

Игорь ИВАНОВ, Сергей УРУШЕВ,  
Владимир РОДИН, Дмитрий ЖУКОВ

Ленинградский институт инженеров железнодорожного транспорта

## ОЦЕНКА ЧАСТОТ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ОБТОЧКЕ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ КОЛЕС

**Содержание.** Частоты автоколебаний системы СПИД при резании близки частотам собственных колебаний доминирующей колебательной системы. В работе показано, что доминирующей колебательной системой является режущий блок и приведена методика расчёта частот его собственных колебаний. На основе данной методики разработан режущий инструмент повышенной работоспособности.

Повышение стойкости режущего инструмента используемого при изготовлении и ремонте колес является важным фактором повышения производительности и снижения себестоимости обработки. Статья посвящена повышению стойкости инструмента за счёт управления интенсивностью автоколебаний.

Частота автоколебаний системы СПИД является одним из основных факторов, определяющий стойкость режущего инструмента. Поэтому важной задачей является оценка частот автоколебаний на этапе проектирования системы. Установлено [1], что частоты автоколебаний системы СПИД при резании близки к собственным частотам доминирующей колебательной системы. Такой системой в низкочастотном диапазоне (20-3000 Гц) при обработке массивных деталей является режущий блок.

С достаточной степенью точности можно считать режущий блок абсолютно твердым телом, совершающим малые колебания относительно положения равновесия, определяющегося действием опор и усилием закрепления. Существенным в данном случае является отображение действия опор, в частности, рассеяния энергии в зонах взаимодействия режущего блока с опорами. Воздействие опоры на режущий блок отображается силой упругости в направлении перпендикулярном опорной площадке и вязким трением в направлениях, параллельных опорной плоскости (рис. 1). Жесткость и демпфирование опоры определяются деформациями микронеровностей контактирующих поверхностей, т.е. зависит от частоты их обработки и силы при закреплении режущего блока. Зависимость силы контактного взаимодействия плоских шероховатых поверхностей от величины их сближения,  $\Delta m$  с учетом вероятностного распределения высоты микровыступов по контактирующим поверхностям имеет вид [2]:

$$F_{b3} = \alpha \frac{n_0}{2\pi G^2} \int_0^{\Delta m} (\Delta l)^{3/2} \int_{h_m - \Delta m + \Delta l}^{h_m} \exp \left[ - \frac{(h-a)^2 + (2h_m - \Delta m + \Delta l - h - a)^2}{2G^2} \right] dh d(\Delta l) \quad (1)$$

где  $\alpha = \frac{1,35 E \tau^{1/2}}{1 - \mu^2}$ ,  $\mu$  - коэффициент Пуассона,  $E$  - модуль упругости,  $n_0$  - число выступов на единицу поверхности,  $h$  и  $h_m$  - текущее и максимальное значения высоты выступов,  $a$  - среднее значение высоты выступов,  $G$  - среднеквадратичное отклонение высоты выступов,  $\Delta l$  - величина деформации выступов. Шероховатость моделируется шаровыми сегментами постоянного радиуса  $\tau$  и переменной высоты, распределенной нормально. Под сближением понимается деформация выступов высоты  $h_m$ . Формула (1) хорошо согласуется с экспериментальными данными [3, 4]. Заменой переменных:

$$t = \frac{h - h_m + \Delta m - \Delta l}{\Delta m - \Delta l}; \quad \zeta = \frac{\Delta l}{\Delta m}; \quad \xi = \frac{\Delta m}{h_m}$$

интервал (1) преобразуется к двойному интегралу по прямоугольной области:

$$F_{b3} = K \int_0^1 \int_0^1 \xi (1-\zeta) \tau^{3/2} \exp \left[ - \frac{2(1 - \frac{a}{h_m})^2 - 2\xi(1 - \frac{a}{h_m})(1-\zeta) + \xi^2(1-\zeta)(1-2t+2t^2)}{2G^2/h_m^2} \right] dt d\xi \quad (2)$$

который вычисляется методом Монте-Карло,  $K = \frac{\alpha n_0 h_m^{3/2}}{2\pi G^2} \xi^{5/2}$ . Число испытаний  $N$ , обеспечивающее точность  $\epsilon$  с надежностью  $\alpha$  рассчитывается по оценке дисперсии  $G^2$  по равенству:

$$N = \frac{G^2}{\epsilon^2} t_{\alpha}^2$$

$t_{\alpha}$  - квантиль нормального распределения. Результаты расчета  $F_{b3}$ , приходящийся на  $10^{-6} \text{ м}^2$  для  $\xi = 0,05 - 1,2$  при значениях параметров:

$h_m = 11,19 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $a = 1,85 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $G = 3,16 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $n_0 = 256$ ,  $E = 21 \cdot 10^{10} \text{ н/м}^2$ ,  $\mu = 0,3$ , приведены в таблице 1. Зависимость  $F_{b3}(\xi)$  аппроксимировалась функцией

$$F_{b3} = A \cdot \xi^{\alpha} \cdot e^{\beta \xi}$$

с коэффициентами  $A = 1,96$ ;  $\alpha = 4$ ;  $\beta = 3,21$ , что обеспечило хорошую точность 10% в интервалах сближений, реализующихся в опорах,  $0,2 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

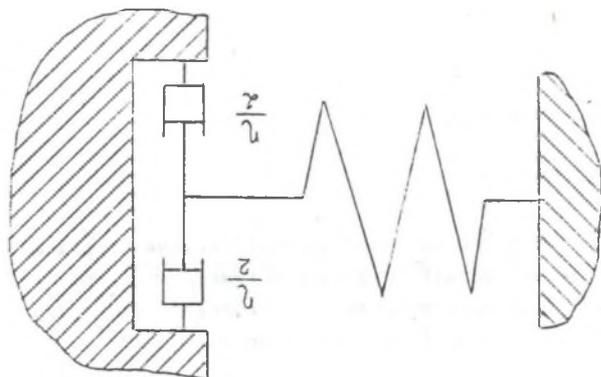


Рис. 1

Таблица 1

$\xi$	$\Delta m \cdot 10^6$ м	$J(\xi)$	$F_{b3}$ , н	$F_{b3}$ , н, апрокс.	$\Delta F$ , н	$\delta F$	$C$ , н/м
1	2	3	4	5	6	7	8
0,2	2,24	$6,1 \cdot 10^{-6}$	$5,97 \cdot 10^{-3}$	$5,95 \cdot 10^{-3}$	$0,02 \cdot 10^{-3}$	0,003	$1,24 \cdot 10^4$
0,4	4,48	$3,1 \cdot 10^{-5}$	$16,8 \cdot 10^{-2}$	$18,12 \cdot 10^{-2}$	$1,32 \cdot 10^{-2}$	0,078	$2,14 \cdot 10^5$
0,6	6,72	$1,15 \cdot 10^{-4}$	1,748	1,743	0,005	0,003	$1,54 \cdot 10^6$
0,8	8,96	$3,5 \cdot 10^{-4}$	10,83	10,47	0,36	0,033	$7,68 \cdot 10^6$
1,0	11,2	$8,96 \cdot 10^{-4}$	48,65	48,37	0,28	0,016	$3,13 \cdot 10^7$

В последнем столбце таблицы 1 приведены значения коэффициента упругости опор, соответствующие данным сближения  $\epsilon$ , рассчитанные по формуле:

$$c = \frac{dF_{b3}}{d(\Delta m)} = F(\xi) \left( \frac{4}{\xi} + 3,21 \right) \frac{1}{h_m} \quad (4)$$

Демпфирующее действие опор оценивается из условия равенства работ сил трения при линейной модели движения с движением системы с сухим трением:

$$\zeta_1 = 4 F_{TP} / A \omega \cdot \pi \quad (5)$$

где  $A$  — амплитуда,  $\omega$  — частота колебаний,  $F_{TP}$  — сила сухого трения. Для определения величины коэффициента  $\zeta$  для диапазона частот  $[w_0, n w_0]$  минимизируется интегральное квадратичное отклонение

$$S = \int_0^{\omega_0} \left[ \frac{z_n - E}{\omega} \right] d\omega$$

и значение  $z$  определяется из условия  $\frac{dS}{dz} = 0$ :

$$z = 2 F_{\text{Тр}} \left( 1 + \frac{1}{n} \right) / A \pi \omega_0 \quad (6)$$

Положение  $i$ -й опоры задается в неподвижной системе координат  $O\xi\eta\zeta$ , определяющей равновесие режущего блока, координатами центра площадки касания  $\bar{z}_i$  и вектором единичной нормали,  $\bar{n}_i$ . Смещение точки режущего блока, соответствующей центру опоры, определяется по равенству:

$$\bar{u} = \bar{z}_0 + (A-E)\bar{z}_i \quad (7)$$

где  $\bar{z}_0$  - радиус-вектор центра масс режущего блока,  $E$  - единичная матрица,  $A = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta & \alpha \\ \alpha & 1 & -\beta \\ -\beta & \alpha & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha, \beta, \gamma$  - малые ( $\ll 1$ ) углы поворотов режущего блока относительно осей  $O\xi, O\eta, O\zeta$ . Величина деформации опоры  $e$  в направлении нормали, сила и момент сил упругости (рис. 2) соответственно равны:

$$e = \bar{u} \cdot \bar{n}, \quad \bar{F}_y = -c e \bar{n}, \quad \bar{M}_y = \bar{z}_i \times \bar{F}_y \quad (8)$$

Относительная скорость движения тела определяется по равенству:

$$v = v_0 + \bar{\omega} \times \bar{z}_i \quad (9)$$

При этом, соответствующая скорость, определяющая потери на трение, в соответствии с принятой моделью, будет

$$\bar{v}^{\zeta} = \bar{n} \times (\bar{v} \times \bar{n}) = \bar{v} - \bar{n}(\bar{n} \cdot \bar{v}) \quad (10)$$

Сила трения и момент силы трения, создаваемые  $i$ -й опорой, определяются по формулам:

$$\bar{F}_{\text{Тр}} = -\rho \bar{v}^{\zeta}, \quad \bar{M}_{\text{Тр}} = z_i \times \bar{F}_{\text{Тр}} = -z(\bar{z}_i \times \bar{v}^{\zeta}) \quad (11)$$

Уравнения движения режущего блока, как твердого тела, имеют вид [6]:

$$M \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F}, \quad \frac{d\bar{H}}{dt} = \bar{M} \quad (12)$$

где  $M$  - масса блока,  $v$  - скорость центра масс,  $\bar{F}$  - главный вектор сил, действующих на блок,  $\bar{H}$  - момент количества движения относительно центра масс,  $\bar{M}$  - главный момент сил, действующих на блок. Рассматривая движение

центра масс в неподвижной системе координат  $O\xi\eta\zeta$ , а движения относительно центра масс в системе координат  $OXYZ$ , связанной с телом, уравнения (12) преобразуются к системе шести дифференциальных уравнений второго порядка. Линеаризируя уравнения [5], [6] и приводя систему к нормальному виду, получим:

$$X' = PX \tag{13}$$

где  $X = (\xi, \dot{\xi}, \eta, \dot{\eta}, \zeta, \dot{\zeta}, \alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \gamma, \dot{\gamma})^T$  - матрица-столбец неизвестных,  $X' = \frac{dx}{dt}$ ,  $P$  - квадратная матрица коэффициентов. Характеристическое уравнение системы:

$$|p - \lambda E| = 0 \tag{14}$$

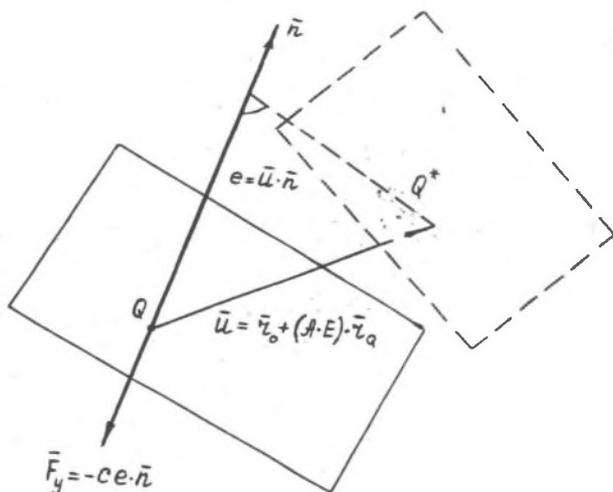
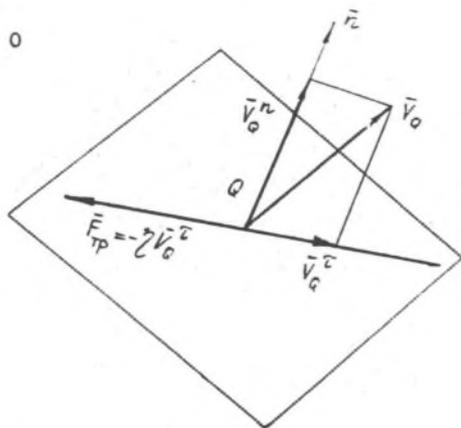


Рис. 2

Решения характеристического уравнения определяют частоты собственных колебаний и могут быть найдены, например, применением методов Данилевского, нахождение коэффициентов характеристического многочлена, и Личкока, решение алгебраических уравнений [7].

Определяющими в процессе резания являются колебания режущего блока в плоскости перпендикулярной направлению подачи. В этом случае порядок системы (13) равен шести. Уравнения малых колебаний режущего блока (рис. 3) относительно положения равновесия, определяющегося величинами силы закрепления  $P$  и сил реакций опор  $N_1, N_2, N_3$ , имеют вид:

$$\ddot{\xi} + \frac{\rho_2 + \rho_3}{M} \dot{\xi} + \frac{c_1}{M} \xi = \frac{c_1 g_1 \sin \varphi_1}{M} \beta$$

$$\ddot{\zeta} + \frac{\rho_1}{M} \dot{\zeta} + \frac{c_2 + c_3}{M} \zeta = - \frac{c_3 g_3 \cos \varphi_3 + c_2 g_2 \cos \varphi_2}{M} \beta \quad (15)$$

$$\ddot{\beta} + \frac{1}{B} (c_1 g_1 \sin^2 \varphi_1 + c_3 g_3 \cos^2 \varphi_3 + c_2 g_2 \cos^2 \varphi_2) \dot{\beta} = \frac{c_1 g_1 \cos \varphi_1}{B} \xi +$$

$$+ \frac{\rho_3 g_3 \sin \varphi_3 + \rho_2 g_2 \sin \varphi_2}{B} \dot{\zeta} - \frac{c_3 g_3 \cos \varphi_3 + c_2 g_2 \cos \varphi_2}{B} \zeta - \frac{\rho_1 g_1 \sin \varphi_1}{B} \dot{\zeta}$$

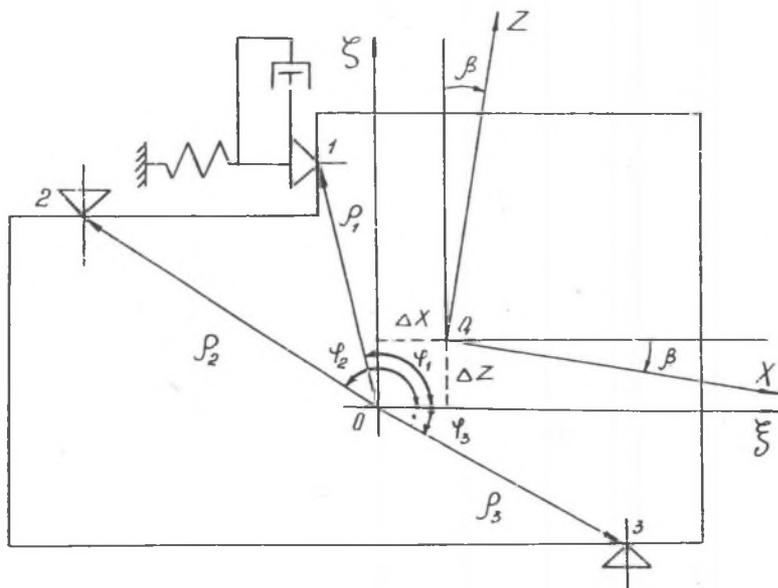


Рис. 3

Взаимодействие режущего блока с опорами учитывалось коэффициентами упругости и демпфирования опор, вычисленными по формулам (4), (6) по величинам сил реакций опор в положении равновесия. Характеристическое уравнение системы (15) имеет вид:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{21} & P_{22}-\lambda & 0 & 0 & P_{25} & 0 \\ 0 & 0 & - & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{43} & P_{44} & P_{45} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1 \\ P_{61} & P_{62} & P_{63} & P_{64} & P_{65} & -\lambda \end{vmatrix} \quad (16)$$

Изменение диссипативных сил, оказывая существенное влияние на изменение амплитуд собственных колебаний, в меньшей степени влияет на собственные частоты [7]. Поэтому оценку величин частот собственных колебаний проведем, полагая  $\varrho_i = 0 (i=1,2,3)$ . При этом  $P_{22} = P_{44} = P_{62} = P_{64} = 0$  и характеристическое уравнение (16) становится уравнением третьей степени относительно квадрата собственных частот. для режущего блока (рис. 3) характеризующегося параметрами:  $M = 0,518$  кг,  $B = 1,5 \cdot 10^{-6}$  кгм<sup>2</sup>,  $\varrho_1 = 2,2 \cdot 10^{-2}$  м,  $\varphi_1 = 140^\circ$ ,  $\varrho_2 = 2,1 \cdot 10^{-2}$  м,  $\varphi_2 = 160^\circ$ ,  $\varrho_3 = 2,7 \cdot 10^{-2}$  м,  $\varphi_3 = 75^\circ$  при площадях опорных поверхностей  $S_1 = 72 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>,  $S_2 = 116 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>,  $S_3 = 240 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>, были рассчитаны частоты собственных колебаний в зависимости от величины усилия закрепления  $P = 300-900$  н. (рис. 4).

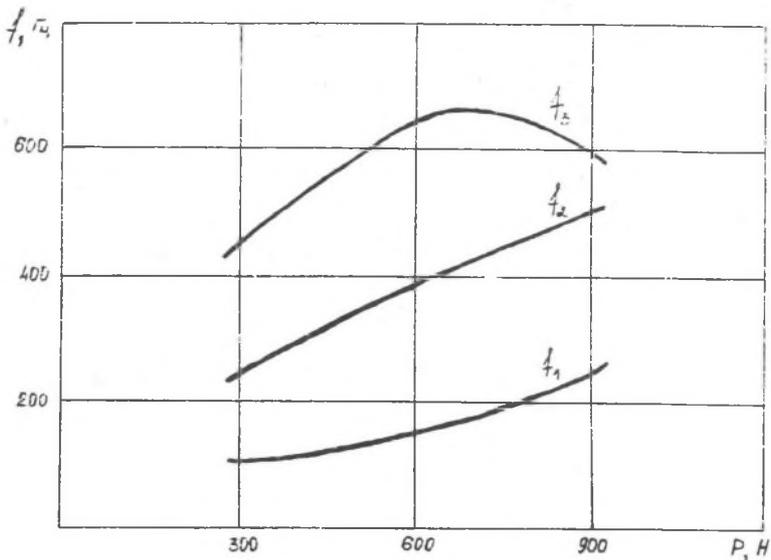


Рис. 4

Решение уравнений позволило разработать и определить величину контактных площадок конструкции режущего инструмента с повышенными диссипативными свойствами и обеспечить увеличение стойкости его в 2 - 2,5 раза.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Жарков И.Г.: Вибрации при обработке лезвийным инструментом. - Л.: Машиностроение, 1986 - 184 с.
- [2] Lebedev P., Urušev S., Kusmina M.: Berücksichtigung der Rauheit bei der Bestimmung der Andruckkraft elektrischer Kontakt. Rationalisierung Technologischer Prozess. Wissenschaftliche Tagung an der IN Wismar 22/23 November, 1973. Kurzfassung Vortrag E1-0.
- [3] Рудзит Я.М.: Микрогеометрия и контактное взаимодействие поверхностей. - Рига: Зинатне, 1975 - 210 с.
- [4] Урушев С.В., Крылов В.И.: Математическое моделирование контактного теплообмена в разъемных соединениях энергетической трубопроводной арматуры. "Теплоэнергетика" № 11, 1986 г., с. 67-69.
- [5] Бусленко И.П., Шрейдер Ю.А.: Метод статистических испытаний. - М.: Физматгиз, 1961 - 226 с.
- [6] Геронимус Я.Л.: Теоретическая механика. - М.: Наука, 1973 - 542 с.
- [7] Ганиев Р.Ф., Коноженко В.О.: Колебания твердых тел. - М.: Наука, 1966 - 432 с.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Eugeniusz Świtoński

Wpłynęło do Redakcji 15.09.1989 r.

#### OCENA CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH W PROCESIE OBRÓBKI SKRAWANIEM KÓŁ ZESTAWÓW KOLEJOWYCH

#### S t r e s z c z e n i e

Częstotliwość drgań układu obrabiarka-uchwyt-przedmiot-narzędzie (OUPN) przy skrawaniu zestawów kolejowych jest bliska częstotliwości drgań swobodnych. W pracy przedstawiono metodykę obliczeń drgań swobodnych układu. Na tej podstawie zaproponowano i wykonano nowe narzędzie o zwiększonej trwałości.

#### ESTIMATION OF VIBRATION FREQUENCIES IN MACHINING RAILWAY WHEELS

#### S u m m a r y

The vibration frequencies of SPID (LATD) system are close to self-vibration frequencies of main vibration system. The paper describes that tools cutting block is the main vibration system and brings the method of calculating its self-vibration frequencies.