} = |x_s^*(o)| e^{i\varphi} = \\ &= \left[ \frac{190000}{30/0,8} \right]^{4/3} (\cos 11,33^\circ + i \sin 11,33^\circ) = 155000(1 + i0,2) \end{aligned} \quad (7)$$

Поскольку гашение резиновых подкладок небольшое  $\varphi_{11} = 5,7^\circ$ , погонная жесткость балластного слоя в квазистатическом состоянии следующая

$$x_{13}^*(o) = \frac{x_{11}^*(o) - x_s^*(o)}{x_{11}^*(o) + x_s^*(o)}$$

$$x_{13}^*(o) = 251000(1 + i0,266)$$

Невозвестная погонная жесткость  $x_{13}$  устанавливается расчетом для балластного слоя (бесконечно широкого стержня с погонной массой  $\mu_{13}$ , сжимаемого вертикальной погонной нагрузкой  $q$ ). Длина стержня конечная и равняется глубине балластного слоя. Динамическую податливость стержня (в одном конце стержень поддерживается, в свободном конце нагружается гармонической силой с угловой частотой  $\omega$ ) можно вывести из отношения

$$\frac{1}{k^*} = \frac{2}{m} \sum_{j=1,3,5} \frac{1}{(\omega_j^2 - \omega^2)} \quad \omega_j^2 = j^2 \omega_0^2 \quad (8)$$

$$\omega_0^2 = \frac{\pi^2 E}{4l^2 \rho}$$

$m$  = масса стержни (т)

$l$  = длина стержня (м)

$\rho$  = плотность стержня ( $\text{т}/\text{м}^3$ )

$E$  = модуль упругости стержня при сжатии ( $\text{кН}/\text{м}^2$ )

Податливость стержня можно выразить отношением

$$\frac{1}{k^*} = \frac{2}{m\omega_0^2} \sum_{j=1,3,5} \frac{1}{j^2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{2}{m\omega_0^2} \sum_{n=0,1,2} \frac{1}{(2n+1)^2 - \varepsilon^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\omega}{\omega_0}$$

По Друдникову: Интегральные ряды, Москва 1981 г., последнее выражение для податливости можно переписать в форму, подходящую для решения с помощью персональной ЭВМ, а именно

$$\frac{1}{k_0^*} = \frac{2}{m\omega_0^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 - \varepsilon^2} = \frac{2}{m\omega_0^2} \frac{\pi}{4\varepsilon^*} \operatorname{tg} \frac{\pi\varepsilon^*}{2} \quad (9)$$

Для модели балластного слоя как указанного выше стержня будем применять величины

$q$  = погонная нагрузка кН/м

$\mu_{13}^*$  = погонная масса т/м

$\chi_{13}^{*2}$  = погонная жесткость кН/м<sup>2</sup>

$E_{13}^{*2}$  = модуль упругости кН/м<sup>2</sup>

$$E_{13}^{*(0)} = |E_{13}^{*(0)}| e^{i\varphi_{13}(0)}$$

$$\omega_0^{*2} = |\omega_0^*|^2 e^{i\varphi_{13}(0)}$$

$$\varepsilon^{*2} = \frac{\omega^2}{\omega_0^{*2}} = \left| \frac{\omega^2}{\omega_0^{*2}} \right| e^{-i\varphi_{13}(0)} = |\varepsilon^*|^2 e^{-i\varphi_{13}(0)}$$

Погонная податливость балластного слоя потом будет

$$\frac{1}{\chi_{13}^{*2}} = \frac{2}{\mu_{13} \omega_0^{*2}} \frac{\pi}{4\varepsilon^*} \operatorname{tg} \frac{\pi\varepsilon^*}{2} \quad (10)$$

Для квазистатического состояния, т.е. для  $\omega \rightarrow 0$  будет  $\varepsilon^* = \frac{\omega}{\omega_0^*} \rightarrow 0$  и можно писать

$$\frac{1}{\chi_{13}^{*(0)}} = \frac{2}{\mu_{13} \omega_0^{*2}} \frac{\pi}{4\varepsilon^*} \frac{\pi\varepsilon^*}{2} = \frac{2\pi^2}{8\mu_{13} \omega_0^{*2}} = \frac{\pi^2}{4\mu_{13} |\omega_0^*|^2 e^{i\varphi_{13}(0)}}$$

$$|\omega_0^*|^2 = \frac{\pi^2}{4\mu_{13}} |\chi_{13}^{*(0)}|$$

Квазистатическую погонную податливость подставим в уравнение (10) для погонной податливости балластного слоя

$$\frac{1}{\mathcal{K}_{13}^*} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{|\mathcal{K}_{13}^*(0)|} \frac{1}{\varepsilon^*} \operatorname{tg} \frac{\pi \varepsilon^*}{2} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{|\mathcal{K}_{13}^*(0)| e^{i\varphi_{13}(0)}} \frac{1}{\varepsilon^*} \operatorname{tg} \frac{\pi \varepsilon^*}{2}$$

далее для

$$\varepsilon^* = \eta e^{-\frac{i}{2}\varphi_{13}(0)}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi \varepsilon^*}{2} = \frac{-\cos \alpha + \cosh \beta}{\sin \alpha + i \sinh \beta}$$

$$\alpha = \pi \cos \left( \frac{\varphi_{13}(0)}{2} \right) \eta$$

$$\beta = \pi \sin \left( \frac{\varphi_{13}(0)}{2} \right) \eta$$

можно наконец выразить погонную податливость балластного слоя

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mathcal{K}_{13}^*} &= \frac{2}{\pi} \frac{1}{|\mathcal{K}_{13}^*(0)| e^{i\varphi_{13}(0)}} \frac{e^{\frac{i}{2}\varphi_{13}(0)}}{\eta} \frac{(-\cos \alpha + \cosh \beta)}{(\sin \alpha + i \sinh \beta)} = \\ &= \frac{2}{\pi} \frac{1}{|\mathcal{K}_{13}^*(0)|} \frac{e^{-\frac{i}{2}\varphi_{13}(0)}}{\eta} \frac{(-\cos \alpha + \cosh \beta)}{(\sin \alpha + i \sinh \beta)} \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнением (11) определена зависимость погонной жесткости  $\mathcal{K}_{13}^*$  балластного слоя с известными параметрами  $\mu_{13} = 0,96 \text{ т/м}$ ,  $|\mathcal{K}_{13}^*(0)| = 260\,000 \text{ кН/м}^2$ ,  $\varphi_{13}(0) = 14,9^\circ$  от относительной частоты, которая связана с частотой  $f$  и угловой частотой  $\omega$  следующими отношениями

$$\omega = |\omega_0^*| \eta = |\omega_0^*| \frac{\omega}{\omega_0^*} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{|\mathcal{K}_{13}^*(0)|}{\mu_{13}}}$$

$$f = \frac{\eta}{4} \sqrt{\frac{|\mathcal{K}_{13}^*(0)|}{\mu_{13}}} = \frac{\eta}{4} \sqrt{\frac{260\,000}{0,96}} = 130,1 \cdot \eta$$

Для жесткости верхнего строения пути можно писать окончательное выражение

$$k_s^* = A \left\{ \left[ (\mathcal{K}_{13}^* - \mu_{13} \omega^2)^{-1} - \mathcal{K}_{11}^* \right]^{-1} - \mu_{11} \omega^2 \right\}^{3/4} = |k_s^*| e^{i\phi_s} \quad (12)$$

с известными параметрами:

$$\mu_{11} = 0,128 \text{ т/м}$$

$$\mu_{13} = 0,96 \text{ т/м}$$

$$k_{11}^* = 400\,000 (1 + 1 \cdot 0,1) \text{ кН/м}^2$$

$$k_{13}^* = 251\,000 (1 + 1 \cdot 0,266) \text{ кН/м}^2$$

$$A = 30 \text{ кН}^0,2 \text{ м}^{0,5}$$

Из уравнения (12) можно определить для модели (A) амплитудную и фазовую характеристику верхнего строения, уложенного на твердом нижнем строении. Минимального значения достигается при частоте 96,7 Гц.

#### 4.2. Модель В

Модель (B) представляет собой упрощенный вариант модели (A) верхнего строения железнодорожного пути, уложенного на твердом нижнем строении. Жесткость верхнего строения в модели (B) следующая

$$k_s^* = A (k_1^* - \mu_1 \omega^2) \quad (13)$$

В случае, когда принимается погонная масса верхнего строения  $\mu_1 = 0,33 \text{ т/м}$  и  $k_{10}^* = 155\,000 (1 + 1 \cdot 0,2) \text{ кН/м}^2$ , обе модели (A) и (B) очень близки друг другу амплитудой и фазой в диапазоне исследуемых средних частот. Минимального значения  $|z_s^*|$  достигается, однако, при 110 Гц.

#### 4.3. Модель С

Модель (C) является моделью всего пути верхнее и нижнее строение. В модели (C) использованы параметры модели (B), т.е.  $\mu_1 = 0,33 \text{ т/м}$ ,  $k_{10}^* = 155\,000 (1 + 1 \cdot 0,2) \text{ кН/м}^2$ . Другие параметры нижнего строения как неоднородного континуума:  $\mu_2 - \mu_4$  и  $k_{20}^* - k_{40}^*$  были определены по результатам опыта. При погонной нагрузке  $q^*$  и сдвигах отдельных слоев  $z_1^* - z_4^*$  можно записать уравнения движения модели матричной записью:

$$\begin{bmatrix} \mu_1 \omega^2 + k_{10}^* & -k_{10}^* & 0 & 0 \\ -k_{10}^* & -(\mu_2 \omega^2 + k_{10}^* + k_{20}^*) & -k_{20}^* & 0 \\ 0 & -k_{20}^* & -(\mu_3 \omega^2 + k_{20}^* + k_{30}^*) & -k_{30}^* \\ 0 & 0 & -k_{30}^* & -(\mu_4 \omega^2 + k_{30}^* + k_{40}^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1^* \\ z_2^* \\ z_3^* \\ z_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Погонная жесткость пути

$$k^* = q^*/z_1^* \quad (15)$$

Жесткость пути

$$k^* = A \cdot \omega^{3/4} \quad (16)$$

Расчет облегчает факт, что определитель матрицы - типа Якоби. При расчете было достигнуто удовлетворительное совпадение с измерением как в амплитудной, так и в фазовой характеристикике. Параметры модели возрастают геометрическим рядом  $\mu$  с частным 2,5 и  $\omega^*$  с частным 2. Модель © подтверждает преимущество податливости верхнего строения и массы нижнего строения. Предпосылка линейного, от частоты независимого гашения, оказалась оправданной. Большое влияние нижнего строения на характеристику жесткости пути при более низких частотах по всей вероятности типично для малого железнодорожного экспериментального кольца, которое построено на наносном отложении. В случае путей с более твердым нижним строением отклонения  $|k^*|$  перешли бы в диапазон частот более высоких. В случае очень твердого нижнего строения (скальный грунт) жесткость пути приближалась бы к жесткости верхнего строения.

#### 4.4. Модель ©

Модель © является очень упрощенной моделью пути, служащей для расчетов колебаний подрессоренной части подвижного состава. Речь идет об однородной модели с массой  $m_1 = 71$  т и жесткостью  $k_{10}^* = 327\ 000 (1 + 0,2)$ ,  $k_{20}^* = 1,09 \cdot 10^6 (1 + 1 \cdot 0,2)$  кН/м с результативной жесткостью пути

$$k^* = \frac{k_1^* (k_2^* - m_1 \omega^2)}{k_1^* + k_2^* - m_1 \omega^2} \quad (17)$$

Модель © можно применять для частот  $f \in [0; 20]$  Гц. Результативная жесткость имеет в указанном диапазоне частот те же характеристики как модель © включая минимум модуля жесткости пути  $|k^*|$ .

#### 4.5. Заключение

Модель ® является хорошим изображением всего пути для диапазона частот выше 100 Гц, когда находит свое применение большая инерция нижнего строения пути. В этом случае модель верхнего строения с балластным слоем в качестве континуума хорошо выражает свойства пути.

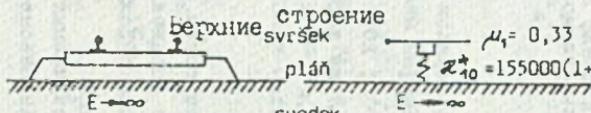
Модель © предназначен для диапазона изучаемых частот с 0 по 100 Гц. Характеристика модуля и фазы в указанном диапазоне частот почти совпадает с моделью ®.

Модель © точно отображает измерения как в амплитудной, так и в фазово-частотной характеристикике жесткости. Модель можно экстраполировать до частоты 100 Гц.

подходит для диапазонов частот  
vhodné pro oblasti frekvencí

$f \geq 100$  Hz

Модель  
Model (A)



1.1 Рельс МСЖ 60 нижнее строение  
Kolejnice ŠIC 60

$$\mu_{11} = 0,128$$

$$A = 2^{1,5}(E_3)^{0,25} = 30 \text{ kN}^{0,25} \text{ m}^{0,5}$$

Резиновые подкладки  
Pryzové podložky

$$\alpha_{110} = 400000 (1+0,1.i)$$

1.2 Шпалы  
Plaže  $\mu_{12} = 0,16$

Балансный слой  
1.3 Štěrkové lože

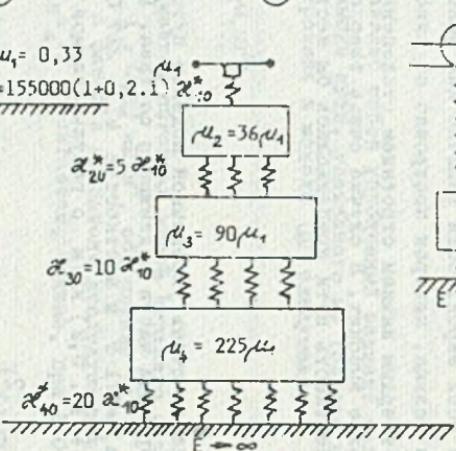
$$\mu_{13} = 0,96$$

$$\alpha_{130} = 256000(1+0,266.i)$$

Модель  
Model (B)

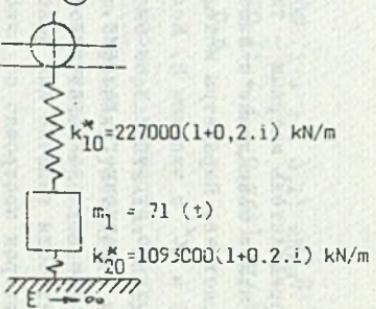
$f = 0 \div 100$  Hz

Модель  
Model (C)



$f = 0 \div 20$  Hz

Модель  
Model (D)



Модель (B) хорошо отражает измерения в диапазоне частот с 0 по 20 Гц. В диапазоне более высоких частот она не действует; дело в том, что в этом диапазоне как амплитуда, так и фаза жесткости пути очень отличаются от измерений.

В заключении можно отметить, что модели пути малого железного экспериментального кольца в г. Велики не являются универсальными, для каждого конкретного пути необходимо проверить действительность моделей измерением и модель.eventually приспособить.

## БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Петр .: Измерение характеристик пути, Железнодорожная техника № 2, 1986.
- [2] Петр .: Заключительный отчет о решении задачи №-3-2/5.3.
- [3] Фрейбауэр Л.Б Путь - возбудитель колебаний подвижного состава, Сборник конференции Чехословацкого Научно-Технического Общества, Жилина 1981.
- [4] Тимошенко: Колебания в машиностроении, СНТИ Прага 1960.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Eugeniusz Światoński

Wpłynęło do Redakcji w styczniu 1990

## WSPÓŁPRACA KOŁA I SZYNY

### Streszczenie

W artykule przedstawiono analizę sił działających na styku koło-szyna. Na podstawie zaproponowanego modelu współpracy koła z szyną wyrowadzono i rozwiązano równanie drgań tego systemu. Przeprowadzono eksperymenty z przygotowanym wagonem - platformą do badania drgań systemu koło-szyna.

## MATING OF WHEEL AND RAIL

### Summary

In the paper the analysis of forces acting on the wheel - rail contact were presented. On the basis of proposed model of mating of wheel and rail the vibration of this system were derived and solved. Experiments with adapted lorry for examination of vibrations of wheel - rail system were carried out.